



## ОГЛАВЛЕНИЕ

От редактора .....	8
Предисловие .....	9
<b>1. ЧТО ТАКОЕ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ</b>	
1.1. Когда необходима обработка сигналов .....	11
1.2. Какие бывают сигналы .....	12
1.2.1. Случайные сигналы .....	12
1.2.2. Виды детерминированных сигналов .....	15
1.3. Аналоговые и цифровые сигналы .....	18
1.4. Проблема выборки .....	21
<i>Обобщение главы</i> .....	28
<i>Практические задания</i> .....	28
<b>2. ПРИМЕРЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ</b>	
2.1. Сглаживание сигнала .....	29
2.2. Подавление шумов .....	33
<i>Обобщение главы</i> .....	36
<i>Практические задания</i> .....	36
<b>3. НЕОБХОДИМЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ</b>	
3.1. Что нужно для изучения методов обработки сигналов .....	37
3.2. Математическое представление сигнала .....	37
3.3. Скалярное произведение и расстояние для двумерных векторов ..	41
3.4. Ортонормированный базис .....	46
3.5. Переход от векторного пространства к пространству функций ..	49
3.6. Система ортонормированных функций .....	54
<i>Обобщение главы</i> .....	59
<i>Практические задания</i> .....	60
<b>4. ФУНКЦИЯ КОРРЕЛЯЦИИ</b>	
4.1. Измерение степени подобия функций .....	61
4.2. Функция взаимной корреляции .....	65

## ОГЛАВЛЕНИЕ

4.3. Функция автокорреляции .....	70
<i>Обобщение главы</i> .....	73
<i>Практические задания</i> .....	73

## 5. РАЗЛОЖЕНИЕ В РЯД ФУРЬЕ

5.1. Что такое разложение в ряд Фурье .....	75
5.2. Четная и нечетная функции .....	83
5.3. Когда период не равен $2\pi$ .....	85
5.4. Разложение в комплексный ряд Фурье .....	86
5.4.1. Математические операции с комплексными числами .....	86
5.4.2. Разложение в комплексный ряд Фурье .....	91
5.4.3. Пример разложения в комплексный ряд Фурье .....	97
5.5. Теорема Парсеваля .....	99
5.6. Практическое применение разложения в ряд Фурье .....	101
5.7. Наиболее важные свойства разложения в ряд Фурье .....	104
5.7.1. Погрешность приближения .....	104
5.7.2. Поведение в точках разрыва .....	107
5.7.3. Изменение величины сигнала .....	108
5.7.4. Сложение двух сигналов .....	109
5.7.5. Сдвиг сигнала во времени .....	110
<i>Обобщение главы</i> .....	111
<i>Практические задания</i> .....	112

## 6. ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ (ДПФ) И БЫСТРОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ (БПФ)

6.1. Анализ цифрового сигнала математическим аппаратом Фурье .....	113
6.2. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) .....	114
6.3. Свойства дискретного преобразования Фурье .....	119
6.3.1. Свойство периодичности спектра .....	119
6.3.2. Свойство симметричности спектра .....	119
6.4. Быстрое преобразование Фурье (БПФ) .....	121
6.4.1. Анализ ДПФ .....	122
6.4.2. Алгоритм БПФ для ряда из 4 членов .....	125
6.4.3. Обобщение алгоритма БПФ .....	130
6.4.4. Перестановка разрядов и техника сортировки .....	134
<i>Обобщение главы</i> .....	138
<i>Практические задания</i> .....	138

## 7. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

7.1. От разложения в ряд Фурье к интегральному преобразованию Фурье .....	139
--	-----

7.2. Свойства преобразования Фурье .....	142
7.2.1. Свойство линейности .....	142
7.2.2. Сдвиг сигнала во времени .....	143
7.2.3. Подобие .....	144
7.2.4. Теорема Парсеваля .....	145
7.3. Дельта-функция и белый шум .....	145
<i>Обобщение главы</i> .....	149
<i>Практические задания</i> .....	150
<b>8. АНАЛИЗ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ</b>	
8.1. Подход к анализу линейных систем .....	151
8.2. Связь между входным и выходным сигналами .....	154
8.3. Импульсный отклик .....	158
8.4. Представление системы в частотной области .....	159
<i>Обобщение главы</i> .....	164
<i>Практические задания</i> .....	164
<b>Ответы и решения</b> .....	165
<b>Предметный указатель</b> .....	173

## ОТ РЕДАКТОРА

Серия «Иллюстрированная Механотроника» начала издаваться в 1983 году.

Происходило это как раз в то время, когда направление «механотроника»<sup>1</sup> впервые получило общественное признание. Тогда уже всем специалистам из разных технических областей стало ясно — для того, чтобы не отстать от времени, необходимо изучать электронику более глубоко. Семинары, посвященные этой теме, были переполнены слушателями.

Для того чтобы обучение было продуктивным, особенно для тех, кто столкнулся с механотроникой впервые, авторы тщательно поработали над построением изложения и, судя по всему, со своей задачей справились. Доказательством тому служит тот факт, что и сейчас, по прошествии нескольких десятилетий, данная серия находит все новых читателей. К сегодняшнему времени с книгой ознакомились более 100 000 человек.

Учитывая пожелания читателей, мы приняли решение о выпуске дополненного издания книги, где, помимо небольших исправлений, в конце каждой главы теперь добавлены рубрики «Обобщение главы» и «Практические задания».

Много споров было связано с тем, до какой степени сложности в данной книге должна быть отражена механотроника как наука. В конце концов было принято решение — более сложный вариант уступить выходящему в свет пособию под названием «Советы по обработке сигналов»<sup>2</sup>, а в данной серии сохранить курс изложения, ориентированный на начинающих.

Дополненное издание серии «Механотроника» включает 8 книг, с перечнем которых мы предлагаем ознакомиться читателю:

- Датчики.
- Микрокомпьютерные системы управления.
- Электромеханические приводные устройства.
- Система управления роботами.
- Цифровые системы управления.
- Цифровая обработка сигналов.
- САПР.
- Электронные цепи интерфейса.

Январь 1999 г.  
Амэмия Ёсифуми

<sup>1</sup> Механотроника (от англ. mechatronics) — соединение оборудования с микрокомпьютерами (прим. пер.).

<sup>2</sup> В оригинале — «Advice course» (прим. пер.).

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Когда у молодого специалиста возникает потребность разобраться в новой области, то прежде всего он знакомится с материалами для начинающих. Однако почти каждый сталкивается с тем, что книга, хотя и называется «...для начинающих», на самом деле оказывается довольно сложной для понимания. Или взять ситуацию с некоторыми комментирующими эту область статьями — вроде бы читаешь с легкостью, а в голове ничего не остается. Особенно это касается области, в которой, как и в этой книге, объектом исследования является невидимый глазу сигнал. Большинство статей, касающихся этого вопроса, понятно только искушенному в математике читателю. Но если проследить за развитием прогресса, можно заметить, что технические новшества появлялись и сменяли друг друга гораздо быстрее, чем развивалась теория. Учитывая все это, при подготовке данного издания мы опирались прежде всего на общеизвестные понятия, которые являются необходимой основой при изучении методов обработки сигналов.

Отдельные разделы этой книги на первый взгляд кажутся не связанными, однако, при более внимательном изучении становится ясно, что очень много основополагающих понятий имеют точки соприкосновения. Поэтому, чтобы усвоить базовый материал, сначала, может быть, и придется потрудиться, но как только вы справитесь с этим, все содержание в целом прояснится.

При подготовке этой книги мы стремились достаточно просто и логично объяснить базовые понятия так, чтобы концентрированно изложенный в нескольких главах необходимый минимум был бы доступен читателю.

Поскольку применение компьютеров стало повсеместным и их эффективность возросла, обработка цифровых сигналов с помощью компьютера заняла важное место в области обработки сигналов.

Мы не сомневаемся в том, что эта книга будет актуальна и в будущем и пригодится читателям, изучающим методы обработки цифровых сигналов.

Данная книга — это дополненный вариант первого издания, опубликованного в 1987 году. В отличие от предыдущего, каждая глава нового издания дополнена разделами «Обобщение главы» и «Практические задания». А в конце книги появился раздел «Ответы и решения», благодаря которому изучение методов обработки сигналов, по сравнению с первым изданием, стало более эффективным.

Автор приносит благодарность редактору Амэмия Ёсифуми за советы, которые были учтены при составлении этой книги. А также выражает особую признательность доктору наук технологического университета г. Тиба Санами Такахико и доктору наук технологического университета г. Нагоя Сиокава Сигэки за сотрудничество и помощь.

Январь 1999 г.  
**Юкио Сато**



## ЧТО ТАКОЕ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

### 1.1. КОГДА НЕОБХОДИМА ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Допустим, устройство, которое вы ежедневно используете, работает не исправно — издает странные звуки. Если вы опытный специалист, то, возможно, по звуку и определите причину неисправности. Например, если звук низкий, гудящий, то, вероятно, расшатался подшипник или ослаблен болт. Если же высокий, режущий, то, может быть, не хватает масла или износилась деталь вращательного механизма. Точно так же, подобно опытному специалисту, компьютер может диагностировать повреждение устройства, если в звуковом сигнале заключена информация о состоянии этого устройства. Например, в настоящее время разрабатывается техника обработки сигналов для определения момента смены режущего инструмента токарного станка по сигналу издаваемого им звука. Или вот еще ряд задач, для решения которых нам просто необходимо владеть этой техникой. Допустим, получаемый звуковой сигнал неразличим из-за больших шумов. Как его выделить? Или изображение, пришедшее по факсимильной связи, нечеткое. Как решить эту проблему? Во всех подобных случаях, чтобы выделить нужный сигнал, по возможности устранив лишние шумы, нам пригодится знание техники обработки сигналов.

Сигнал — это физическая величина, которая содержит в себе определенную информацию. Такого рода сигналы, как звук, вибрация, температура или сила света, наблюдаемы и могут быть зареги-

## 1. Что такое обработка сигналов

стрированы и преобразованы соответствующим прибором в электрические. Но существуют еще и такие сигналы, обработка которых в настоящее время затруднительна (например сигналы запаха и вкуса). А обработка сигналов, связанных со сверхъестественными явлениями, невозможна.

Обработку сигналов можно сравнить с очисткой сточных вод, основная цель которой заключается в разделении элементов, содержащихся в объекте, на нужные и ненужные. Если заранее знать, какими свойствами обладает объект, от которого идет сигнал, и какие элементы он в себя включает, то извлечение необходимой информации и ее обработка не представляют трудности. Однако, если мы не знаем заранее свойств объекта, придется сначала исследовать соответствие между особенностями сигнала и физическими свойствами объекта. Одним словом, становится необходимым анализ сигнала или, иначе говоря, выяснение его происхождения. В этом случае не обойтись без знания теории обработки сигналов. В результате анализа сигнала могут выявиться особенности объекта, не замеченные ранее. Техника обработки сигналов пригодится и при синтезе сигналов. Часто встречающиеся в быту «говорящие устройства» используют технику голосового синтеза.

Кому может быть полезна эта книга? «Я бы очень хотел освоить технику обработки сигналов, — говорит читатель, — но не обладаю необходимой базовой подготовкой, а без нее любая книга на эту тему слишком сложна».

Вот именно таким читателям, считают авторы, может быть полезна эта книга.

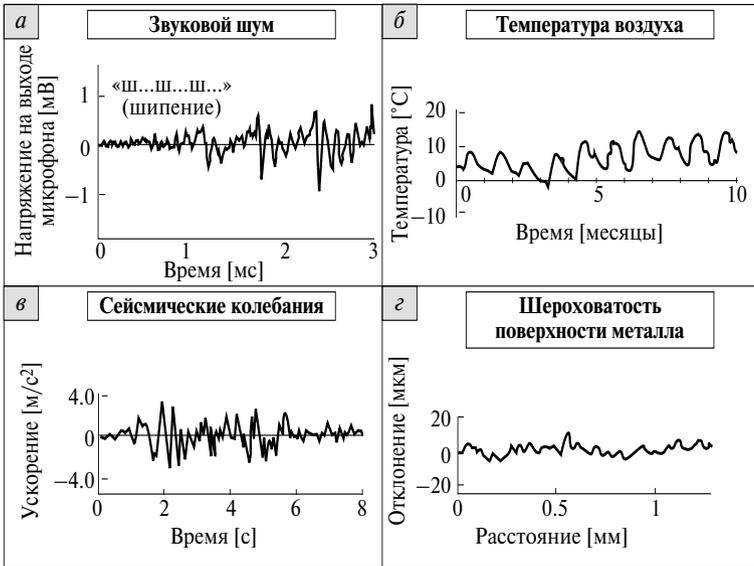
### 1.2. КАКИЕ БЫВАЮТ СИГНАЛЫ

#### 1.2.1. Случайные сигналы

На Рис 1.1 мы попробовали представить разные виды сигналов. Здесь изображены сигналы, отображающие следующие физические состояния или процессы: *a* — звук, *b* — температура, *v* — сейсмические колебания, *г* — рельеф поверхности металла. У сигналов, подобных показанным на рисунках *a*, *b* и *v*, независимой переменной является время, а сигналы, подобные показанному на рисунке *г*, имеют в качестве переменной положение на поверхности материала. Кроме того, возможен разный масштаб по

оси абсцисс. В процессе обработки сигналов важно не упустить из виду, с какой физической величиной и с каким масштабам переменной мы имеем дело.

Сигналы, оказывается, бывают совсем разные!



Сигналы это:

- Различные физические величины
- Различные единицы измерений
- Различные масштабы переменных

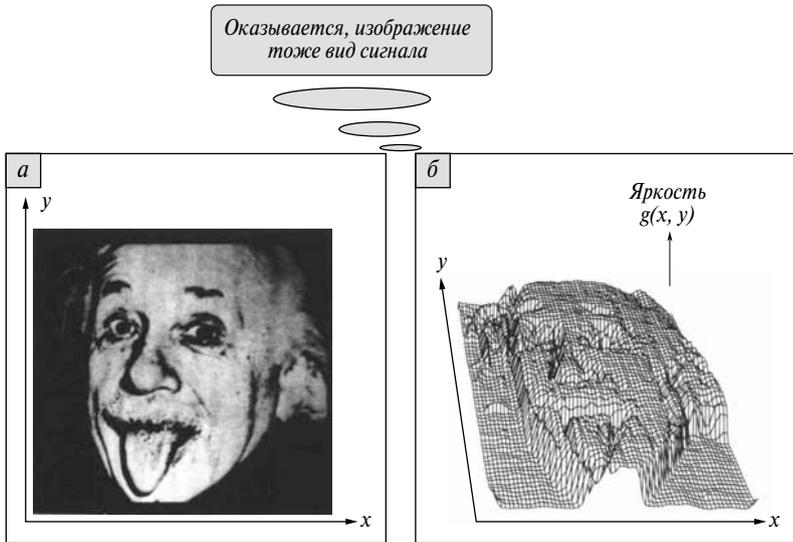


Рис. 1.1. Различные виды сигналов.

## 1. Что такое обработка сигналов

Рассмотренные выше сигналы имеют не более одной независимой переменной, будь то переменная времени или переменная положения.

Однако существуют сигналы, имеющие более одной независимой переменной, например *сигнал изображения*. На **Рис. 1.2, а** представлен сигнал телевизионного изображения. Если на поверхности экрана провести оси координат  $(x, y)$ , а яркость точки экрана выразить функцией  $g(x, y)$ , то эту функцию вполне можно считать одним из видов сигнала. И действительно, если сигнал изображения  $g(x, y)$ , представленный на **Рис. 1.2, а**, выразить объемно, мы получим **Рис. 1.2, б**. Сигнал с одной переменной называется *одномерным*. Сигнал, имеющий две переменные, подобно сигналу изображения, называется *двумерным*.



**Рис. 1.2.** Представление сигнала изображения.

Кстати, рассмотренные выше сигналы характеризуются тем, что даже если в определенный момент времени (или в определенном месте) мы знаем значение измеренной величины, то последующие ее изменения точно предсказать невозможно. Например, невоз-

можно точно знать температуру окружающей среды в будущем году даже с учетом прогноза (если мы имеем информацию только о температуре прошлого года). Подобные сигналы называют *случайными*.

В то же время существуют сигналы, величину которых можно предсказать в любой момент времени (в любой точке). Например, звук камертона. Сколько бы ни было колебаний камертона, возникает чистая звуковая волна одной частоты. Эту волну можно выразить тригонометрической функцией. Поэтому, измерив ее значения в нескольких точках, силу звука можно выразить как функцию времени. Подобные сигналы называются *детерминированными*.

### 1.2.2. Виды детерминированных сигналов

Несомненно, представителем детерминированного сигнала является синусоидальная волна, графически описываемая синусоидой. Синусоида является функцией времени  $t$  и записывается в виде:

$$f(t) = A \sin(\omega t + \theta),$$

где величину сигнала определяют коэффициент  $A$ , называемый *амплитудой*,  $\omega$  — *угловая частота*,  $\theta$  — *начальная фаза*.

Можно заметить, что через время  $T$ ,  $2T$  или же  $3T$  форма сигнала повторяется. Сигналы, повторяющие свою форму через определенный интервал времени, подобно синусоиде, называют *периодическими* (**Рис. 1.3**). Если записать выражение периодического сигнала относительного целого числа периодов  $n$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) в общем виде, получим:

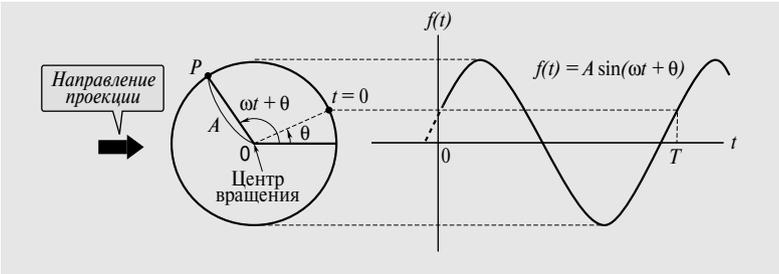
$$f(t + nT) = f(t).$$

Кстати говоря, функция синуса с периодом  $T = 2\pi$  в то же время имеет период, равный  $4\pi$ ,  $6\pi$  и т.д. Самый короткий период называется *основным периодом*. Кроме синусоиды, к часто встречающимся периодическим сигналам относятся *прямоугольный* сигнал, *пилообразный* сигнал, *треугольный* сигнал (**Рис. 1.4**).

Сигнал, концентрирующий энергию в коротком интервале времени, подобно единичному сигналу, изображенному на **Рис. 1.5, а**, называется *импульсным* сигналом. Сигнал, исчезающий в течение достаточно долгого промежутка времени при ограниченной энер-

1. Что такое обработка сигналов

**ПАМЯТКА**



В системе прямоугольных координат, изображенных на схеме, рассмотрим точку  $P$ , которая движется по окружности с радиусом  $A$  и центром вращения  $O$  в направлении против часовой стрелки с постоянной скоростью. Величина, выражающая скорость движения по окружности, называется угловой скоростью  $\omega$  и определяется числом оборотов за одну секунду. Предположим, что точка  $P$  делает один оборот за одну секунду, тогда изменение угла вращения за это время равно  $2\pi$  рад. Следовательно, угловая скорость  $\omega$  выражается как

$$\omega = 2\pi \text{ рад/с.}$$

Если же за одну секунду точка  $P$  делает два оборота,  $\omega = 4\pi$  рад/с. Вообще, если точка  $P$  за одну секунду делает число оборотов  $f_c$ , то угловая частота выражается как

$$\omega = 2\pi f_c \text{ рад/с.}$$

Это число оборотов  $f_c$  за одну секунду называется частотой вращения и измеряется в герцах. Время, необходимое для одного оборота, называется периодом. Например, при угловой частоте, равной  $4\pi$  рад/с, время одного оборота точки  $P$  равно  $0.5$  секунды. Следовательно, период равен  $0.5$  секунды. При угловой частоте  $\pi$  рад/с величина периода будет равна двум секундам. Период  $T$ , частота вращения  $f_c$  и угловая частота  $\omega$  взаимосвязаны следующим образом:

$$f_c = \frac{1}{T}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Положение точки  $P$ , равномерно движущейся по окружности, можно записать как функцию  $f(t)$ , зависящую от времени  $t$ :

$$f(t) = A \sin(\omega t + \theta),$$

где  $A$  — амплитуда,  $\theta$  — угол поворота при  $t = 0$ , называемый начальной фазой.

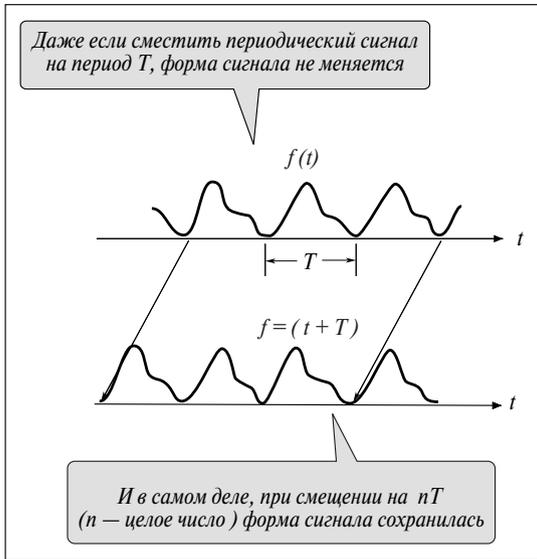


Рис. 1.3. Что такое периодический сигнал.

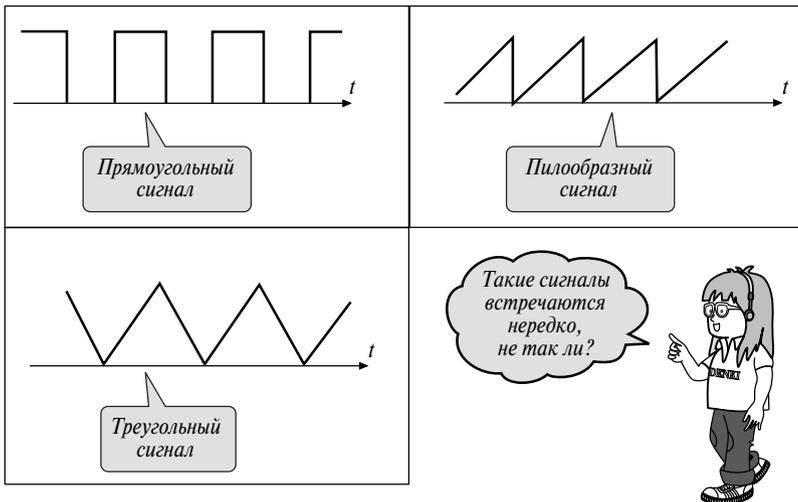


Рис. 1.4. Основные виды периодических сигналов.

## 1. Что такое обработка сигналов

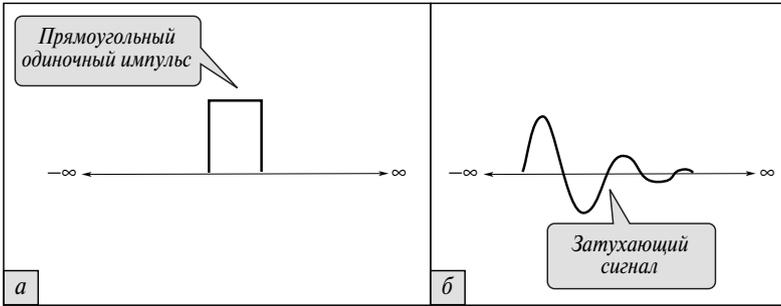


Рис. 1.5. Виды сигналов.

гии источника, называется *затухающим* (Рис. 1.5, б). Периодический сигнал сохраняет энергию бесконечно долго и поэтому, конечно, не является затухающим.

### 1.3. АНАЛОГОВЫЕ И ЦИФРОВЫЕ СИГНАЛЫ

Физические параметры объектов, которые мы исследуем при обработке сигналов, обычно непрерывно изменяются. Например, рассмотрим изменение температуры атмосферы во времени. Поскольку температура меняется непрерывно, теоретически возможно производить измерение через бесконечно малые промежутки времени. Однако, принимая в расчет объем памяти, необходимый для хранения данных измерения, и время на их обработку, невольно задумаешься, насколько подробные измерения нам необходимы. Значение температуры не может внезапно измениться в течение одной секунды или минуты. Следовательно, допустимы измерения через более длительные интервалы времени, что в конечном итоге сокращает объем данных. Чем меньше объем данных, тем меньше времени затрачивается на их обработку в компьютере при меньшем объеме памяти. То же самое можно сказать и о степени точности измерения. Пусть температура атмосферы в данный момент равна  $25.27854^{\circ}\text{C}$ . Нет смысла в проведении измерения с такой высокой точностью. Вполне достаточно определить степень точности до одной десятой градуса, т.е.  $25.3^{\circ}\text{C}$ . В настоящее время в метеорологическом центре данные о температуре атмосферы по всей

стране собираются каждый час и измерения производятся с точностью до одной десятой градуса. Этого вполне достаточно.

Сигнал, выражающий непрерывно изменяющуюся величину, называется *аналоговым* сигналом, а ступенчатое представление сигнала — *дискретизацией*. Дискретизация может производиться как по времени, так и по значению величины сигнала (**Рис. 1.6**). В первом случае ее часто называют операцией получения *выборки*, во втором — *квантованием*. Если сигнал, подвергнутый дискретизации по

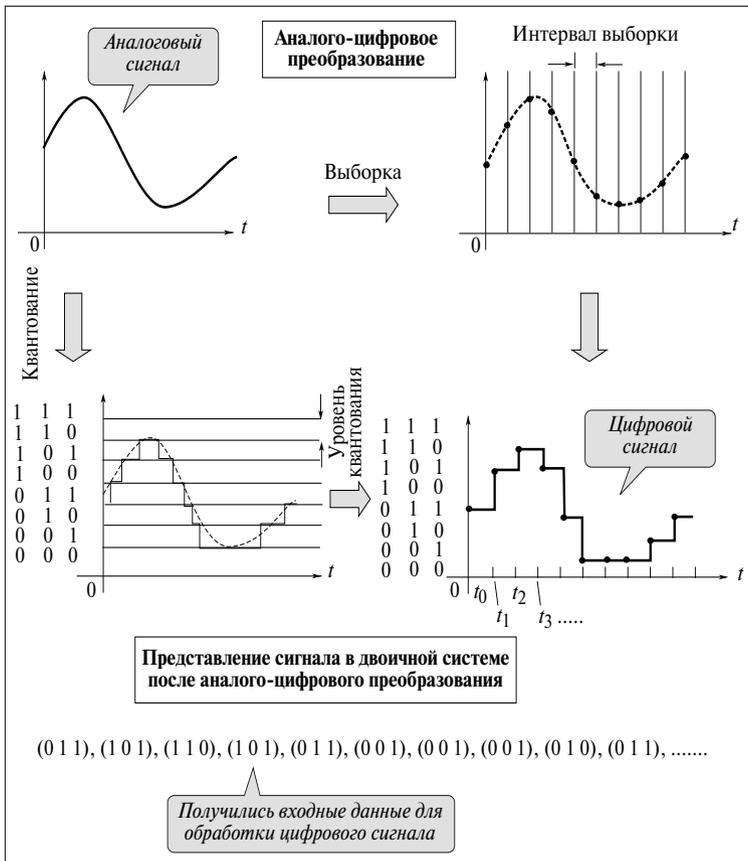


Рис. 1.6. Преобразование аналогового сигнала в цифровой.

**ПАМЯТКА****Что такое двоичная система счисления**

Для выражения числового значения величин в компьютере используют двоичную систему счисления, потому что в электрических схемах проще всего отразить два противоположных состояния. Если мы говорим о напряжении, то оно или высокое, или низкое. Если речь идет о токе, то он либо есть, либо его нет. Например, обозначим состояние с низким напряжением как «0» и с высоким как «1», тогда все буквы и числовые значения можно будет выразить через эти состояния.

Понятно, что 0 и 1 в двоичной системе так же остаются «нулем» и «единицей», как и в десятичной. А как представить в этой системе «двойку»? Очень просто. Добавим еще один разряд и получим «10». Таким же образом 3 можно выразить как «11». Чтобы выразить 4, снова придется добавить разряд. Добавим его и получим «100». Продолжая в том же духе, в двоичной системе можно выразить сколь угодно большое число. При такой записи каждая цифра двоичного числа является разрядом. Однозначным числом можно выразить лишь 0 или 1, имея 2-разрядное число, можно выразить числа от 0 до 3, с помощью 3-разрядного — числа 0...7. Одним словом,  $n$ -разрядные числа принимают значения от 0 до  $2^n - 1$ .

Итак, чему равно число  $110101_2$  в десятичной системе счисления? Прежде чем ответить на этот вопрос, давайте задумаемся о том, как представлено число в десятичной системе. Возьмем, например, число  $123_{10}$ . Единица самого высокого разряда означает, что сотня ( $100 = 10^2$ ) одна, двойка следующего разряда означает, что десятков ( $10 = 10^1$ ) два и последняя 3 означает, что единиц ( $1 = 10^0$ ) всего 3. Иначе говоря, каждый разряд имеет свой вес: 100, 10 и 1. Следовательно,

$$123^{10} = 1 \times 100 + 2 \times 10 + 3 \times 1 = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0.$$

Подобно этому, каждый разряд двоичного числа также имеет вес. И этот вес равен  $2^{n-1}$ , где  $n$  — номер разряда. Следовательно, число в двоичной системе  $110101_2$  выражается в десятичной следующим образом:

$$\begin{aligned} 110101_2 &= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = \\ &= 1 \times 32 + 1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 53_{10}. \end{aligned}$$

Самый высокий разряд двоичного числа называется старшим, а самый низкий разряд — младшим.

Степени числа 2: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024... используются очень часто, поэтому их полезно запомнить.

времени и по значению, затем представляется в цифровом виде, то такое преобразование аналогового сигнала в цифровой называется *аналого-цифровым преобразованием*.

Аналоговый сигнал, полученный от датчика, посредством *аналого-цифрового преобразователя* (АЦП) преобразуется в числовые значения в двоичной системе счисления, т.е. предстает в виде нулей и единиц. Например, при записи на компакт-диск звуковой сигнал преобразуется и под воздействием лазерного луча записывается в виде цифрового сигнала. Частота выборки звукового сигнала равна 44.1 кГц, а число цифр в записываемом числе равно 16. Цифры на диске записываются в виде наличия или отсутствия углубления, называемого *питом*. Вы, наверное, знаете, что по сравнению с записью обычного аналогового сигнала на кассете или пластинке цифровая запись характеризуется высоким отношением сигнал-шум и широким динамическим диапазоном (отношение минимального сигнала к максимальному неискаженному сигналу) и обеспечивает высокое качество воспроизведения звука. Но чтобы его воспроизвести, цифровой сигнал необходимо снова преобразовать в аналоговый. Этот процесс называется *цифро-аналоговым преобразованием*.

Компьютеры обладают высокой скоростью вычисления и обработки информации. Поэтому в последнее время заметно возрастает их использование для целей обработки цифровых сигналов по сравнению с традиционным методом обработки аналоговых сигналов посредством электронной аппаратуры. Что касается аналого-цифрового преобразования, важно предусмотреть оптимальное количество уровней квантования, а также установить необходимую частоту выборки.

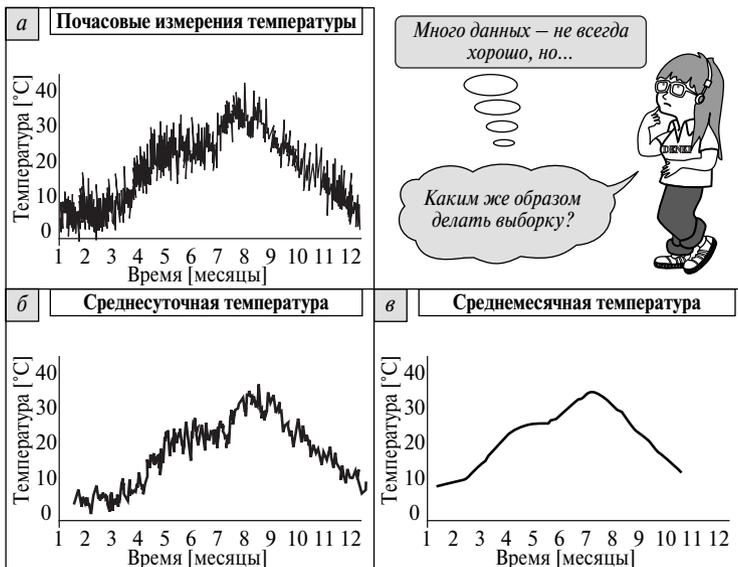
#### 1.4. ПРОБЛЕМА ВЫБОРКИ

В процессе преобразования аналогового сигнала в цифровой очевидно, что чем шире интервал дискретизации выборки и грубее квантование, тем меньше требуется данных для того, чтобы представить сигнал. Однако если сигнал представлен слишком малым объемом данных, то возникает опасность потерять информацию, которую сигнал содержит. Одна из самых основных проблем, с которой мы с самого начала сталкиваемся при обработке сигналов, — это проблема выбора интервала дискретизации выборки. Давайте рассмотрим

1. Что такое обработка сигналов

эту проблему на простом примере обработки данных температуры атмосферы. На **Рис. 1.7, а** представлен график температуры атмосферы в Токио в течение одного года с интервалом измерения в один час. Общее количество данных —  $24$  (измерений в день)  $\times 365$  (дней) =  $8760$  (измерений). Если мы хотим знать, каким образом меняется температура в течение дня, то используем данные, снимаемые каждый час. Однако что же делать, если нужно проследить изменение температуры день за днем.

Один из способов — измерение температуры каждый день в определенное время, но в этом случае возникает разница в результатах, зависящая от того, в какое время суток (днем или ночью) производятся измерения. Такой проблемы не возникает, если вычислять среднесуточную температуру. На **Рис. 1.7, б** представлен результат такой обработки данных — график ежедневных значений средней температуры в течение года. А на **Рис. 1.7, в** изображен график изменения среднемесячной температуры атмосферы. Таким образом, в



**Рис. 1.7.** Выборка изменений температуры атмосферы.

зависимости от временного периода меняется вид выборки. Одним словом, прежде чем производить выборку, нужно четко определить, какую информацию мы намерены получить от сигнала.

А что происходит в случае двумерного сигнала, например, в случае сигнала изображения? Оцифрованное изображение выражается множеством числовых точек, расположенных на пересечении линий вдоль осей абсцисс и ординат, подобно клеткам шахматной доски. Каждая в отдельности точка называется *элементом телевизионного изображения*. И чем этих точек больше, тем более четкое изображение можно получить, иначе говоря, повысить разрешающую способность. Число уровней квантования яркости называется *градацией*. Чем больше число градаций, тем лучше контрастность изображения. На **Рис. 1.8** показано, как меняется изображение в зависимости от числа градаций и элементов телевизионного изображения. Абсолютно ясно, что изображение в правом верхнем углу имеет наиболее высокое качество и по яркости, и по контрасту.

Кстати, число градаций изображения нижнего ряда равно двум. Иначе говоря, число состояний, выражающих яркость всего два: ярко или темно. Чтобы это описать, достаточно 1 бита информации. Такие изображения называются *двузначными*.

Теперь, когда мы имеем общее представление о проблеме выборки, рассмотрим эту проблему более подробно. А именно, разберемся, какой интервал дискретизации выборки сигнала нам нужен. Первым делом рассмотрим выборку синусоиды (**Рис. 1.9**). Если соединить выделенные черным цветом точки выборки на **Рис. 1.9, а**, то форма синусоиды четко просматривается, и видно, что интервал дискретизации достаточно мал. А что произойдет, если его расширить? На **Рис. 1.9, б** представлен случай, когда период сигнала и интервал дискретизации выборки совпадают. Видно, что значения выборки не отображают форму сигнала. Следовательно, выбранный интервал выборки слишком велик.

Попробуем его уменьшить до половины периода сигнала, как показано на **Рис. 1.9, в**. В этом случае есть вероятность, что преобразуются только нулевые значения сигнала, и полученная информация будет неполной. А если еще сузить интервал дискретизации выборки, как показано на **Рис. 1.9, г**, тогда будет более или менее возможно определить первоначальную форму синусоиды.