

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	11
ГЛАВА I. АРИФМЕТИКА. АЛГЕБРА	13
§ 1. Натуральные числа	15
1.1. Десятичная запись натуральных чисел	15
1.2. Арифметические действия над натуральными числами. Степень с натуральным показателем	16
1.3. Делимость натуральных чисел	18
1.4. Признаки делимости	19
1.5. Простые и составные числа	20
1.6. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное	21
1.7. Деление с остатком	23
<i>Примеры заданий № 1</i>	24
§ 2. Дроби	28
2.1. Обыкновенная дробь. Основное свойство дроби. Сравнение дробей	28
2.2. Арифметические действия с обыкновенными дробями	31
2.3. Десятичная дробь. Сравнение десятичных дробей	32
2.4. Арифметические действия с десятичными дробями	33
2.5. Нахождение части от целого и целого по его части	35
2.6. Представление обыкновенной дроби в виде десятичной. Бесконечные периодические десятичные дроби	36
2.7. Округление чисел	37
<i>Примеры заданий № 2</i>	38
2.8. Проценты	41
2.9. Нахождение процентов от величины и величины по её процентам	42
2.10. Отношение. Процентное отношение	43
2.11. Пропорции	45
2.12. Прямая и обратная пропорциональные зависимости ..	46
<i>Примеры заданий № 3</i>	47
§ 3. Рациональные числа	51
3.1. Целые числа. Рациональные числа	51

Содержание

3.2. Координатная прямая	52
3.3. Модуль числа. Сравнение рациональных чисел	52
3.4. Арифметические действия с рациональными числами	54
<i>Примеры заданий № 4.</i>	56
§ 4. Целые выражения.	60
4.1. Буквенное выражение (выражение с переменными). Алгебраические выражения	60
4.2. Свойства степени с натуральным показателем	60
4.3. Одночлен	62
4.4. Многочлен. Степень многочлена. Корень многочлена с одной переменной	63
4.5. Сложение, вычитание и умножение многочленов	65
4.6. Квадрат суммы и квадрат разности. Формула разности квадратов	66
4.7. Формулы суммы кубов и разности кубов.	67
4.8. Разложение многочленов на множители	68
<i>Примеры заданий № 5.</i>	70
§ 5. Дробные выражения	74
5.1. Алгебраические (рациональные) дроби.	74
5.2. Тожество. Тожественные преобразования выражений	75
5.3. Основное свойство рациональной дроби. Сокращение дробей	75
5.4. Действия с алгебраическими дробями	76
<i>Примеры заданий № 6.</i>	79
5.5. Степень с нулевым и целым отрицательным показателями.	84
5.6. Стандартный вид числа	85
<i>Примеры заданий № 7.</i>	86
§ 6. Корень из числа	89
6.1. Квадратный корень. Арифметический квадратный корень	89
6.2. Свойства арифметического квадратного корня.	90
6.3. Тожественные преобразования выражений, содержащих квадратные корни.	91
6.4. Корень третьей степени	93

Содержание

6.5. Запись корня с помощью степени с дробным показателем	94
6.6. Понятие об иррациональном числе. Десятичные приближения иррациональных чисел	94
6.7. Понятие о множестве. Числовые множества. Множество действительных чисел	95
<i>Примеры заданий № 8.</i>	98
§ 7. Уравнения с одной переменной	103
7.1. Общие сведения об уравнениях с одной переменной	103
7.2. Линейное уравнение с одной переменной	105
7.3. Квадратное уравнение	106
7.4. Теорема Виета	108
7.5. Квадратный трёхчлен. Разложение квадратного трёхчлена на множители	109
<i>Примеры заданий № 9.</i>	111
7.6. Рациональные уравнения.	114
7.7. Метод замены переменной	115
<i>Примеры заданий № 10.</i>	117
§ 8. Функции	120
8.1. Понятие функции. Область определения и область значений функции	120
8.2. Способы задания функции	121
8.3. График функции	123
8.4. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Возрастание и убывание функции. Наибольшее и наименьшее значения функции	125
8.5. Чтение графиков функций, отображающих реальные процессы.	127
8.6. Линейная функция и её свойства. Прямая пропорциональность	129
8.7. Обратная пропорциональная зависимость. Функция $y = \frac{k}{x}$, где $k \neq 0$, и её свойства	131
<i>Примеры заданий № 11.</i>	133
8.8. Квадратичная функция и её свойства	146
8.9. Функция $y = \sqrt{x}$ и её свойства	150
8.10. График функции $y = \sqrt[3]{x}$	151
8.11. Функция $y = x $ и её свойства	152

Содержание

8.12. Решение уравнений графическим методом	152
<i>Примеры заданий № 12.</i>	154
§ 9. Уравнения с двумя переменными	165
9.1. Решение уравнения с двумя переменными. График уравнения	165
9.2. Системы уравнений с двумя переменными. Решение систем уравнений графическим методом	167
9.3. Методы решения систем двух уравнений с двумя переменными	171
<i>Примеры заданий № 13.</i>	174
§ 10. Текстовые задачи	179
10.1. Решение текстовых задач с помощью уравнений	179
<i>Примеры заданий № 14.</i>	181
10.2. Решение текстовых задач с помощью систем уравнений.	185
<i>Примеры заданий № 15.</i>	187
10.3. Решение текстовых задач арифметическим способом	189
<i>Примеры заданий № 16.</i>	190
10.4. Практико-ориентированные задачи	193
<i>Примеры заданий № 17 [Зонт]</i>	199
<i>Примеры заданий № 18 [Лист]</i>	205
<i>Примеры заданий № 19 [Печь]</i>	210
<i>Примеры заданий № 20 [Шины]</i>	216
<i>Примеры заданий № 21 [Квартира]</i>	222
§ 11. Неравенства	224
11.1. Числовые неравенства и их свойства.	224
11.2. Оценка значений числовых выражений с помощью свойств числовых неравенств	226
11.3. Общие сведения о неравенствах с одной переменной	228
11.4. Числовые промежутки	229
11.5. Линейные неравенства с одной переменной. Системы линейных неравенств	230
11.6. Квадратные неравенства	233
<i>Примеры заданий № 22.</i>	235

§ 12. Числовые последовательности.	241
12.1. Понятие последовательности.	241
12.2. Способы задания последовательности.	242
12.3. Арифметическая прогрессия.	244
12.4. Сумма n первых членов арифметической прогрессии.	245
12.5. Геометрическая прогрессия. Формула сложных процентов	246
12.6. Сумма n первых членов геометрической прогрессии.	249
12.7. Сумма бесконечной геометрической прогрессии, модуль знаменателя которой меньше единицы.	250
<i>Примеры заданий № 23.</i>	250
§ 13. Элементы комбинаторики, теории вероятностей, описательной статистики	254
13.1. Комбинаторные задачи. Перебор вариантов.	254
13.2. Комбинаторные правила суммы и произведения.	256
13.3. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков	257
13.4. Статистика. Статистические характеристики.	259
13.5. Частота и вероятность случайного события.	261
13.6. Достоверные и невозможные события. Равновозможные события. Классическое определение вероятности.	263
13.7. Представление о геометрической вероятности.	266
<i>Примеры заданий № 24.</i>	267
ГЛАВА II. ГЕОМЕТРИЯ	275
§ 14. Простейшие геометрические фигуры и их свойства	277
14.1. Прямая, луч, отрезок. Измерение отрезков.	277
14.2. Угол. Измерение углов.	279
14.3. Смежные и вертикальные углы.	280
14.4. Перпендикулярные прямые. Угол между пересекающимися прямыми. Перпендикуляр и наклонная. Расстояние от точки до прямой.	281
<i>Примеры заданий № 25.</i>	282

§ 15. Параллельные прямые	286
15.1. Признаки параллельности прямых	286
15.2. Свойства параллельных прямых	287
<i>Примеры заданий № 26</i>	289
§ 16. Треугольник	291
16.1. Элементы треугольника. Равные треугольники	291
16.2. Виды треугольников	293
16.3. Признаки равенства треугольников	294
16.4. Свойства равнобедренного треугольника	296
16.5. Признаки равнобедренного треугольника	297
16.6. Сумма углов треугольника. Свойство внешнего угла треугольника	298
16.7. Неравенство треугольника. Зависимость между величинами сторон и углов треугольника	300
16.8. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Свойства прямоугольного треугольника	301
16.9. Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках . .	303
16.10. Средняя линия треугольника	305
16.11. Подобные треугольники	306
16.12. Признаки подобия треугольников	307
<i>Примеры заданий № 27</i>	309
16.13. Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике	315
16.14. Теорема Пифагора	316
16.15. Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника	317
16.16. Синус, косинус, тангенс и котангенс угла от 0° до 180°	320
16.17. Теорема косинусов	322
16.18. Теорема синусов	323
<i>Примеры заданий № 28</i>	324
§ 17. Окружность и круг	329
17.1. Понятие о геометрическом месте точек. Примеры ГМТ	329
17.2. Окружность и круг, их элементы	330
17.3. Свойства элементов окружности	332
17.4. Касательная и секущая к окружности	333
17.5. Взаимное расположение двух окружностей	335
17.6. Окружность, описанная около треугольника	336

Содержание

17.7. Окружность, вписанная в треугольник	338
17.8. Центральные и вписанные углы. Градусная мера дуги окружности	340
17.9. Длина окружности	341
<i>Примеры заданий № 29</i>	342
§ 18. Многоугольник	350
18.1. Четырёхугольник и его элементы	350
18.2. Параллелограмм и его свойства	351
18.3. Признаки параллелограмма	353
18.4. Прямоугольник, ромб, квадрат	356
<i>Примеры заданий № 30</i>	357
18.5. Трапеция. Средняя линия трапеции	362
18.6. Четырёхугольник, вписанный в окружность	364
18.7. Четырёхугольник, описанный около окружности	365
18.8. Сумма углов выпуклого многоугольника	366
18.9. Правильные многоугольники	367
<i>Примеры заданий № 31</i>	369
§ 19. Площадь и объём	376
19.1. Понятие площади многоугольника. Площадь прямоугольника	376
19.2. Площадь параллелограмма и трапеции	377
19.3. Формулы для нахождения площади треугольника	378
19.4. Площадь круга. Площадь сектора	380
19.5. Формулы объёмов прямоугольного параллелепипеда, куба и шара	381
<i>Примеры заданий № 32</i>	381
§ 20. Декартовы координаты на плоскости	389
20.1. Координатная плоскость	389
20.2. Формула расстояния между двумя точками. Координаты середины отрезка	390
20.3. Уравнение фигуры. Уравнение окружности	392
20.4. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом	394
20.5. Графическая интерпретация неравенств с двумя переменными	396
<i>Примеры заданий № 33</i>	396

Содержание

§ 21. Векторы на плоскости	400
21.1. Понятие вектора. Модуль вектора. Коллинеарные векторы. Равные векторы	400
21.2. Координаты вектора	402
21.3. Сложение и вычитание векторов	404
21.4. Умножение вектора на число	407
21.5. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам	408
21.6. Скалярное произведение векторов	409
<i>Примеры заданий № 34.</i>	411
§ 22. Геометрические преобразования	416
22.1. Движение фигуры. Параллельный перенос	416
22.2. Осевая симметрия	417
22.3. Центральная симметрия	419
22.4. Поворот	422
22.5. Гомотетия. Подобие фигур	424
<i>Примеры заданий № 35.</i>	426
Ответы к примерам заданий.	434
ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ.	447
Пояснения к демонстрационному варианту контрольных измерительных материалов основного государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ	449
Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов основного государственного экзамена 2023 года по МАТЕМАТИКЕ	450
Система оценивания экзаменационной работы по математике	467
Образец бланков ответов	475

ПРЕДИСЛОВИЕ

На основной государственной экзамен (ОГЭ) по математике выносятся темы, рассматриваемые в курсах математики 5–6 классов, алгебры и геометрии 7–9 классов. Основой подготовки к ОГЭ является организация систематического повторения материала, изученного в 5–9 классах. Существует целый ряд способов реализации этой задачи. Например, можно использовать школьные учебники. Неудобства такого подхода очевидны: во-первых, надо иметь под рукой все школьные учебники по математике соответствующих этапов её изучения; во-вторых, поиск необходимого материала может привести к немалой потере времени. Гораздо удобнее использовать пособие, в котором в краткой форме изложены базовые факты: определения, теоремы, формулы, свойства математических объектов и т. п. Именно такую книгу вы держите в руках. Она представляет собой справочник для подготовки к ОГЭ по математике.

Это пособие содержит не только теоретический материал, необходимый для решения вариантов ОГЭ, но и значительное количество разобранных примеров, иллюстрирующих основные методы и приёмы решения задач.

Данный справочник выполняет также и свою традиционную роль — позволяет быстро найти нужную информацию: какими свойствами обладает степень с целым показателем, чему равна сумма n первых членов геометрической прогрессии, как найти дробь от числа, по какой формуле можно вычислить площадь трапеции и т. п.

Справочник состоит из двух глав. Первая глава «Арифметика. Алгебра» соответствует содержанию курсов математики 5–6 классов и алгебры 7–9 классов основной школы, вторая глава «Геометрия» — содержанию курса геометрии 7–9 классов. Каждая из глав разбита на параграфы. Их содержание отвечает кодификатору, на основании которого формируются задания для проведения ОГЭ по математике.

Предисловие

Понятно, что для успешного написания ОГЭ необходимо уметь решать задачи. Поэтому в справочник включён обширный дидактический материал. Каждый параграф содержит одну или две (в зависимости от объёма материала) проверочные работы в рубрике «Примеры заданий». Такое название рубрики связано с тем, что большинство представленных в ней задач аналогичны или близки по содержанию и форме к заданиям, предлагавшимся в разные годы на ОГЭ по математике.

Большинство проверочных работ состоит из двух частей. Задания второй части более сложные. Поэтому советуем приступать к их решению после того, как будут выполнены задания первой части.

Некоторые задания первой части представляют собой задачи, решение которых заключается в выборе одного правильного ответа из четырёх предложенных. Для таких задач в рубрике «Ответы к примерам заданий» указан номер правильного ответа.

В конце пособия представлен демонстрационный экзаменационный вариант, опубликованный на сайте fipi.ru. Изучив решения каждого задания, вам будет проще самостоятельно справиться с подобными вариантами.

Желаем вам успешной сдачи основного государственного экзамена по математике.

Авторы

ГЛАВА I

**АРИФМЕТИКА.
АЛГЕБРА**

§ 1. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

1.1. Десятичная запись натуральных чисел

Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 и т. д., используемые при счёте предметов, называют **натуральными**.

Все натуральные числа, записанные в порядке возрастания, образуют **ряд натуральных чисел** (или **натуральный ряд**). Первым числом натурального ряда является число 1, вторым — число 2, третьим — число 3 и т. д.

В натуральном ряде за каждым числом следует ещё одно число, большее предыдущего на единицу. Поэтому в натуральном ряде нет последнего числа. Следовательно, среди натуральных чисел есть наименьшее число — это число 1, но нет наибольшего.

Натуральные числа записывают с помощью специальных знаков, которые называют **цифрами**. Этих цифр десять:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

В записи числа в зависимости от места, занимаемого цифрой, она может обозначать разные числа. Например, в числе 172 цифра 7 обозначает число семьдесят, а в числе 7549 — обозначает число семь тысяч.

Место, занимаемое цифрой в записи числа, называют **разрядом**.

Если считать справа налево, то первое место в записи числа называют **разрядом единиц**, второе — **разрядом десятков**, третье — **разрядом сотен** и т. д. Например, в числе 7049 имеем 9 единиц разряда единиц, 4 единицы разряда десятков, 0 единиц разряда сотен и 7 единиц разряда тысяч.