

Глава 17

17.1. Чётность

Уровень 1

1. Какое число называется чётным? Является ли чётным число 0?

2. Чётной или нечётной будет сумма двух чётных чисел? А двух нечётных? А пяти нечётных?

3. Обозначим буквой Ч чётные числа, а буквой Н — нечётные. Заполните пропуски так, чтобы получились верные соотношения:

$$\text{Ч} + \text{Ч} = \dots; \quad \text{Ч} \cdot \text{Ч} = \dots;$$

$$\text{Ч} + \text{Н} = \dots; \quad \text{Ч} \cdot \text{Н} = \dots;$$

$$\text{Н} + \text{Ч} = \dots; \quad \text{Н} \cdot \text{Ч} = \dots;$$

$$\text{Н} + \text{Н} = \dots; \quad \text{Н} \cdot \text{Н} = \dots;$$

$$\text{Ч} \cdot \text{Н} \cdot \dots \cdot \text{Н} = \dots; \quad \text{Н} \cdot \text{Н} \cdot \dots \cdot \text{Н} = \dots$$

4. Можно ли набрать 25 рублей десятью монетами достоинством 1 рубль, 3 рубля и 5 рублей?

5. Катя говорит, что знает четыре числа, сумма и произведение которых — нечётные числа. Права ли Катя?

6. Мышонок Жора умеет разгрызать кусок шоколада только на 3 части. Например, если у Жоры есть шоколадка, он может разделить её на 3 части, затем взять один из полученных кусков и разделить на 3 части уже его. Сможет ли Жора получить в итоге 100 кусков шоколада?

7. В классе, в котором поровну мальчиков и девочек, проходило голосование за проведение субботника. После подсчёта голосов учитель объявил, что решение проводить субботник принято большинством в 1 голос. Услышав это, школьник Алексей поднял руку и сказал, что такого не может быть. Как Алексей смог понять, что с подсчётом что-то не так?

8. Тюбик купил в магазине 20 тетрадей, 2 альбома для рисования, несколько карандашей по 6 рублей 20 копеек и несколько ластиков по 4 рубля. Ему сказали, что в кассу следует уплатить

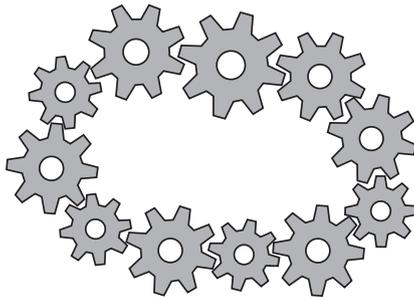
55 рублей 65 копеек. Тюбик попросил пересчитать стоимость покупки, и ошибка была устранена. Как Тюбик догадался, что она была допущена?

9. Во время турнира на метлах на Тома напали 25 привидений. Когда Том проскочил на метле мимо двух из них, они бросились на него, промахнулись и превратились в камни. Том повторял этот манёвр много раз. К концу турнира все привидения превратились в камни. Докажите, что кроме этого манёвра Том использовал колдовство.

10. Сложили пять натуральных чисел. Получили 2021. Сколько среди них может быть нечётных? А если чисел 2021?

Уровень 2

1. Могут ли все шестерёнки, изображённые на рисунке, крутиться одновременно?



2. Конь вышел из поля a_1 , сделал несколько ходов и вернулся в то же место. Докажите, что он сделал чётное количество ходов.

3. По кругу написано 7 натуральных чисел. Верно ли, что среди этих чисел найдутся два соседних, сумма которых чётна?

4. На доске написано равенство $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 = 20$ (вместо символов «*» в неизвестном порядке расставлены знаки «+» и «-»). Докажите, что это равенство не может быть верным.

5. Восемь кустов малины растут в ряд. Известно, что число ягод, растущих на любых двух соседних кустах, отличается на 1. Может ли общее количество ягод равняться 2021?

6. Флаттершай купила общую тетрадь в 96 листов и пронумеровала все страницы — от 1 до 192. Дискорд вырвал из неё 25 листов и сложил все 50 написанных на них чисел. Могло ли у него получиться 2010?

7. Разность двух целых чисел умножили на их произведение. Могли ли получить 20 212 021?

8. Выписав 6 чётных чисел, идущих подряд, Вася обнаружил, что самое большое из них вдвое больше самого маленького. Чему равно самое маленькое число?

Уровень 3

1. На этот раз Дискорд исправил две цифры в примере на умножение. Получилось

$$4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 = 2247.$$

Помогите Флаттершай восстановить исходный пример.

2. Записано четыре числа: 0, 0, 0, 1. За один ход разрешается прибавить 1 к любым двум из этих чисел. Можно ли за несколько ходов получить четыре одинаковых числа?

3. Бился Иван-Царевич со Змеем Горынычем, трёхглавым и трёххвостым. Одним ударом он мог срубить либо одну голову, либо один хвост, либо две головы, либо два хвоста. Но если срубить один хвост, то вырастут два; если срубить два хвоста — вырастает голова; если срубить голову — вырастет новая, а если срубить две головы, то не вырастет ничего. Сможет ли Иван-Царевич срубить все головы и хвосты Змею Горынычу?

4. Лиса и два медвежонка делят 100 конфет. Лиса раскладывает конфеты на три кучки; кому какая достанется — определяет жребий. Лиса знает, что если медвежатам достанется разное количество конфет, то они попросят её уравнять их кучки, и тогда она заберёт излишек себе. После этого все едят доставшиеся им конфеты.

а) Придумайте, как Лисе разложить конфеты по кучкам так, чтобы съест ровно 80 конфет (ни больше, ни меньше).

б) Может ли Лиса сделать так, чтобы в итоге съест ровно 65 конфет?

5. На чудо-дереве росли 30 апельсинов и 25 бананов. Каждый день садовник снимал ровно два фрукта. При этом если он снимал одинаковые фрукты, то на дереве появлялся новый банан, а если разные — новый апельсин. В конце концов на дереве остался один фрукт. Какой: банан или апельсин?

6. Тарас Павлович написал на доске 50 целых чисел. Яша заметил, что сумма любых 49 чисел нечётна. Чётна или нечётна сумма всех чисел?

7. Книга состоит из 10 рассказов объёмом 1, 2, 3, ..., 10 страниц соответственно. Первый рассказ начинается на первой странице книги, каждый рассказ начинается с новой страницы. Какое наибольшее количество рассказов может начинаться с нечётной страницы?

17.2. Задачи на закрепление и повторение

1. Крош перемножил 17 целых чисел и получил 1025, а Бараш сложил эти же числа и получил 100. Докажите, что кто-то из них ошибся.

2. Лист бумаги разрезали на три части, затем некоторые из полученных частей также разрезали на 3 части каждую и так проделали несколько раз. Может ли при подсчёте количества всех частей получиться число 2022 и почему?

3. По кругу сцепили несколько шестерёнок. Смогут ли они вращаться, если их было: а) двенадцать; б) тринадцать?

4. Котёнок Симба ежедневно съедает на 1 подушечку корма больше, чем в предыдущий день. Мог ли он за 10 дней съесть 1000 подушечек корма?

5. Три экскаватора различной мощности могут вырыть котлован, работая по отдельности: первый — за 10 дней, второй — за 12 дней, а третий — за 15 дней. За сколько времени они выкопают котлован, работая совместно?

6. Если выдать ученикам по 2 тетради, то 19 тетрадей останутся лишними. А если выдать по 3 тетради, шести тетрадей не хватит. Сколько всего учеников? А сколько тетрадей?

7. В актовом зале школы привезли стулья. Если их расставить по 25 штук в ряд, то четырёх стульев не хватит. Если же их расставить в такое же количество рядов по 24 стула в ряд, то двенадцать стульев останется. Сколько привезли стульев?

8. На изготовление 2100 деталей первая бригада затрачивает на 2 часа меньше, чем вторая, которая делает 420 деталей за 1 час. Сколько деталей за час делает первая бригада?

9. Вычислите $(206 \text{ м } 3 \text{ дм } 5 \text{ см}) \cdot 5 - (2 \text{ км } 16 \text{ м } 5 \text{ дм}) : 2$.

10. Вычислите $(1 \text{ т } 3 \text{ ц } 56 \text{ кг}) \cdot 6 + (13 \text{ ц } 45 \text{ кг}) : 4$.

11. Вычислите $5 \text{ сут } 15 \text{ с} - 34 \text{ ч } 46 \text{ мин}$.

12. На столе лежат пятиугольники и шестиугольники. Всего у них ровно 37 вершин. Сколько пятиугольников на столе?

13. Есть 6 карточек с цифрами 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Используя их, можно составить два трёхзначных числа, например 645 и 321. Вася составил эти числа так, что их разность оказалась самой маленькой из всех возможных. Найдите эту разность.

14. Число x таково, что при прибавлении к нему 2 получится то же самое, что при умножении его на 3. Что тогда надо к нему прибавить, чтобы получилось то же самое, что при умножении его на 6?

15. В букете 11 цветов, причём 5 из них красные, а 6 — розы. Какое наибольшее число белых гвоздик может быть в букете?

16. У весов сдвинута стрелка. Когда на весы положили пакет с детскими книгами, весы показали 5 кг. Когда на весы положили пакет с учебниками, весы показали 6 кг. Когда взвесили сразу оба пакета с книгами, весы показали 10 кг. Сколько на самом деле весил каждый пакет?

17. Периметр прямоугольника равен 320 см, одна из его сторон на 4 дм меньше другой. Найдите площадь квадрата, построенного на меньшей стороне прямоугольника.

18. Винни-Пух, Сова, Кролик и Пятачок съели 70 апельсинов, причём каждому досталось хотя бы по одному апельсину. Винни-Пух съел больше, чем каждый из остальных; Сова и Кролик съели вместе 45 апельсинов. Сколько апельсинов съел Пятачок?

19. Вычеркните из числа 1 429 870 три цифры так, чтобы получилось наименьшее число.

20. Расставьте в записи $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$ скобки так, чтобы получилось число 50.

21. Четыре белки съели 1999 орехов, каждая — не меньше чем 100 орехов. Первая белка съела больше всех орехов, вторая и третья вместе съели 1265 орехов. Сколько орехов съела первая белка?

22. Пять братьев делили наследство отца поровну. В наследстве было три одинаковых дома. Поскольку дома пилить нельзя, их взяли три старших брата, а меньшим выделили деньги: каждый из трёх братьев заплатил по 280 рублей, а меньшие братья разделили эти деньги между собой. Сколько рублей стоил дом?

23. В зоомагазине продают больших и маленьких птиц. Большая птица вдвое дороже маленькой. Леди, зашедшая в магазин, купила 5 больших птиц и 3 маленьких. Если бы она вместо этого купила 3 больших птиц и 5 маленьких, то потратила бы на 20 фунтов меньше. Сколько стоит каждая птица?