

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
-------------------	---

Часть I

ИЗМЕНЧИВЫЙ ОБРАЗ ВЕЧНОСТИ

1. Когда Эйнштейн прогуливался с Гёделем	11
2. Время — великая иллюзия?	29

Часть II

ЧИСЛА В МОЗГЕ, В ОБЩЕСТВЕ И НА ПЛАТОНОВСКИХ НЕБЕСАХ

3. С числами в ладу, или Нейрофизиология математики	39
4. Дзета-гипотеза Римана и смех простых чисел	57
5. Сэр Фрэнсис Гальтон, отец статистики... и евгеники	77

Часть III

МАТЕМАТИКА ЧИСТАЯ И НЕЧИСТАЯ

6. Роман с математикой	101
7. Аватары высшей математики	115
8. Бенуа Мандельброт и открытие фракталов	131

Часть IV
БОЛЬШИЕ РАЗМЕРНОСТИ,
АБСТРАКТНЫЕ КАРТЫ

9. Геометрические создания 151
10. Комедия красок 171

Часть V
БЕСКОНЕЧНОСТЬ БОЛЬШАЯ И МАЛАЯ

11. Видения о бесконечном.
Георг Кантор против Дэвида Фостера Уоллеса 189
12. Обожествление бесконечности.
Почему русские ей поклоняются, а французы нет. 199
13. Опасная идея бесконечно малого 215

Часть VI
О ГЕРОИКЕ, ТРАГИЗМЕ
И КОМПЬЮТЕРНОЙ ЭПОХЕ

14. Парадокс Ады.
Была ли дочь Байрона первым кодировщиком? 243
15. Алан Тьюринг. Жизнь,
логика и смерть 259
16. Доктор Стрейнджлав
изобретает мыслящую машину 278
17. Умнее, счастливее,
производительнее. 291

Часть VII
ИЗМЕНЧИВАЯ КАРТИНА КОСМОСА

18. Войны вокруг теории струн.
Равна ли красота истине? 312
19. Эйнштейн,
«призрачное действие» и реальность пространства 329
20. Чем кончится Вселенная? 345

Часть VIII
ЭТЮДЫ НА СКОРУЮ РУКУ.
КОРОТКИЕ ЭССЕ

Карлик-великан	367
Конец близок	371
Смерть. Так ли это плохо?	375
Зеркальная война	380
Астрология и проблема демаркации.	384
Гёдель против Конституции США.	388
Закон наименьшего действия	392
Прекрасная теорема Эмми Нётер.	396
Принудительна ли логика?	400
Проблема Ньюкома и парадокс выбора.	405
Право на несуществование	411
Эй, кто-нибудь, поправьте Гейзенберга!	415
Излишняя самоуверенность и парадокс Монти Холла	420
Суровый закон эпонимии	424
Сознание камня	428

Часть IX
БОГ, СВЯТОСТЬ, ИСТИНА
И ПРОЧАЯ ЧУШЬ

21. Докинз и божественное	435
22. О святости в миру	445
23. Истина и референция: философские междоусобицы	456
24. Говори что угодно	484
Дополнительная литература.	502
Благодарности	507

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эти заметки написаны за последние двадцать лет. При отборе я руководствовался следующими принципами. Прежде всего это глубина, мощь и просто красота идей, о которых в них рассказано. Теория относительности Эйнштейна (и специальная, и общая), квантовая механика, теория групп, бесконечность и бесконечно малые величины, теория вычислимости Тьюринга и «проблема разрешимости», теоремы о неполноте Гёделя, простые числа и дзета-гипотеза Римана, теория категорий, топология, пространства высоких размерностей, фракталы, регрессионный анализ и кривая нормального распределения, теория истины — все это входит в число самых восхитительных интеллектуальных достижений, с какими мне приходилось сталкиваться (и к тому же воспитывает смирение). И все они описаны на этих страницах. Мой идеал — светская беседа за коктейлем: лаконично и занятно рассказать любознательному другу о чем-то очень глубоком и сложном, ограничившись самой сутью дела (и, возможно, начирикав что-то наспех на салфетке). Моя цель — просветить неопфита, а заодно показать все под новым углом, что порадует и специалиста. И ни в коем случае не даст заскучать.

Во-вторых, меня заботил человеческий фактор. Все эти идеи подарили нам живые люди, прожившие весьма яркую жизнь. Зачастую в биографиях основоположников великих идей прослеживается нотка абсурда. Создатель современной статистики (и человек, первым задавший

вопросом о соотношении ролей природы и воспитания в становлении личности) сэр Фрэнсис Гальтон был типичным викторианским ученым-педантом, отправился исследовать африканские буши и пережил там комичные злоключения. А центральной фигурой в истории «проблемы четырех красок» был чудаковатый математик и специалист по древним языкам Перси Хивуд, которого друзья прозвали «Котиком» за пышные кошачьи усы.

Однако чаще их биографии окрашены трагически. Эварист Галуа, создатель теории групп, погиб на дуэли, не дожив и до 21 года. Автор самых революционных идей в математике за последние полвека Александр Гротендик окончил свои бурные дни полусумасшедшим отшельником в Пиренеях. Творец теории бесконечности Георг Кантор увлекся каббалистическим мистицизмом и умер в сумасшедшем доме. Ада Лавлейс, икона киберфеминизма, в честь которой назвали язык программирования, используемый Министерством обороны США, страдала нервными кризисами из-за навязчивой идеи, что она должна искупить грехи своего отца лорда Байрона, на чьем счету был инцест — любовная связь со сводной сестрой. Дмитрий Егоров и Павел Флоренский, великие русские ученые, разрабатывавшие теорию бесконечности, были обвинены в антиматериалистическом спиритуализме и погибли в сталинском ГУЛАГе. Курт Гёдель, величайший логик современности, уморил себя голодом из-за параноидального убеждения, что против него составлен вселенский заговор и его хотят отравить. Дэвид Фостер Уоллес, о чьих попытках подойти к теории бесконечности я еще расскажу, повесился. А Алан Тьюринг, человек, который придумал компьютер, решил главную логическую задачу своего времени и спас бесчисленное множество жизней, взломав нацистский код «Энигмы», покончил с собой по не вполне понятным причинам, съев начиненное цианидом яблоко.

Третий принцип составления этого сборника — философский. Все представленные идеи оказывают опреде-

ляющее воздействие на наши фундаментальные представления о мире (метафизику), на то, как мы приобретаем и проверяем знания (эпистемологию), и даже на то, как мы строим свою жизнь (этику).

Начнем с метафизики. Идея бесконечно малого заставляет задаться вопросом, на что больше похожа реальность — на бочонок патоки (континуум) или на грудку песка (дискретное множество). Теория относительности Эйнштейна либо ставит под сомнение наше представление о времени, либо — если принимать в расчет хитроумные рассуждения Гёделя — вовсе исключает его. Квантовая запутанность заставляет усомниться в реальности пространства, поскольку из нее следует, что мы, вероятно, живем в голографической Вселенной. Теория вычислимости Тьюринга подталкивает к переосмыслению материальной основы разума и сознания.

Теперь возьмем эпистемологию. Большинство великих математиков утверждают, что способны заглянуть в вечное царство абстрактных форм, лежащее вне пределов обыденного мира. Как же они взаимодействуют с этим, по всей видимости, платоновским миром, как черпают в нем знания? Вдруг они фундаментально заблуждаются и математика при всем ее могуществе и полезности, в сущности, сводится к тавтологии, вроде утверждения «Рыжая корова — это корова»? Чтобы наглядно подойти к этому вопросу, я показываю его под другим углом и рассматриваю задачу, которую принято считать величайшей нерешенной проблемой математики, — дзета-гипотезу Римана.

Романтические представления об обретении знаний свойственны и физикам. Если у них нет надежных экспериментальных или наблюдательных данных, на которые можно опереться, они полагаются на чувство прекрасного — именно так без тени смущения называет их эстетическое чутье нобелевский лауреат Стивен Вайнберг. Почти весь прошлый век равенство «красота = истина» физиков не подводило. Но не сбило ли оно их с пути

в последние годы — о чем я и спрашиваю в своем эссе «Войны теории струн»?

И наконец, этика. Эти эссе не раз и не два затрагивают морально-этические вопросы. Евгенические программы в Европе и в США, стимулом для которых послужили теоретические рассуждения сэра Фрэнсиса Гальтона, стали кровавым доказательством того, как наука извращает этику. Наша сегодняшняя жизнь стремительно преобразуется под влиянием компьютера, и это должно заставить нас основательно задуматься о природе счастья и творческой самореализации, что и я делаю в эссе «Умнее, счастливее, продуктивнее». А неизбывные страдания, которыми полон наш мир, вынуждают спросить, есть ли пределы требованиям, которые налагает на нас мораль, о чем я и пишу в «Моральной святости». Последнее эссе в этой книге, «Говори что угодно», начинается со знаменитого определения Гарри Франкфурта: чушь — не враждебность истине, а безразличие к ней. Затем мы посмотрим на картину в целом и разберем, почему философы называют истину — может быть, ошибочно? — «соотношением» между языком и миром. Это эссе с его несколько парадоксальной окраской сводит воедино области метафизики, эпистемологии и этики, отчего сборник приобретает завершенность — надеюсь, не только мнимую.

А чтобы меня не обвинили в непоследовательности, позвольте выразить уверенность (уж не самонадеянную ли?), что и «Принцип Коперника», и «Теоремы о неполноте Гёделя», и «Принцип неопределенности Гейзенберга», и «Парадокс Ньюкома», и «Задача Монти Холла» представляют собой исключения из закона Стиглера об эпонимии (см. стр. 424).

*Дж. Х.
Нью-Йорк, 2017 г.*

1

Когда Эйнштейн прогуливался с Гёделем

В 1933 году Альберт Эйнштейн переехал в Америку. Все свои величайшие открытия он уже совершил. Последние двадцать два года жизни он провел в Принстоне, в штате Нью-Джерси, в качестве приглашенной звезды среди сотрудников Института передовых исследований. Новое место вполне устраивало Эйнштейна, а все трудности он преодолевал по мере поступления. «Принстон — чудесный уголок и к тому же крайне занятый тихий омут, где крошечные полубоги на тонких ножках вершат свои церемонии», — заметил он как-то раз. Каждое утро начиналось у него с неспешной прогулки из дома на Мерсер-стрит, 112, в свой кабинет в институте. К этому времени он стал одним из самых знаменитых и к тому же самых узнаваемых людей на планете — с его неподражаемой седой гривой и в мешковатых штанах на подтяжках.

Через десять лет после прибытия в Принстон Эйнштейн нашел себе спутника для этих прогулок — человека много моложе, который рядом с вечно растрепанным Эйнштейном казался особенно элегантным: белый льняной костюм и шляпа в тон. Приятели оживленно болтали по-немецки сначала утром, всю дорогу

до института, а затем под вечер, по пути домой. Человека в костюме узнавали далеко не все горожане, однако Эйнштейн разговаривал с ним как с равным — как с ученым, в одиночку совершившим понятийную революцию. Эйнштейн своей теорией относительности перевернул наши привычные представления о физическом мире, а его младший спутник Курт Гёдель столь же радикально переписал картину абстрактного мира математики.

Гёдель, которого часто называли величайшим логиком со времен Аристотеля, был фигурой странной и в конечном итоге трагической. Эйнштейн был веселый жизнелюб и душа компании, а Гёдель всегда отличался серьезностью, замкнутостью и пессимизмом. Эйнштейн обожал играть на скрипке, любил Бетховена и Моцарта, а у Гёделя были совсем иные вкусы: его любимым фильмом была диснеевская «Белоснежка и семь гномов», а когда его жена поставила в саду розового фламинго, он объявил, что это *furchtbar herzig* — «жуть какая прелесть». Эйнштейн был большим ценителем сытной немецкой кухни и никогда не боролся со своим здоровым аппетитом, а рацион ипохондрика Гёделя состоял из сливочного масла, детского питания и слабительных. И хотя в личной жизни Эйнштейна были свои драмы, друзья и коллеги знали его как человека с легким характером, который везде чувствует себя как дома. А у Гёделя, наоборот, была склонность к паранойе. Он верил в призраков, страшно боялся отравления газами из холодильника, отказывался выходить из дома, когда в город приезжали некоторые выдающиеся математики — по всей видимости, из опасения, что они попытаются его убить. «Хаос — это всегда лишь видимость», — повторял он: первая аксиома параноика.

Хотя другие сотрудники института считали мрачного логика тяжелым и непрístupным, Эйнштейн

твердил, что ходит на работу «только ради чести прогуляться до дома с Куртом Гёделем». Отчасти, вероятно, дело было в том, что Гёделя репутация Эйнштейна ничуть не смущала и он не стеснялся ставить под сомнение его идеи. Физик Фримен Дайсон, который тоже работал тогда в институте, отмечал: «Гёдель был... единственным из наших коллег, кто гулял и разговаривал с Эйнштейном на равных». Да, Эйнштейн и Гёдель словно стояли на ступень выше остального человечества, но верно и другое: по словам Эйнштейна, они оба стали «музейными экспонатами». Эйнштейн так и не принял квантовую теорию Нильса Бора и Вернера Гейзенберга. Гёдель полагал, что математические абстракции столь же реальны, как столы и стулья, — а философы считают такие представления смешными и наивными. И Гёдель, и Эйнштейн утверждали, что мир не зависит от нашего сознания, однако рационально устроен и умопостижаем. Объединенные чувством интеллектуальной изоляции, они находили утешение в обществе друг друга. «Они больше ни с кем не хотели разговаривать, — говорил еще кто-то из сотрудников института. — Только друг с другом».

Многих интересовало, о чем же они беседуют. Резонно предположить, что одной из тем была политика. (Эйнштейн разделял взгляды Эдлая Стивенсона и в 1952 году был вне себя, когда узнал, что Гёдель решил голосовать за Дуайта Эйзенхауэра). Несомненно, говорили они и о физике. Гёдель был прекрасно подкован в этой области, он разделял недоверие Эйнштейна к квантовой теории, но скептически относился и к более старой идее физиков предложить взамен «единую теорию поля», которая объединила бы все известные взаимодействия в детерминистскую систему. Обоим нравились задачи «неподдельной важности», как называл их Эйнштейн, — задачи, относящи-

еся к базовым элементам реальности. Гёделя особенно занимала природа времени — вопрос философский, как говорил он другу. Как такая «загадочная и, по всей видимости, противоречивая» сущность, недоумевал он, может «формировать основу мира и нашего существования»? Эйнштейн обладал некоторыми профессиональными знаниями в этой области.

За несколько десятилетий до этого, в 1905 году, Эйнштейн доказал, что время в привычном понимании и ученых, и простых людей — лишь фикция. И это было далеко не единственное его достижение в тот год. В начале 1905 года двадцатипятилетний Эйнштейн работал инспектором в патентном бюро в Берне. Получить докторскую степень по физике ему не удалось, и он временно отказался от мыслей о карьере ученого, признавшись приятелю, что «вся эта комедия ему наскучила». Недавно он прочитал книгу Анри Пуанкаре, величайшего французского математика, где были сформулированы три фундаментальные нерешенные задачи науки. Первой из них был «фотоэлектрический эффект»: как ультрафиолетовое излучение выбивает электроны из поверхности металлической пластинки? На втором месте было «броуновское движение»: почему частички пыльцы в воде движутся хаотичными зигзагами? На третьем — «светоносный эфир», который якобы заполнял все пространство и служил средой для распространения световых волн подобно тому, как звуковые волны распространяются в воздухе, а океанские — в воде: почему никакие эксперименты не обнаружили доказательств, что Земля движется сквозь эфир?

Каждая из этих задач в принципе могла бы выявить глубинную простоту природы, в которой Эйнштейн был убежден. Безвестный клерк в одиночку, безо всяких связей с научным сообществом, легко решил все три. Свои решения он изложил в четырех статьях,

написанных в марте, апреле, мае и июне 1905 года. В мартовской статье о фотоэлектрическом эффекте Эйнштейн сделал вывод, что свет состоит из отдельных частиц, которые впоследствии назвали фотонами. В апрельской и майской статьях он окончательно доказал существование атомов, дал теоретическую оценку их размеров и показал, что их столкновения вызывают броуновское движение. В июньской статье, посвященной задаче об эфире, Эйнштейн рассказал о теории относительности. А затем, словно на бис, опубликовал в сентябре трехстраничную заметку, в которой содержалась самая знаменитая формула за всю историю науки: $E = mc^2$.

В этих статьях было что-то волшебное, к тому же они затронули самые глубокие убеждения научного сообщества. Однако особое место по масштабу и дерзости занимает июньская статья Эйнштейна. На тридцати страницах он сухо и лаконично переписал законы физики. Начал он с двух жестких принципов. Во-первых, законы физики абсолютны, они действуют одинаково для всех наблюдателей. Во-вторых, абсолютна и скорость света, она тоже одинакова для всех наблюдателей. Второй принцип не так очевиден, как первый, однако подсказан той же логикой. Поскольку свет — это электромагнитная волна, о чем было известно еще в XIX веке, его скорость определяется законами электромагнетизма, а эти законы должны быть одинаковы для всех наблюдателей, поэтому все должны видеть, что свет движется с одной и той же скоростью, независимо от системы отсчета. Но все же со стороны Эйнштейна было большой смелостью принять принцип постоянства скорости света, поскольку следствия из него были попросту абсурдны.

Предположим для живости и наглядности, что скорость света — 100 километров в час. Теперь предпо-

ложим, что я стою на обочине дороги и вижу, как мимо пролетает с этой самой скоростью луч света. Затем я вижу, как вы едете вслед лучу на автомобиле со скоростью 60 километров в час. С моей точки зрения световой луч летит быстрее вас на 40 километров в час. Но получается, что вы за рулем машины видите, как световой луч улетает от вас со скоростью 100 километров в час, как будто вы стоите: этого требует принцип постоянства скорости света. А если вы надавите на газ и разгонитесь до 99 километров в час? Теперь я вижу, что свет мчится быстрее вас лишь на один километр в час. Но для вас в салоне машины луч по-прежнему улетает вперед со скоростью 100 километров в час, несмотря на то что ваша скорость возросла. Как же так? Разумеется, скорость равна расстоянию, поделенному на время. Очевидно, что чем быстрее вы мчитесь в автомобиле, тем короче становится ваша линейка и тем медленнее тикают ваши часы относительно моих, иначе нам не достичь согласия по поводу скорости света. (Если бы я достал бинокль и посмотрел на ваш разгоняющийся автомобиль, то увидел бы, что его длина сократилась, а вы внутри движетесь будто в замедленной съемке.) Тогда Эйнштейн принял соответствующим образом переформулировать законы физики. Чтобы сделать их абсолютными, он сделал время и расстояние относительными.

Особенно поражало, что он пожертвовал абсолютным временем. Исаак Ньютон считал, что время — самое объективное, универсальное и трансцендентное из всех природных явлений: «Абсолютное, истинное математическое время... безо всякого отношения к чему-либо внешнему протекает равномерно», — пишет он на первых страницах своих «Начал»^{*}. Однако Эйн-

^{*} Здесь и далее пер. А. Крылова.

штейн понимал, что с нашей точки зрения время — лишь следствие из опыта взаимодействия с ритмичными явлениями: сердцебиением, вращением планет вокруг своей оси и по орбитам, тиканьем часов. «Все наши суждения, в которых время играет какую-либо роль, всегда являются суждениями об одновременных событиях. Если я, например, говорю: “Этот поезд прибывает сюда в 7 часов”, — то это означает примерно следующее: “Указание маленькой стрелки моих часов на 7 часов и прибытие поезда суть одновременные события”» («К электродинамике движущихся тел»^{*}), — писал Эйнштейн в своей июньской статье. Если события происходят на каком-то расстоянии друг от друга, судить об одновременности можно, только посылая в обе стороны световые сигналы. Опираясь на эти основные принципы, Эйнштейн доказал, что мнение наблюдателя об «одновременности» двух событий зависят от его движения. Иначе говоря, никакого всеобщего «сейчас» не существует. Когда разные наблюдатели делят хронологическую ось на прошлое, настоящее и будущее по-разному, из этого следует, что все моменты сосуществуют с равной вероятностью и одинаково реальны.

Выводы Эйнштейна были продуктом чистой мысли, возникшим из самых строгих предположений о природе вещей. Прошло больше ста лет с тех пор, как он их сделал, и теперь мы знаем, что их подтвердил целый ряд экспериментов. Однако когда Эйнштейн подал статью об относительности, изданную в 1905 году, как диссертацию, ее отклонили (и тогда он подал взамен апрельскую статью о размерах атомов, у которой, по его мнению, было меньше шансов отпугнуть экзаменаторов, и ее приняли, но лишь после того, как Эйнштейн добавил одно предложение, чтобы соот-

^{*} Пер. А. Базя, Л. Пузикова и А. Сазыкина.

ветствовать требованиям об объеме текста). Когда в 1921 году Эйнштейн получил Нобелевскую премию по физике, ее присудили за работу о фотоэлектрическом эффекте. Шведская Академия запретила ему даже упоминать об относительности в нобелевской речи. Но вышло так, что Эйнштейн не смог попасть на церемонию в Стокгольм. Нобелевскую речь он прочитал в Гетеборге, а в первом ряду сидел король Густав V. Его величество пожелал узнать о теории относительности, и Эйнштейн повиновался.



В 1906 году, через год после *annus mirabilis*, года чудес, Эйнштейна, в городе Брно (на территории нынешней Чешской Республики) родился Курт Гёдель. Ребенком Гёдель был и любознательным — родители и брат прозвали его «герр Варум» («господин Почему»), — и нервным. В пять лет у него, судя по всему, было легкое тревожно-невротическое расстройство. В восемь он пережил тяжелейшую ревматическую атаку, после чего всю жизнь был убежден, что у него непоправимые нарушения работы сердца и это смертельно.

В 1924 году Гёдель поступил в Венский университет. Он собирался изучать физику, но вскоре его пленила своей красотой математика, особенно мысль о том, что абстракции вроде чисел и окружностей существуют вечно и неизменно, независимо от человеческого сознания. Это учение называется платонизм, поскольку происходит от теории идей Платона, и всегда было популярно среди математиков. Однако в венских философских кругах двадцатых годов платонизм считался безнадежно устаревшим. В богатейшей культуре венских кафе процветали всевозможные интеллектуальные направления, но наибольшую из-