

ПРЕДИСЛОВИЕ

Дорогие семиклассники! На протяжении предыдущих шести лет изучения математики в школе вы рассматривали свойства чисел и действий над ними, выполняли преобразования выражений, решали уравнения и текстовые задачи, знакомились с некоторыми фигурами и их свойствами. Теперь вам предстоит осваивать математику на более высоком уровне, изучая две ее части – алгебру и геометрию. Надеемся, что пособие, которое вы держите в руках, будет верным помощником в изучении алгебры.

Слово «алгебра» произошло от арабского «ал-джабр» из названия научного труда «Китаб ал-джабр валь-мукабала» выдающегося узбекского ученого Абу Абдуллаха Мухаммада ибн Мусы аль-Хорезми (ок. 780–850) о приемах решения уравнений, который первым в мире выделил алгебру как отдельное научное направление в математике. Прием «ал-джабр» состоял в переносе вычитаемых из одной части уравнения в другую (например, $14x - 4 = 13x - 3$, $14x + 3 = 13x + 4$), а прием «валь-мукабала» – в удалении



Аль-Хорезми

из обеих частей уравнения одинаковых слагаемых ($14x - 13x = 4 - 3$).

В данном пособии изложен основной курс алгебры 7 класса, который представлен шестью разделами: «Степень с целым показателем», «Многочлены», «Формулы сокращенного умножения», «Линейные уравнения и неравенства с одной переменной», «Линейная функция. Системы линейных уравнений с двумя переменными», «Элементы статистики» (является дополнительным материалом), состоящими из нескольких тем. Каждый раздел начинается с целевых установок, что надо знать и уметь в результате его изучения. В каждой теме разделов, кроме пунктов для их повторения, содержится:

1) новый теоретический материал с заданиями для его первичного закрепления;

2) образцы решений примеров и задач;

3) контрольные вопросы для проверки усвоения теории;

4) упражнения трех уровней сложности *A*, *B* и *C* для формирования практических умений и навыков, последний из которых предназначен для тех, кто увлекается математикой;

5) упражнения для повторения ранее изученного материала, отмеченные символом \cup .

Также в каждой теме имеются практико-ориентированные задачи, задачи с межпредметным содержанием и «Занимательные задачи» для развития математических способностей и умений применять алгебраические знания в нестандартных ситуациях. В последних темах разделов размещены упражне-

ния для повторения, предназначенные для систематизации знаний и подготовки к контрольным работам, а также специальные задания под рубрикой «*Проверь себя!*». К упражнениям даются ответы и указания к поиску решения более трудных задач.

В конце разделов предлагаются исторические сведения, относящиеся к их содержанию, в которых имеется познавательный материал об истории развития изучаемых понятий и их свойств, об ученых, внесших большой вклад в развитие алгебры.

Желаем успехов!

Авторы

ПОВТОРЕНИЕ КУРСА МАТЕМАТИКИ 5-6 КЛАССОВ

В предыдущих классах изучали различные множества чисел (рис. 1) и действий над ними.

Множества чисел

Обозначения

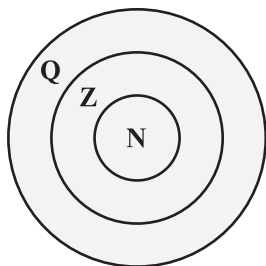


Рис. 1

N – множество натуральных чисел

$$(N = 1, 2, 3, \dots, n, \dots).$$

Z – множество целых чисел

$$(Z = \dots, -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots).$$

Q – множество рациональных чисел, состоящее из множества целых и дробных чисел.

Определения	Примеры
Противоположные числа: a и $-a$	5 и -5 ; $-3\frac{2}{7}$ и $3\frac{2}{7}$
Взаимно обратные числа: a и $\frac{1}{a}$, $a \neq 0$	5 и $\frac{1}{5}$; $-3\frac{2}{7} = -\frac{23}{7}$ и $-\frac{7}{23}$
Степень с натуральным показателем: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$, если $n > 1$ $a^1 = a$	$5^3 = 125$; $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$; $(-3)^2 = 9$; $(-4)^3 = -64$; $(-8)^1 = -8$
Модуль числа a : $ a = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0; \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$	$\left \frac{7}{8}\right = \frac{7}{8}$; $ 0 = 0$; $\left -\frac{3}{4}\right = \frac{3}{4}$

Законы действий над числами

1. $a + b = b + a.$

6. $a + 0 = a.$

2. $(a + b) + c = a + (b + c).$

7. $a + (-a) = 0.$

3. $ab = ba.$

8. $a \cdot 1 = a.$

4. $(ab)c = a(bc).$

9. $a \cdot 0 = 0.$

5. $a(b + c) = ab + ac.$

10. $a \cdot \frac{1}{a} = 1.$

Правила действий над обыкновенными дробями

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd};$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd};$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - cb}{bd};$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

Примеры вычисления значений числовых выражений

а) $\left(\frac{3}{4} + 0,5\right)\left(1\frac{1}{5} - 0,7\right) = (0,75 + 0,5)(1,2 - 0,7) =$
 $= 1,25 \cdot 0,5 = 0,625;$

б) $-\frac{\frac{3}{4} \cdot 2,5 \cdot 1,8}{-0,75 \cdot 4,5 \cdot \frac{5}{8}} = -\frac{3 \cdot 25 \cdot 18 \cdot 100 \cdot 10 \cdot 8}{4 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 75 \cdot 45 \cdot 5} = -1,6;$

в) объясните, почему выражение $25 : (25 : 25 - 1)$ не имеет числового значения (не имеет смысла).

Формула	Словесная формулировка
$s = vt$	Нахождение расстояния s , зная скорость v и время t движения
$P = 2(a + b)$ $S = ab$	Вычисление периметра P и площади S прямоугольника, где a и b – длины его сторон
$m = 2k$	Нахождение четного числа m , где $k \in \mathbf{N}$
$n = 2k + 1$	Нахождение нечетного числа n , где $k \in \mathbf{N}$
$p = 5k$	Нахождение числа p , кратного 5, где $k \in \mathbf{N}$
$b = aq + r$	Запись числа b , при делении которого на число a получается q и остаток r
$\overline{ab} = 10a + b$	Запись двузначного числа \overline{ab}
$V = abc$	Объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями a , b и c
$V = a^3$	Объем куба с ребром, равным a
$n = x \frac{p}{100}$	Нахождение $p\%$ от числа x
$x = \frac{n}{p} 100$	Нахождение числа x , если известно, что $p\%$ от него равны n
$v = \frac{q}{t}$	Нахождение производительности труда v , где q – количество продукции, t – время, затраченное на ее производство

Уравнения

Уравнение – это равенство с одной переменной.

Решить уравнение – значит найти все его корни.

Корень уравнения – это значение переменной, обращающее уравнение в верное числовое равенство.

Пример. Решить уравнение

$$3,2(x - 1,2) - 3(2x - 1) = 0.$$

Решение. Преобразуем левую часть уравнения, используя законы арифметических действий:

$$\begin{aligned} & 3,2(x - 1,2) - 3(2x - 1) = \\ & = 3,2x - 3,84 - 6x + 3 = -2,8x - 0,84. \end{aligned}$$

Получили уравнение $-2,8x - 0,84 = 0$. Решим его, используя зависимость между компонентами арифметических действий:

$$\begin{aligned} -2,8x &= 0 + 0,84; & -2,8x &= 0,84; \\ x &= 0,84 : (-2,8); & x &= -0,3. \end{aligned}$$

Проверка. $3,2(-0,3 - 1,2) - 3(2(-0,3) - 1) = 0;$
 $3,2(-1,5) - 3(-1,6) = 0; -4,8 + 4,8 = 0; 0 = 0.$

При подстановке значения $x = -0,3$ в исходное уравнение получилось верное числовое равенства. Значит, число $-0,3$ – корень уравнения.

Ответ: $-0,3$.

Упражнения

Уровень А

- а) Назовите наименьшее натуральное число.
б) Верно ли, что число 0 принадлежит множеству рациональных чисел?

- в) Верно ли, что одно из противоположных чисел всегда отрицательное?
- г) Может ли сумма каких-либо двух рациональных чисел быть меньше их разности?
- д) В каких случаях произведение двух чисел равно 0?
- е) Прокомментируйте законы действий над числами, записанные на с. 7.
- ж) Сформулируйте правила действий над обыкновенными дробями.
2. Вычислите наиболее простым способом:
- а) $1,48 \cdot 32,6 + 1,48 \cdot 67,4$; в) $1,4 \cdot 47 + 14 \cdot 5,3$;
 б) $169 \cdot 0,58 - 0,57 \cdot 169$; г) $0,77 \cdot 39 + 0,61 \cdot 77$.
3. Укажите число, противоположное значению выражения A и обратное значению выражения B , если:
- а) $A = 2,5 : 5 + \frac{1}{2} - \frac{0,8 \cdot 0,6}{4,8}$;
 б) $B = 5 : 2,5 - \frac{1}{2} + \frac{4,8}{0,8 \cdot 0,6}$.
4. Найдите три дроби с однозначным знаменателем, каждая из которых больше $\frac{7}{9}$, но меньше $\frac{8}{9}$.
5. а) Замените дробь $\frac{6}{11}$ десятичной дробью с двумя знаками после запятой. Укажите точность приближения.
 б) Проверьте, является ли число 0,17 приближенным значением дроби $\frac{3}{17}$ с точностью до 0,01.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ПОВТОРЕНИЕ КУРСА МАТЕМАТИКИ	
5–6 КЛАССОВ	6
I. СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ	17
1. Степень с натуральным показателем и ее свойства	18
2. Степень с целым показателем и ее свойства	27
3. Преобразование выражений, содержащих степени	38
4. Стандартный вид числа	44
5. Упражнения для повторения раздела «Степень с целым показателем»	50
II. МНОГОЧЛЕНЫ	55
6. Одночлены и действия над ними	56
7. Многочлены и действия над ними	64
7.1. Понятие многочлена	64
7.2. Действия над многочленами	66
8. Разложение многочленов на множители	76
8.1. Способы разложения многочленов на множители	76
8.2. Применение тождественных преобразований многочленов	79

9. Упражнения для повторения раздела «Многочлены»	86
--	----

III. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ 93

10. Формулы разности квадратов двух выражений, квадратов суммы и разности двух выражений	94
10.1. Разность квадратов двух выражений	94
10.2. Квадрат суммы и квадрат разности двух выражений	95
10.3. Применение формул сокращенного умножения	96
11. Формулы куба суммы и разности двух выражений, суммы и разности кубов двух выражений.	105
11.1. Куб суммы и куб разности двух выражений	105
11.2. Сумма и разность кубов двух выражений	107
12. Тождественные преобразования выражений с использованием формул сокращенного умножения	114
13. Упражнения для повторения раздела «Формулы сокращенного умножения»	123

IV. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ. 130

14. Линейные уравнения с одной переменной	131
15. Числовые неравенства и их свойства	136
15.1. Числовые неравенства и их свойства. Доказательство неравенств	136
15.2. Приближенные вычисления	142
16. Линейные неравенства с одной переменной . . .	152

17. Решение текстовых задач на составление уравнений и неравенств.	160
17.1. Текстовые задачи на составление уравнений	160
17.2. Текстовые задачи на составление неравенств	163
18. Уравнения и неравенства, содержащие выражения с переменной под знаком модуля	174
18.1. Уравнения с переменной под знаком модуля	174
18.2. Неравенства с переменной под знаком модуля	175
19. Упражнения для повторения раздела «Линейные уравнения и неравенства с одной переменной»	180

**V. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ.
СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ
С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ**

20. Понятие функции. График функции	188
21. Линейная функция и ее график	200
21.1. Функция $y = kx$ и ее график.	200
21.2. Линейная функция $y = kx + b$ и ее график	202
22. Линейное уравнение с двумя переменными и его график	214
22.1. Уравнение с двумя переменными, его график и решение	214
22.2. Линейное уравнение с двумя переменными, его график и решение	217
23. Системы двух линейных уравнений с двумя переменными	221

23.1. Понятие системы двух уравнений с двумя переменными и ее решение	221
23.2. Способы решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными	223
24. Взаимное расположение графиков линейных функций. Графический способ решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными	231
24.1. Взаимное расположение графиков линейных функций.	231
24.2. Графический способ решения систем двух линейных уравнений с двумя переменными . . .	232
25. Решение текстовых задач с применением систем уравнений	240
26. Упражнения для повторения раздела «Линейная функция. Системы линейных уравнений с двумя переменными»	247
VI. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ	258
27. Понятие генеральной совокупности, выборки, варианты. Вариационные ряды	259
28. Абсолютная и относительная частоты	265
28.1. Абсолютная частота варианты	265
28.2. Относительная частота варианты	267
29. Таблицы, полигоны и гистограммы частот	275
30. Упражнения для повторения раздела «Элементы статистики»	287
УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ КУРСА АЛГЕБРЫ 7 КЛАССА	294
ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ К УПРАЖНЕНИЯМ	302