

ПРЕДИСЛОВИЕ

Есть некоторые вещи, подвластные только манге*.

Если вы открыли эту книгу, то вы принадлежите к одному из следующих типов людей:

Первые — те, кто просто любит мангу и думает: «Математические выкладки, описанные с помощью манги? Потрясающе!» Если вы принадлежите их числу, то немедленно отнесёте эту книгу на кассу — и не пожалеете. У этой манги очень привлекательные рисунки. И неудивительно: их нарисовал популярный художник манги Син Тогами, а сценарий написала Бэком Лтд. — компания, производящая настоящую мангу.

Вы можете возразить: «Манга, обучающая математике, не может быть интересной». На первый взгляд, это так. Когда в издательстве «Омша» (Ohmsha) меня попросили написать эту книгу, я почти отказался. Многие из так называемых «обучающих манг» разочаровывают. В них может быть огромное количество рисунков, но они не являются настоящей мангой. Но после того, как я увидел мангу «Омшы» (это была манга по статистике), я передумал. Её действительно было приятно читать. Издатель сказал, что моя книга будет такой же, поэтому я принял его предложение. Я и раньше часто думал, что мог бы лучше преподавать математику, используя мангу, так что это была хорошая возможность проверить мою идею. Я гарантирую, что чем большим фанатом манги вы являетесь, тем больше вам понравится эта книга. Так чего же вы ждёте? Сейчас же уесите её на кассу и покупайте!

Второй тип людей — это те, кто взял эту книгу с мыслями: «Хоть математика и внушает мне ужас и/или у меня на неё аллергия, манга может помочь мне её понять.» Если вы из их числа, то эта книга для вас. Она не просто объясняет дифференциальное и интегральное исчисление с помощью манги, но и сам способ объяснения основательно отличается от используемого в традиционных учебниках. Во-первых, книга даёт представление о том, что именно делает дифференциальное и интегральное исчисление и для чего оно нужно. Пока вы этого не поймёте, вы не сможете его правильно использовать. Вы просто окажетесь в жалком положении зазубривания формул и правил. Эта книга объясняет все формулы, основанные на идее приближения первого порядка, помогая вам визуализировать значение формул и с лёгкостью их понять. Благодаря этому уникальному методу обучения вы можете быстро и легко перейти от дифференцирования к интегрированию. Более того, я позаимствовал оригинальный метод объяснения дифференцирования и интегрирования тригонометрических и показательных функций, который не описывается в обычных учебниках, — обычно это остаётся какой-то тарабарщиной для многих людей даже после многократных объяснений. Эта книга также идёт дальше, объясняя даже разложение в ряд Тейлора и определение частной производной. Наконец, я привлёк трёх постоянных потребителей исчисления: физику, статистику и экономику, чтобы они составили часть этой книги, предоставив множество примеров практического применения дифференциального и интегрального исчисления. Благодаря всем этим уловкам вы сможете воспринимать исчисление не как трудную науку, а как полезный инструмент.

Я опять же подчеркну: всё это стало возможным благодаря манге. Почему при чтении манги вы можете получить больше информации, чем при чтении романа? Потому что манга — это визуальные данные, представленные в виде комиксов. Исчисление — это ветвь математики, описывающая динамические явления. Таким образом, изучение дифференциального и интегрального исчисления с помощью манги является отличной идеей. Теперь переверните страницу и насладитесь красивой мангой по дифференцированию и интегрированию.

*Хироюки Кодзима
Ноябрь 2005*

* Манга — японские комиксы.

СОДЕРЖАНИЕ

Пролог.	
ЧТО ТАКОЕ ФУНКЦИЯ	1

Глава 1.	
ДИФФЕРЕНЦИРУЕМ ФУНКЦИИ!	15
1.1. Аппроксимация функций.....	16
1.2. Относительная погрешность	27
1.3. Применение производных.....	32
1.4. Вычисление производной.....	39
1.5. Упражнения к главе 1	41

Глава 2.	
ИЗУЧАЕМ ПРИЁМЫ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ!	43
2.1. Производная суммы функций	48
2.2. Производная произведения функций.....	53
2.3. Дифференцирование многочленов.....	62
2.4. Нахождение максимумов и минимумов	64
2.5. Теорема о среднем	72
2.6. Производная частного от деления функций	74
2.7. Производная сложной функции.....	75
2.8. Производная обратной функции	75
2.9. Формулы для дифференцирования	76
2.10. Упражнения к главе 2	76

Глава 3.

ИНТЕГРИРУЕМ ФУНКЦИИ! 77

- 3.1. Найдём концентрацию спирта 82
- 3.2. Основная теорема интегрирования..... 91
- 3.3. Применение формул интегрирования 95
- 3.4. Применение основной теоремы интегрирования ... 101
- 3.5. Сводка по основной теореме интегрирования 110
- 3.6. Упражнения к главе 3 112

Глава 4.

ИЗУЧАЕМ ПРИЁМЫ ИНТЕГРИРОВАНИЯ!..... 113

- 4.1. Танцы и тригонометрические функции 114
- 4.2. Косинус и тень.....120
- 4.3. Интегрирование тригонометрических функций123
- 4.4. Показательная и логарифмическая функции129
- 4.5. Обобщение показательной и логарифмической функций.....133
- 4.6. Свойства показательной и логарифмической функций.....138
- 4.7. Другие применения основных теорем140
- 4.8. Упражнения к главе 4142

Глава 5.

ИЗУЧАЕМ РАЗЛОЖЕНИЕ В РЯД ТЕЙЛОРА!.....143

- 5.1. Асагакэ Таймс. Главный офис144
- 5.2. Как получить разложение в ряд Тейлора153
- 5.3. Разложение различных функций в ряд Тейлора.....158
- 5.4. Что даёт Разложение в ряд Тейлора.....159
- 5.5. Упражнения к главе 5176

Глава 6.

ИЗУЧАЕМ ЧАСТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ!.....177

- 6.1. Функции нескольких переменных178
- 6.2. Линейные функции нескольких переменных182
- 6.3. Частные производные.....189
- 6.4. Полные дифференциалы195
- 6.5. Условия существования экстремумов197
- 6.6. Применение частных производных в экономике... 200
- 6.7. Частная производная сложной функции.
Цепное правило..... 204
- 6.8. Упражнения к главе 6216

Эпилог.

ЗАЧЕМ НУЖНА МАТЕМАТИКА?.....217

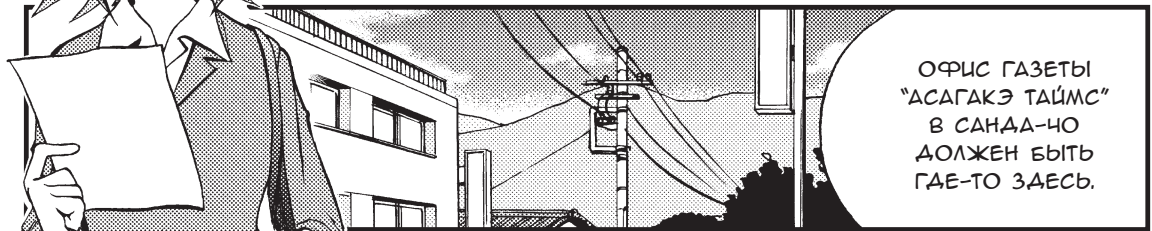
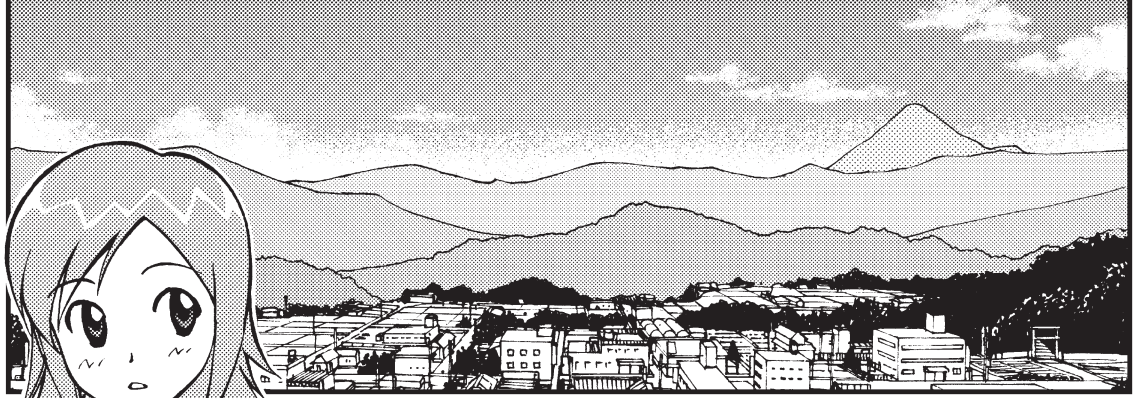
ПРИЛОЖЕНИЯ..... 223

- П.1. Решения к упражнениям..... 224
- П.2. Основные формулы, теоремы и функции 227
- П.3. Алфавитный перечень..... 230

ПРОЛОГ

ЧТО ТАКОЕ ФУНКЦИЯ





ОФИС ГАЗЕТЫ
"АСАГАКЭ ТАЙМС"
В САНДЭ-ЧО
ДОЛЖЕН БЫТЬ
ГДЕ-ТО ЗДЕСЬ.



ТОЛЬКО ПОДУМАТЬ —
Я, НОРИКО ХИКИМА,
ЖУРНАЛИСТ! ЗДЕСЬ
НАЧИНАЕТСЯ МОЯ
КАРЬЕРА!

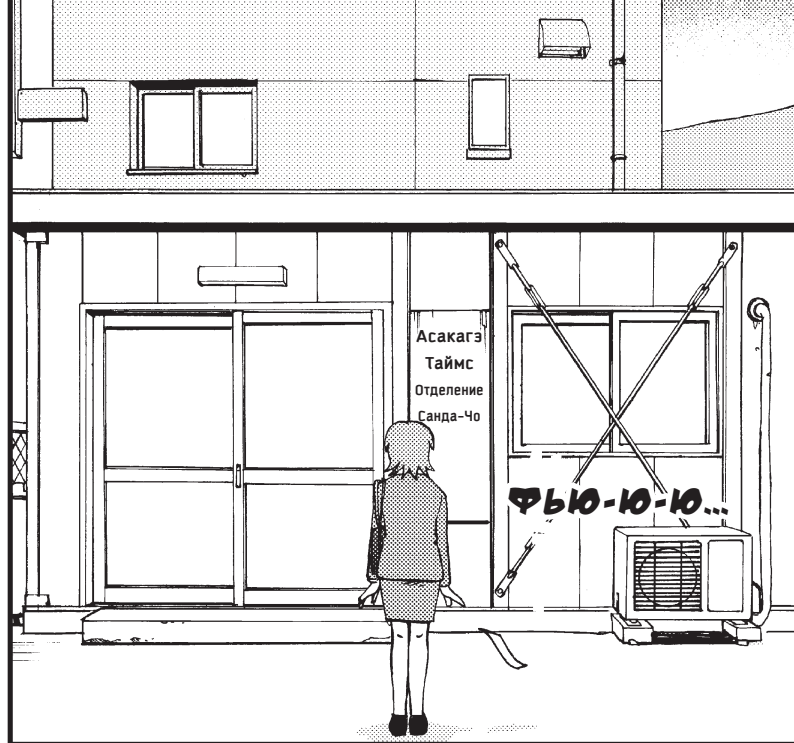


ЭТО МАЛЕНЬКАЯ
ГАЗЕТА И ВСЕГО ЛИШЬ
МЕСТНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ.
НО Я ВСЁ ЖЕ
ЖУРНАЛИСТ!

Я БУДУ
МНОГО
ТРУДИТЬСЯ!



Асакагэ
Таймс
Отделение
Санда-Чо

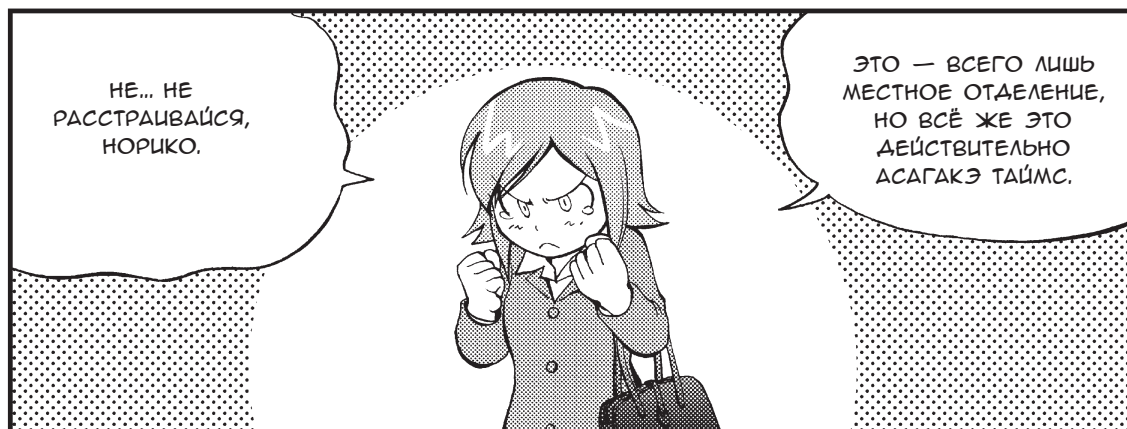


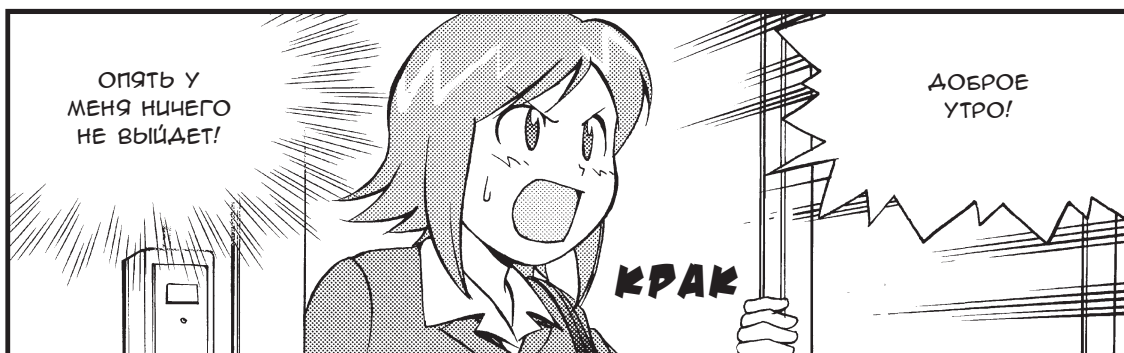
О, НЕТ! ЭТО ЖЕ
СБОРНЫЙ ДОМИК!

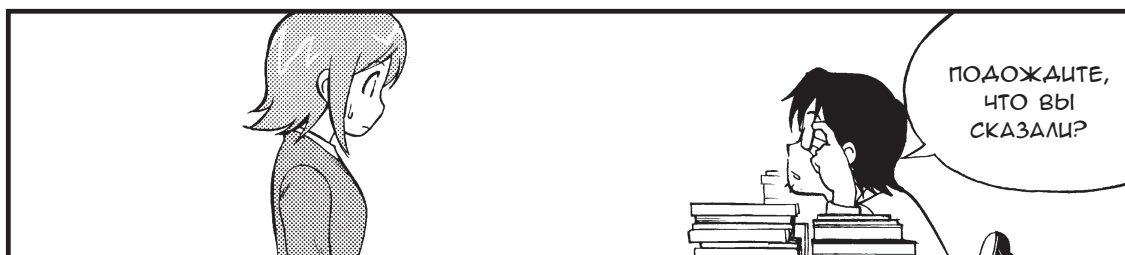
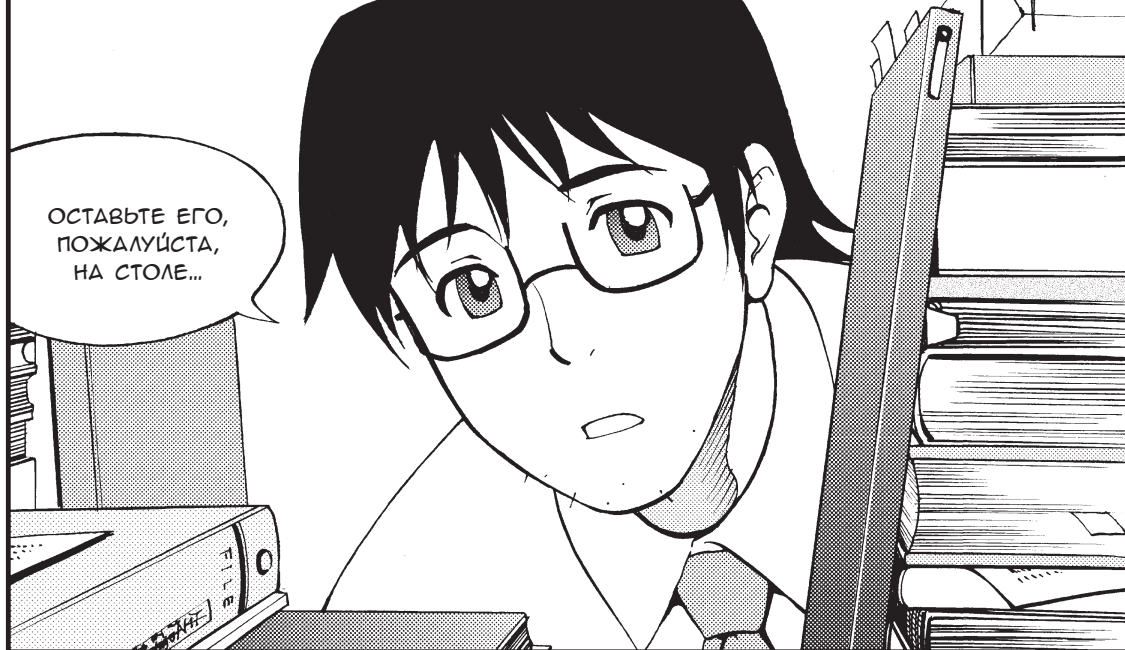


НЕ... НЕ
РАССТРАИВАЙСЯ,
НОРИКО.

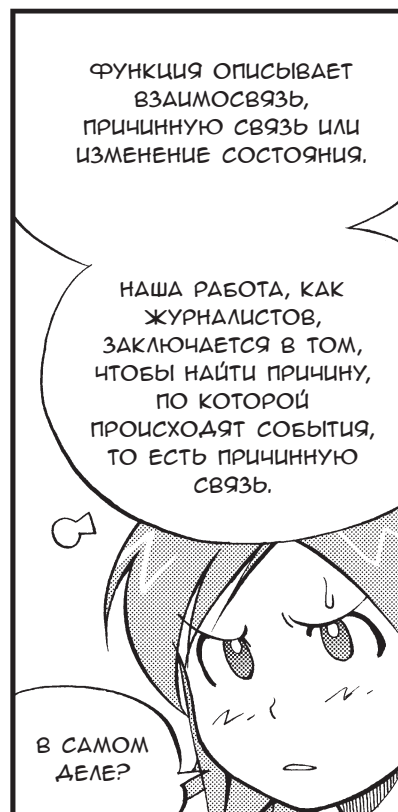
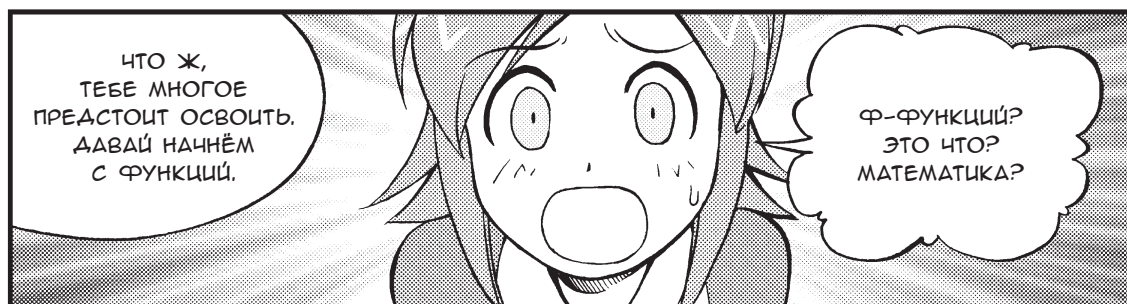
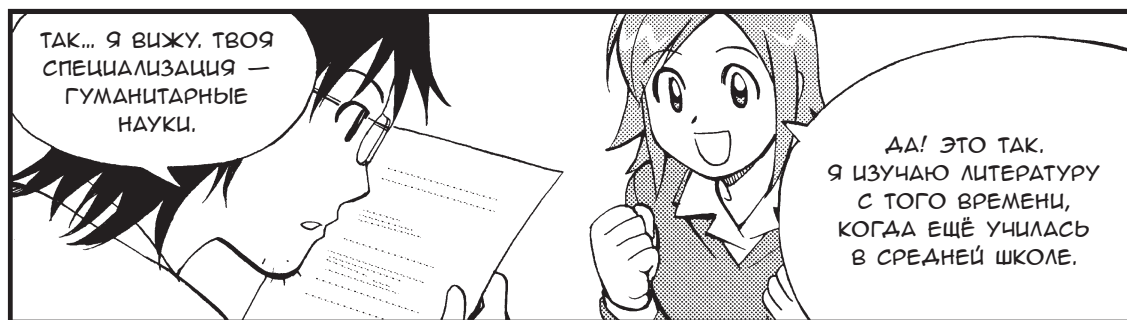
ЭТО — ВСЕГО ЛИШЬ
МЕСТНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ,
НО ВСЁ ЖЕ ЭТО
ДЕЙСТВИТЕЛЬНО
АСАГАКЭ ТАЙМС.

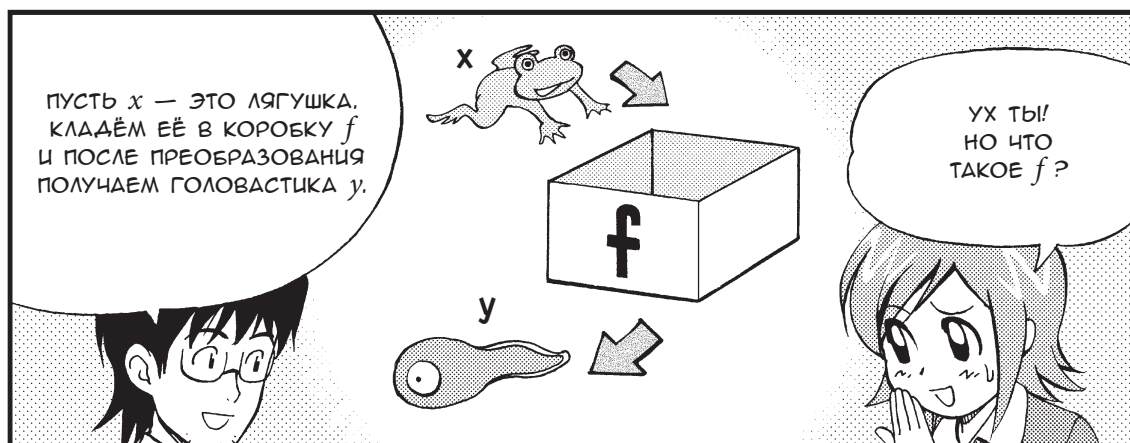


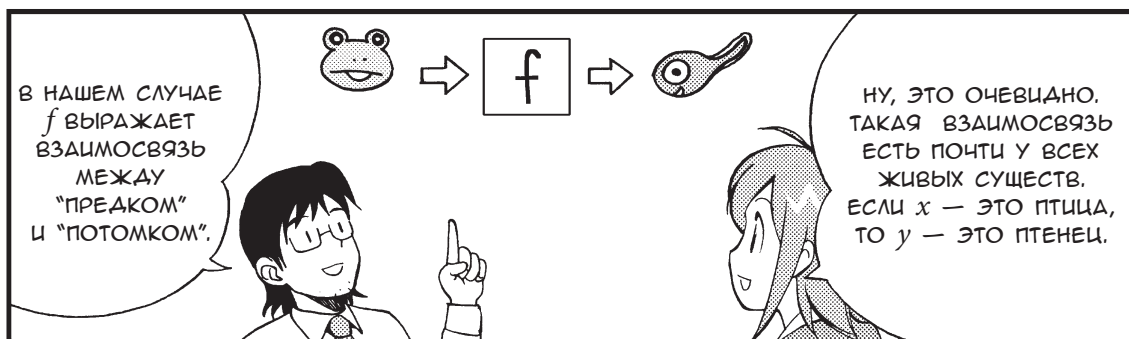


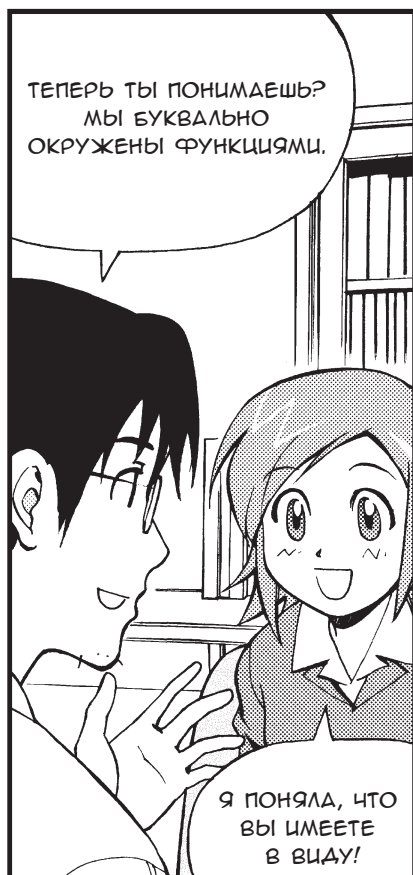












ТЕПЕРЬ ТЫ ПОНИМАЕШЬ?
МЫ БУКВАЛЬНО
ОКРУЖЕНЫ ФУНКЦИЯМИ.

Я ПОНЯЛА, ЧТО
ВЫ ИМЕЕТЕ
В ВИДУ!



У НАС С ТОБОЙ
ВПЕРЕДИ МНОГО
ВРЕМЕНИ, ЧТОБЫ
ПОДУМАТЬ ОБ ЭТИХ
ВЕЩАХ СПОКОЙНО.

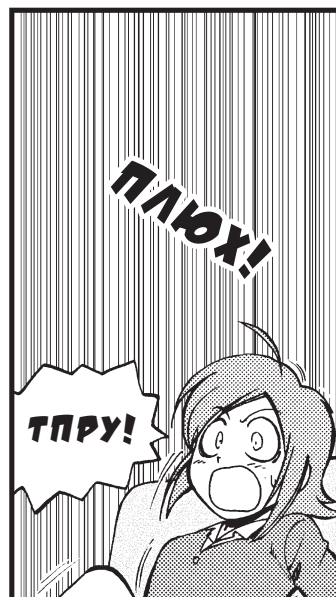


ВЕЩИ, О КОТОРЫХ ТЫ
ЗАЕСЬ УЗНАЕШЬ,
МОГУТ КОГДА-НИБУДЬ
ОКАЗАТЬСЯ ПОЛЕЗНЫМИ.



У НАС МАЛЕНЬКИЙ
ОФИС, НО Я НАДЕЮСЬ,
ЧТО ТЫ ПОКАЖЕШЬ
СЕБЯ С ЛУЧШЕЙ
СТОРОНЫ.

ДА... Я
ПОСТАРАЮСЬ.



ПЛЮХ!

ТПРУ!

