

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4
Инструкция по выполнению экзаменационной работы	6
ВАРИАНТ С ПОДРОБНЫМ РАЗБОРОМ РЕШЕНИЙ	7
ВАРИАНТЫ ТРЕНИРОВОЧНЫХ РАБОТ	27
Вариант 1	27
Вариант 2	36
Вариант 3	45
Вариант 4	54
Вариант 5	63
Вариант 6	73
Вариант 7	82
Вариант 8	91
Вариант 9	100
Вариант 10	109
СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ	118
ОТВЕТЫ	122

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее пособие предназначено для подготовки девятиклассников к экзамену по математике. В пособие включены варианты, которые охватывают в совокупности все разделы содержания образовательного стандарта и позволяют проверить умения, которыми должен владеть выпускник основной школы. Перед тренировочными вариантами в сборнике представлен **вариант с подробным разбором решений каждого задания**. Изучив решения каждого экзаменационного задания, вам будет проще самостоятельно справиться с остальными вариантами.

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий базового уровня с кратким ответом, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом: 4 задания повышенного уровня и 2 задания высокого уровня сложности.

При проверке базовой математической компетентности (часть 1) учащиеся должны продемонстрировать владение основными алгоритмами, знание и понимание ключевых элементов содержания, умение пользоваться математической записью, применять знания при решении математических задач, а также использовать математические знания в простейших практических ситуациях.

В этой части предусмотрены следующие формы ответа: выбор из четырёх вариантов, краткий ответ, установление соответствия.

Правильное выполнение каждого задания части 1 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным, если указан номер верного ответа или вписан сам ответ, или правильно соотнесены объекты двух множеств в зависимости от типа задания. Если ответ неверный или отсутствует, выставляется 0 баллов. Максимальное количество баллов за выполнение заданий первой части работы — 19.

Часть 2 содержит задания повышенной сложности. Эти задания направлены на проверку следующих качеств: уверенное владение формально-оперативным алгебраическим аппаратом; умение решить планиметрическую задачу, применяя теоретические знания курса геометрии; умение решить комплексную задачу, включающую в себя знания из разных тем курса; умение грамотно и ясно записать решение, приводя необходимые пояснения и обоснования; владение широким спектром приёмов и способов рассуждений.

Все задания части 2 требуют записи решений и ответов. Главное требование к решению — оно должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждения автора работы, в остальном решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством просвещения РФ.

Наибольшее количество баллов за вторую часть работы — 12. Максимальный балл за выполнение всей экзаменационной работы — 31.

На экзамене разрешается использовать справочные материалы, которые приводятся в конце книги. Калькуляторы на экзамене не используются.

Выполнение предлагаемых тренировочных заданий позволит качественно подготовиться к сдаче ОГЭ по математике.

Данное пособие может быть полезно как учащимся для самостоятельной работы, так и учителям школ, готовящим школьников к итоговой аттестации.

В связи с возможными изменениями в формате и количестве заданий рекомендуем в процессе подготовки к экзамену обращаться к материалам сайта официального разработчика экзаменационных заданий — Федерального института педагогических измерений: www.fipi.ru.

ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

ВАРИАНТ С ПОДРОБНЫМ РАЗБОРОМ РЕШЕНИЙ

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина — 3,7 м, ширина — 2 м, высота — 2 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице представлены характеристики трёх печей.

Номер печи	Тип	Объём помещения (куб. м)	Масса (кг)	Стоимость (руб.)
1	Дровяная	11–13	39	15 000
2	Дровяная	10–15	44	20 000
3	Электрическая	12–19	10	14 000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 7500 руб.

1

Установите соответствие между объёмами помещения и номерами печей, для которых данный объём является наименьшим для отопления помещений.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объём	10	11	12
Номер печи			

Ответ: _____.

Решение.

В таблице из условия мы рассматриваем два столбца (они выделены цветом): номер печи и объём помещения.

Покажем соответствие между объёмом и номером печи с помощью подчёркивания, курсива и изменения шрифта.

Номер печи	Тип	Объём помещения (куб. м)	Масса (кг)	Стоимость (руб.)
<u>1</u>	Дровяная	<u>11</u> –13	39	15 000
2	Дровяная	10–15	44	20 000
3	Электрическая	12–19	10	14 000

Таким образом, таблица будет заполнена как показано ниже.

Объём	<i>10</i>	<u>11</u>	12
Номер печи	2	<u>1</u>	3

Ответ: 213

2 На сколько рублей покупка дровяной печи, подходящей по объёму парного отделения, обойдётся дороже электрической без учёта установки?

Ответ: _____.

Решение.

По условию задачи хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина $a = 3,7$ м, ширина $b = 2$ м, высота $c = 2$ м. Найдём объём парного отделения: $V = abc = 3,7 \cdot 2 \cdot 2 = 14,8$ (м³). Для объёма 14,8 м³ подходит дровяная печь под номером 2 стоимостью 20 000 руб. и электрическая печь под номером 3 стоимостью 14 000 руб. Все данные взяты из таблицы условия. Чтобы узнать, на сколько рублей покупка дровяной печи, подходящей по объёму парного отделения, обойдётся дороже электрической без учёта установки, надо выполнить вычисление: $20\,000 - 14\,000 = 6000$ руб.

Ответ: 6000

3 Во сколько рублей обойдётся покупка электрической печи с установкой и доставкой, если доставка печи до дачного участка будет стоить 600 рублей?

Ответ: _____.

Решение.

По условию задания электрическая печь стоит 14 000 руб. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 7500 руб.

Доставка печи до дачного участка составляет 600 руб.

Следовательно, стоимость покупки электрической печи с установкой и доставкой можно вычислить так: $14\,000 + 7500 + 600 = 22\,100$ руб.

Стоимость (руб.)	Установка (руб.)	Доставка (руб.)	К оплате (руб.)
14 000	7500	600	$14\,000 + 7500 + 600 = 22\,100$

Ответ: 22 100

4

На дровяную печь, масса которой равна 44 кг, сделали скидку 15 %. Сколько рублей стала стоить печь?

Ответ: _____.

Решение.

Масса 44 кг у печи номер 2. В соответствии с таблицей её стоимость составляет 20 000 руб. Скидка в 15 % от стоимости печи уменьшит цену на 3000 руб., значит, цена будет равна 17 000.

Стоимость (руб.)	Скидка (руб.)	Новая стоимость (руб.)
20 000	15 % от 20 000 $20\,000 \cdot 0,15 = 3000$	$20\,000 - 3000 = 17\,000$

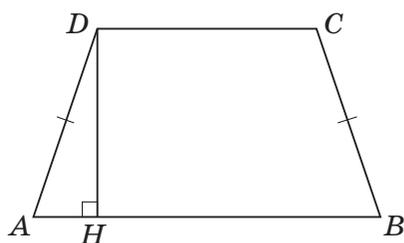
Ответ: 17 000

5

Хозяин выбрал дровяную печь. Заслонка на печь имеет форму равнобедренной трапеции, с основаниями 70 см и 80 см и высотой 40 см. Найдите площадь заслонки в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.

Решение.



Заслонка на печь имеет форму равнобедренной трапеции $ABCD$ ($AD = CB$), с основаниями $DC = 70$ см, $AB = 80$ см и высотой $DH = 40$ см.

В формулу для площади трапеции $S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \cdot DH$ подставим числовые значения для оснований и высоты и найдём площадь заслонки.

$$S_{ABCD} = \frac{80 + 70}{2} \cdot 40 = 3000.$$

Ответ: 3000

6

Найдите значение выражения $-\frac{6}{25} + 0,16 \cdot (0,26 : 0,1 - 3,1)$.

Ответ: _____.

Решение.

Найдём значение выражения по действиям.

- 1) $0,26 : 0,1 = 2,6$ (при делении на $0,1$ число которое делится, увеличится в 10 раз);
- 2) $2,6 - 3,1 = -0,5$ (чтобы из меньшего числа вычесть большее, надо от большего числа отнять меньшее и поставить знак минус перед разностью);
- 3) $0,16 \cdot (-0,5) = -0,08$ (при умножении чисел разного знака в ответе получится отрицательное число);
- 4) $-0,24 + (-0,08) = -0,32$ (число $6/25$ заменим на $0,24$, т. е. переведём обыкновенную дробь в десятичную).

Ответ: $-0,32$

7

Дана координатная прямая. На ней могут быть отмечены числа a , a^2 , a^3 . Какое из перечисленных чисел наименьшее? В ответе укажите номер верного ответа.



- | | |
|----------|---------------|
| 1) a | 3) a^3 |
| 2) a^2 | 4) нет данных |

Ответ:

Решение.

На числовой прямой отмечен промежуток от -1 до 0 .



На этом промежутке отмечена точка « a », которая расположена ближе к нулю, чем к минус единице. Можем её примерно принять за $-0,3$.

Рассмотрим выражения:

$$a = -0,3;$$

$$a^2 = (-0,3)^2 = 0,09;$$

$$a^3 = (-0,3)^3 = -0,027.$$

Расставив их значения в порядке возрастания, получим последовательность чисел $-0,3 < -0,027 < 0,09$. Меньшее число — $-0,3$. В условии это «1) a ».

Ответ: 1

8 Сократите дробь $\frac{5^{n+1} - 5^n}{2 \cdot 5^n}$.

Ответ: _____.

Решение.

По свойству степени с суммой в показателе, можно выражение $5^{(n+1)}$ записать, как произведение степеней (по свойству степени с суммой). Получим: $5^{(n+1)} = 5^n \cdot 5^1 = 5^n \cdot 5$.

Далее в числителе дроби вынесем за скобку выражение 5^n и сократим на него числитель и знаменатель:

$$\frac{5^{n+1} - 5^n}{2 \cdot 5^n} = \frac{5^n \cdot 5 - 5^n}{2 \cdot 5^n} = \frac{5^n(5 - 1)}{2 \cdot 5^n} = 2.$$

Ответ: 2

9 Решите уравнение $\frac{x + 6,5}{9x - 8} = \frac{x + 6,5}{8x - 9}$.

Если уравнение имеет несколько корней, то в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

Решение.

Вид записи нашего уравнения $\frac{x + 6,5}{9x - 8} = \frac{x + 6,5}{8x - 9}$ имеет вид записи **пропорции** $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (где a и d — крайние члены пропорции, b и c — средние члены пропорции), поэтому, чтобы решить наше уравнение, надо применить свойство пропорции:

$$ad = bc$$

(произведение крайних чисел пропорции равно произведению средних чисел пропорции).

$$(x + 6,5) \cdot (8x - 9) = (x + 6,5) \cdot (9x - 8).$$

! Ни в коем случае не сокращаем на множитель $(x + 6,5)$, это приведёт к потере корня $x = -6,5$.

Переносим всё в одну сторону около равенства, выносим за скобку этот множитель и дальше уже рассматриваем уравнение в виде **произведения множителей с переменной, которое равно нулю**.

Решая уравнение такого вида нужно приравнять к нулю каждый множитель и решать отдельные уравнения.

$$(x + 6,5) \cdot (8x - 9) - (x + 6,5) \cdot (9x - 8) = 0;$$

$$(x + 6,5) \cdot (8x - 9 - 9x + 8) = 0;$$

$$(x + 6,5) \cdot (-x - 1) = 0;$$

$$x + 6,5 = 0 \text{ и } -x - 1 = 0.$$

Корень первого уравнения $-6,5$, а корень второго уравнения -1 .

Итак, $-6,5 < -1$, поэтому в ответ выбираем $-6,5$.

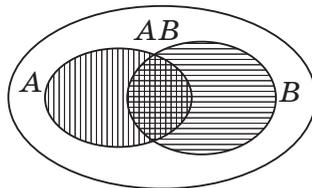
Ответ: $-6,5$

10

Международные финансовые аналитики провели исследование и выяснили, что вероятность роста курса евро к доллару в следующем месяце составляет $0,52$, вероятность роста курса швейцарского франка к доллару — $0,34$, а вероятность того, что вырастут курсы обеих европейских валют к доллару, — $0,18$. Найдите вероятность того, что вырастет курс по крайней мере одной европейской валюты.

Ответ: _____.

Решение.



Пусть событие A — это рост курса евро к доллару, событие B — рост курса швейцарского франка к доллару, событие C — рост курса обеих европейских валют к доллару ($C = A \cdot B$).

События A и B совместные, а **вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:**

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0,52 + 0,34 - 0,18 = 0,68.$$

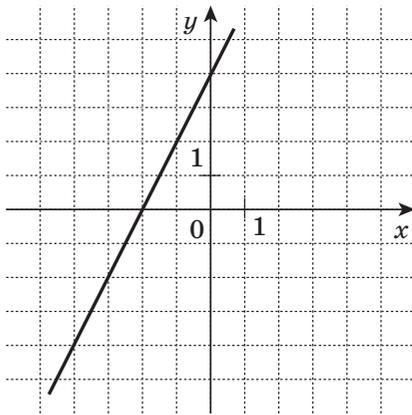
Ответ: $0,68$

11

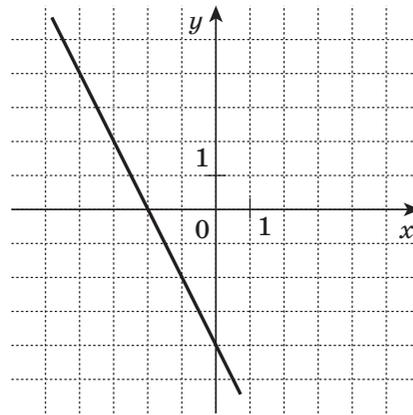
Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают. Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам АБВ (без пробелов и запятых).

ГРАФИКИ

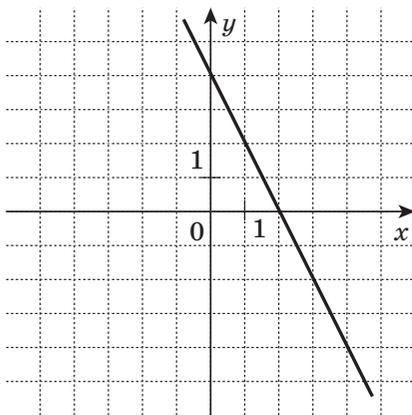
А)



В)



Б)



ФОРМУЛЫ

1) $y = 2x + 4$

2) $y = -2x + 4$

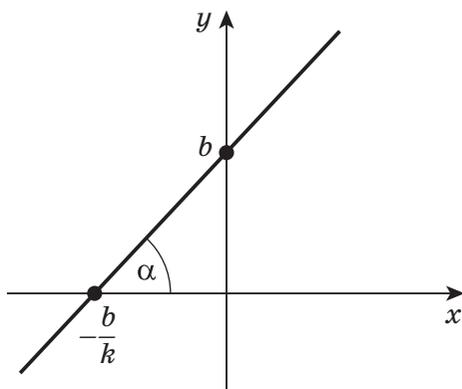
3) $y = -2x - 4$

Ответ:

А	Б	В



Немного теории.



$y = kx + b$, где k, b — действительные числа.

График — **прямая**.

Угловым коэффициентом $k = \operatorname{tg} \alpha$.

b — ордината точки пересечения графика с осью y .