СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие
МАТЕМАТИКА — МОЕ ВСЁ!

Одно из ранних моих воспоминаний, лет в шесть: мы с родителями играем в «пятерки и тройки»[1], причем домино у нас «дубль-9» (папа говорил, что «дубль-6» — для слабаков)[2]. Я еще не могу держать в руках больше двух костяшек сразу и ставлю их перед собой на торец.

Я скоро сообразил, что костяшки дубль-7 и дубль-8 сами по себе бесполезны: ни 14, ни 16 не представишь ни пятерками, ни тройками, — зато если после твоего хода эти костяшки окажутся двумя концами цепочки, то дадут в сумме 30. Это сразу и шесть пятерок, и десять троек. Это 16 баллов — максимум возможного!

Когда мне было семь и я учился в школе Кингсвуд в Бристоле, мы барабанили по партам и скандировали «Хотим домашку!». Надо признать, наш учитель знал свое дело. Он выдавал нам сто простых примеров по арифметике и говорил: «Сделайте десять из них, и я буду доволен». По вечерам, пока мы всей семьей слушали радио, я с неизменным энтузиазмом старался расправиться со всей сотней.

Когда мне было восемь, папа купил и отремонтировал двухметровый стол для снукера, а когда мне исполнилось 11, папа наконец позволил мне выиграть. Бильярд — чистая математика, надо просчитывать, куда

---

[1] Костяшки домино выстраивают в цепочку по обычным правилам, но после каждого хода игрок зарабатывает баллы, если сумма очков на двух концах цепочки — целое число троек или целое число пятерок. Баллов дается столько, сколько получилось троек или пятерок. То есть 1 балл дается, если сумма очков на концах 3 или 5; 2 балла за сумму 6 или 10. За сумму 15 очков игрок зарабатывает 8 баллов, потому что создал сразу 3 пятерки и 5 троек. — *Прим. ред.*

[2] В комплекте, где старшая костяшка — дубль-9, всего костяшек 55. В комплекте, где старшая костяшка — дубль-6, всего костяшек 28. — *Прим. ред.*

бить битком второй шар, чтобы тот покатился в нужном направлении. Я резался в снукер все подростковые годы. В одном матче, на полноразмерном столе[1], я провел удар от закругленного угла бортовой лузы и аккуратно обезвредил желтый шар, положив его к дальнему борту.

В начальной школе я был первым по математике. Потом все разладилось. Папа с мамой дождались, чтобы я сдал экзамены «11+»[2] в своей школе, и вернулись из Бристоля в свой родной Болтон в графстве Ланкашир.

В местной средней школе меня определили в класс 2B[3]. В первый год я еще получал грамоты за математику и за шахматы, но потом два года подряд умудрился пропустить по половине осеннего полугодия — из-за несчастного случая и из-за болезни. Короче говоря, я покатился по наклонной. Из 3C в 4D, потом в 5E+ и в итоге докатился до 5E — лишь потому, что в школе не было класса 5F. Я забросил учебу и сдавал выпускные стандартного уровня[4] только по двум предметам. Впрочем, экзамен по математике я все равно сдал со 100-процентным результатом, даром что два года не брал в руки учебник. Чуть ли не в последний день моего пребывания в этом заведении завуч по математике впервые увидела мою работу — и сказала, что у меня есть способности.

Мне предложили работу в одной крупной авиастроительной компании, при том условии, что я сдам еще три стандартных экзамена, — и я их сдал. В стенах конструкторского бюро я почувствовал себя в своей стихии. Энергия и математические способности помогли мне обойти более образованных стажеров. Я быстро научился перемножать в уме двузначные числа и лично рассчитал стоимость каждой из 1400 деталей винтового модуля Blackburn Beverley[5], учтя тысячи технологических операций. Мне было 16 лет.

В 18 я записался в Королевские военно-воздушные силы и закончил учебную программу лучшим из своего курса. Вскоре я оказался в Уэльсе среди умельцев, испытывавших управляемые ракеты и новейшие радарные системы. Позже мне довелось поработать в авиадиспетчерской

---

[1] 366 × 183 см. — *Прим. ред.*

[2] Переходные экзамены, которые в Великобритании сдавались в конце начальной школы и определяли направление дальнейшей учебы. — *Прим. перев.*

[3] Буква обозначала уровень класса — от самого высокого A до самого низкого E или F. — *Прим. перев.*

[4] Своего рода аналог ЕГЭ. — *Прим. перев.*

[5] Военно-транспортный самолет. — *Прим. ред.*

службе в немецком городе Ганновере, и там я навострился распознавать марку самолета по пятнышку на экране радара и скорости.

К этому времени я начал искать книги на мою любимую тему — про математику. Мне нравились книжечки издательства Penguin: Юджин П. Нортроп, У. У. Сойер. Вскоре к ним прибавились головоломки Генри Эрнеста Дьюдени и Бориса Кордемского. Но по-настоящему мои математические горизонты расширил Мартин Гарднер, который издал сборники своих статей по развлекательной математике из журнала Scientific American.

Можно сказать, что авиация была и моим университетом, и моей площадкой для игр. А после демобилизации интересная жизнь продолжилась — в течение трех веселых лет я носил форменный красный пиджак на должности массовика-затейника в сети домов отдыха Butlin's.

Еще я успел повалять дурака, работая эстрадным комиком, но меня манило радио и телевидение, и я устроился в детскую телевизионную редакцию BBC. Сначала меня немножко помариновали, чтобы проникся ответственным и тщательным подходом к делу, но вскоре уже доверили сценарии комедийных сценок — для взрослого телевидения и для детской программы Play Away (Час потехи, 1971–1984).

В 1981 г. меня спросили, что бы я сделал, если бы мне предложили создать собственную телепередачу, и я ответил: «Программу о математике!» У всех вокруг отвисли челюсти, но так появилась на свет передача Think of a Number (Задумай число, 1977–1984), первый сезон которой получил премию BAFTA[1]. Программа Think Again (Подумай еще раз, 1981–1985) тоже удостоилась наград; в общей сложности я собственноручно написал сценарии и провел 20 сезонов разных телепередач, посвященных математике и точным наукам. Теперь мне кажется, что меня выручило беспорядочное образование и отсутствие диплома. Каждую новую тему я начинал изучать с нуля, имея свежий взгляд неофита и нерастраченное желание разобраться и понять.

Математика была моим спутником на протяжении всей жизни. Ко мне часто подходят люди, которые говорят, что мои телепередачи помогли им стать учеными, учителями, статистиками, изобретателями реактивных двигателей для авиамоделей, продавцами газеты Big Issue[2],

---

[1] The British Academy of Film and Television Arts — Британская академия кинематографических и телевизионных искусств. — *Прим. перев.*

[2] «Важный вопрос» — британская уличная газета, которая создается профессиональными журналистами, а продается бездомными. — *Прим. перев.*

букмекерами, физиками-ядерщиками, писателями и много кем еще. Моя жизнь удалась!

И вот теперь я написал эту книгу, чтобы, во-первых, еще раз признаться в любви к математике и показать, как математика, естествознание, техника, искусство, музыка, архитектура и инженерное дело помогали друг другу в общей эстафете достижений. В этом забеге блистали умы, родившиеся в незнании и невежестве, но поднявшиеся благодаря стремлению понимать больше и видеть дальше, «стоя на плечах гигантов, которые были до нас», как сказал однажды Ньютон[1].

Что еще важнее, я хотел рассеять страхи тех несчастных, которые при любом упоминании математики спешат спрятаться в раковину. Сколько на свете бедолаг, для кого вся математика свелась к ненавистным правилам сложения, вычитания, умножения и деления. Забудем об этих правилах! Представьте себя в роли туриста, который восклицает: «Какое прекрасное море!» — а гид отвечает: «Верно, но вы пока видите только поверхность».

Математика — океан, в котором числа — только верхний слой. В глубинах таятся чудеса, которые делают математику веселой, увлекательной, окрыляющей, воодушевляющей и ошеломительной площадкой для игр.

Я всегда очень плохо плавал, но в математику нырял безо всяких раздумий. Приглашаю вас отбросить страхи и нырнуть вместе со мной — ибо океан математики полон сокровищ и захватывающих историй об отважных героях, которые открыли для нас этот чудесный мир.

Если мне позволено будет перефразировать Галилея, одного из величайших,— «все во Вселенной написано на языке, при помощи которого мы можем понять абсолютно все. Этот язык — математика, а его символы — треугольники, квадраты, окружности и прочие геометрические фигуры». Видите, никогда чудеса мира математики не сводились к одним лишь числам.

Я взялся написать эту книгу так, чтобы она пришлась по душе читателям любого калибра — молодым и старым, ученым и неученым. Математические идеи будут не прерывать мой рассказ, а мелькать сбоку, как иллюстрация и пояснение. Маленьким математическим экскурсам будут посвящены разбросанные там и сям «математические вставки»,

[1] В письме 1675 г. Роберту Гуку. Эта метафора известна и до Ньютона: она встречается у Бернара Шартрского, французского философа XI–XII в. Предполагают, что она имеет античное происхождение. — *Прим. перев.*

а темы побольше попали в приложение «Ух ты какая математика», где я надеюсь просто и ясно изложить даже самые сложные идеи — чтобы стало понятно, что они и в самом деле «ух ты какие»!

Как сказал однажды Эйнштейн: «Если вы не можете объяснить вещь семилетнему ребенку, значит, вы сами ее не понимаете».

Надеюсь, что моя книга станет вам и вашим друзьям надежным спутником, который поможет увидеть математику, да и весь мир в более ясном и, по возможности, благоприятном свете. Математика делала мою жизнь богаче на всех ее этапах; позвольте ей обогатить и вашу. Приятного вам чтения.

О ПРИЛОЖЕНИИ «УХ ТЫ КАКАЯ МАТЕМАТИКА»

В этой книге изложена история всей математики, в 15 главах, более-менее в хронологическом порядке. Иногда это эпохи бурного развития, иногда эпохи застоя.

В некоторых местах, чтобы не загромождать текст и не прерывать рассказ, какой-нибудь математический экспонат убран в рамку. А для некоторых математических диковин даются ссылки на конец книги — на приложение «Ух ты какая математика». Это потому, что про них удобнее читать отдельно.

Приложение «Ух ты какая математика» — собрание сокровищ. Описанные в нем чудеса зачастую станут откровением даже для любителей математики.

Некоторые экспонаты сосланы в приложение, потому что в них фигурируют современные реалии и они нарушили бы хронологию рассказа. Некоторые — за большой размер: например, в них может быть здоровенная таблица. А некоторые посторонние экспонаты попали в приложение просто для развлечения.

Например, многие знают, что Архимед однажды сказал: «Дайте мне достаточно длинный рычаг и точку опоры, и я переверну Землю». Как вы думаете, какой длины нужен рычаг? До Солнца? До звезд? Я затеял подсчет в приложении «Ух ты какая математика» и, добравшись до результата, воскликнул: «Ух ты!»

Введение
РУССКАЯ АРИФМЕТИКА В АНГЛИЙСКОМ ПАБЕ В 1946 г.

История математики полна легенд, которые всегда меня завораживали. За годы я накопил много занятных баек. А началось с того, что лет в восемь в детском зале сельского паба под Бристолем я познакомился с одним стариком, который спросил, трудно ли мне дается в школе умножение. А потом сказал:

— Давай я тебе покажу, как умножают русские. — Взяв огрызок карандаша и клочок бумаги, он начал: — Скажем, тебе надо умножить 13 на 9. Для начала просто выпишем эти числа рядом:

13 и 9

Теперь будем делить левое число пополам, пока не дойдем до единицы. Тринадцать пополам будет…

— Шесть с половиной! — воскликнул я.

— Так-то оно так, — сказал он, — но у русских бывают «чистки», когда они ликвидируют всех, кого не любят. А дроби они не любят. Так что забудем про половину и запишем просто 6. Половина от шести будет 3, половина от трех будет один с половиной, но про половину мы опять забудем и будем считать, что это просто один.

Итак, слева у нас четыре числа: 13, 6, 3 и 1. Теперь возьмем девятку, которая справа, и будем умножать ее на два, пока не получится с обеих сторон по четыре числа. Значит, так: $2 \times 9 = 18$, потом 36, потом 72. Вот:

13	9
6 ($^1/_2$)	18
3	36
1 ($^1/_2$)	72

А еще русские, — продолжал он, — не любят четных чисел в левой колонке. Как только найдут такое число, так сразу вычеркивают всю строчку. Давай-ка посмотрим… 13 — нечетное; 6 — четное, значит, вычеркиваем строчку; 3 — нечетное, и 1 нечетное, их оставляем.

13	9
~~6~~	~~18~~
3	36
1	72

Теперь сложим все оставшиеся числа в правой колонке:

$$9 + 36 + 72 = 117$$

Это и есть 13 на 9. Вот какие умные эти русские! — закончил старик.

Этот метод работает всегда. Попробуйте сами.

Я не знаю, правда ли какой-нибудь русский учил кого-то так считать, но этим методом считали самоучки по всей Европе. Система эта на самом деле очень древняя. Один из ее вариантов использовался еще древними египтянами, которым посвящена первая глава нашего рассказа. Самый первый известный нам математик был египтянином, и звали его **Ахмес**.

ПАПИРУСЫ, ПАПИРУСЫ, СВЕЖИЕ ПАПИРУСЫ!

Строго говоря, Ахмес мог быть и просто писцом, копировавшим более древний математический текст. Как бы то ни было, именно он создал *математический папирус Райнда*, весьма замечательный исторический объект (см. вклейку с иллюстрациями).

Папирус Райнда — это древний свиток, найденный в египетском городе Луксоре в 1858 г. и названный по имени шотландского антиквара Генри Райнда. После смерти Райнда папирус попал в Британский музей, где его можно видеть и сегодня. Когда его нашли, он был разорван на куски, но исходно его длина, видимо, составляла около 5,5 м.

Приблизительный перевод заглавия папируса звучит загадочно: «Точный расчет для поиска знаний обо всех темных предметах». Похоже, математику в то время считали черной магией. Или секретным оружием. В этом смысле с тех пор мало что изменилось: знание — по-прежнему сила, и к математическим знаниям это тоже относится.

Ахмес, живший около 1650 г. до н. э.[1], утверждал, что скопировал свой свиток с более древней работы, написанной, по существующим оценкам, между 1849 и 1801 гг. до н. э.; однако идеи, изложенные в папирусе, вероятно, появились намного раньше. Пирамиды Гизы были построены между 2561 и 2450 гг. до н. э., лет за 700 до создания папируса Райнда, но в нем обсуждаются сюжеты, уместные во времена строительства пирамид. Например, там говорится о том, как разделить 9 краюх хлеба между 10 работниками и 100 краюх между двумя группами работников, одной из которых причитается бо́льшая доля, чем другой. Похоже, кому-то приходилось кормить целую армию строителей.

Возможно, удивительнее всего в папирусе Райнда система удобного умножения, которая используется в большинстве расчетов. Она очень похожа на «русский способ», который я показал вам выше. Умножим, например, 9 на 23.

Сначала выпишем множители друг рядом с другом:

9	23

Теперь перед первым числом запишем число 1 и под ним в столбик будем выписывать числа, удваивая их на каждом шаге: 1, 2, 4, 8, 16 и т. д., — пока не получится число больше данного. В этом примере мы остановимся на 8, потому что следующее число, 16, уже будет больше, чем данное число, 9.

Теперь другой множитель, 23, удвоим три раза, чтобы в столбике под вторым данным числом получилось столько же чисел, сколько в первом столбике.

1*	9	23*
2		46
4		92
8*		184*

[1] Следует иметь в виду, что многие упомянутые в этой книге даты и события, особенно относящиеся к древней и средневековой истории, могут быть установлены неточно или небесспорно, на основе догадок, легенд или недостоверных и противоречивых свидетельств. — *Прим. перев.*

Используя только числа из левого столбика, можно в сумме набрать любое число от 1 до 15 ($1, 2, 1+2, 4, 1+4, 2+4, 1+2+4$ и т. д.). Нам нужно набрать 9. Это просто: $1 + 8$.

Осталось найти соответствующие числа в правом столбце и сложить их.

$$23 + 184 = 207$$

Итак, $9 \times 23 = 207$. Все верно, и все очень просто.

ЗАСИЛЬЕ СЕМЕРОК

Одна из задач папируса Райнда — задача № 79 — может показаться знакомой: «В каждом из семи домов есть по семь кошек, каждая из которых убивает семь мышей, каждая из которых может съесть семь колосьев, из каждого из которых может вырасти семь *хекат* [мера объема] зерна. Сколько всего зерна будет спасено?»[1]

Это похоже на загадку, которую я слышал в детстве:

Как-то иду я неспешно в Сент-Джон,
Навстречу мне парень и семь его жен,
У каждой жены семь лукошек,
В каждом лукошке семь кошек,
У каждой кошки по семь котят,
И все на свете узнать хотят,
Сколько ж всего направлялось в Сент-Джон
Котяток и кошек, лукошек и жен?[2]

Загадка эта, разумеется, с подвохом: только один человек — рассказчик этой истории — направляется в Сент-Джон, а все остальные идут в противоположном направлении. Однако в примере из папируса

[1] Это реконструкция. У Ахмеса задача № 79 более нелепа и более бюрократична: «Опись имущества включает в себя 7 домов, 49 кошек, 343 мыши, 2301 [описка, в решении потом фигурирует 2401] колос спельты и 16 807 хекат. Переписать в виде таблицы и включить общее количество». — *Прим. ред.*

[2] Русский читатель, конечно, помнит эту же загадку в переводе-пересказе Корнея Чуковского:

Шел Кондрат в Ленинград,
А навстречу — двенадцать ребят… — *Прим. перев.*

Райнда никакого подвоха нет, и египтяне, кажется, включили его в свиток из любви к числам — в данном случае к числу 7. Папирус перечисляет:

Домов	7
Кошек	49
Мышей	343
Колосьев пшеницы	2401
Хекат зерна	16 807
Итого	19 607

То есть

$$7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 = 7 + (7 \times 7) + (7 \times 7 \times 7) + (7 \times 7 \times 7 \times 7) + \\ + (7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7) = 19\,607.$$

Египтяне молодцы, что справились, но еще примечательнее то, что в папирусе Райнда объясняется система, на которой основан успех современных вычислительных технологий и средств связи. Потому что и умножение «по-египетски» (или «по-русски»), и все наши компьютерные технологии сводят все к повторению двух простых операций: деление пополам и удвоение.

ДВОИЧНАЯ СИСТЕМА

Какая же здесь связь? Возвращаясь к нашей предыдущей задаче, добавим слева еще один столбец и запишем в него 1 напротив отмеченных чисел и 0 напротив остальных.

1	1*	9	23*
2	2		46
4	4		92
1	8*		184*

Если выписать цифры из этого нового столбца, начиная снизу, получится 1001, что есть *двоичная запись* числа 9.

В двоичной системе любое число записывается одними только единицами и нулями. Чтобы было яснее, скажем, что число 10 в двоичной системе пишется 1010, потому что в такой записи единицы соответствуют числам 8 и 2, а 8 + 2 = 10.

Попробуем еще раз с другими числами. Пусть нужно умножить 10 на 23 египетским методом. Среди чисел 1, 2, 4, 8 … выберем те, сумма которых дает 10, то есть в данном случае 2 и 8. Соответствующие числа в правом столбце — это 46 и 184, в сумме 230. Опять правильный ответ! Подробнее о двоичных числах читайте в приложении «Ух ты какая математика».

Преимущество двоичной записи чисел в том, что из всех цифр нужны только единицы и нули. Когда цифр всего две, на их роль годятся самые разные вещи в реальном мире. Точка на экране компьютера соответствует 1, а отсутствие точки — 0; ямка на дорожке компакт-диска обозначает 1, а отсутствие ямки — 0; крошечный участок покрытия на жестком диске обозначает 0, когда намагничен в определенную сторону, и будет обозначать 1, если его перемагнитить в другую сторону; микроскопический импульс в радиоволне играет роль 1, а отсутствие такого импульса — 0.

Переведя технику на двоичную систему, можно расширить информационную систему до любых масштабов. По цифровым технологиям можно создать огромную широкополосную сеть, по каналам которой будут циркулировать миллиарды цифр в секунду. Передавая их со скоростью света на спутники, а оттуда — обратно на установленные на Земле антенны, мы дадим пользователю возможность в любой момент выбирать из сотен фильмов и телепрограмм, и все они были аккуратно превращены в последовательности единиц и нулей.

Без двоичной записи чисел у нас не было бы ни спутниковых навигаторов, ни мобильных телефонов, ни планшетов, ни портативных компьютеров. Двоичные числа сделали нашу жизнь неизмеримо богаче, открыли перед нами широчайшие возможности. И это только начало. Благодаря современным технологиям в не столь отдаленном будущем появятся миллионы новых идей, и они подарят нам такие фантастические возможности, о которых мы пока даже не помышляем.

Современные технологии связи можно представить в виде перевернутой пирамиды порождения идей и систем. Опираясь на предыдущие поколения техники, они растут по экспоненте, и числом, и разнообразием, и этот мир становится все масштабнее и все удивительнее.

И весь этот поток цифровых чудес берет свое начало от тех, кто жил 4500 лет назад и оставил нам пирамиды.

Чтобы понять, как устроена наша современная жизнь и что нами движет, не помешает вспомнить историю математики: как мы достигли того, чего достигли, какое влияние математика и математическое мышление оказывали на остальную жизнь на протяжении веков и кто были те чудаки, светлые головы и потрясающие гении, которым мы всем этим обязаны. Таков замысел этой книги. Пожелайте мне удачи. И начнем.

Глава 1
САМАЯ ДРЕВНЯЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛЕГЕНДА

ЧУДО ИЗ ЧУДЕС

Мой рассказ о математике начинается с самого древнего и единственного сохранившегося из семи чудес света Древнего мира — то есть с пирамид Гизы, а точнее, с Великой пирамиды фараона Хуфу (которого греки называли Хеопс). Эта пирамида, крупнейшая и старейшая из трех, была построена около 4500 лет назад. Фараон Хуфу правил и строил около 23 лет. Пирамида была видна за много миль со всех сторон, поэтому ее называли *горизонтом Хуфу*.

В пирамиде уложено примерно 2,3 млн известняковых блоков, высеченных в местных карьерах. Наполеон Бонапарт как-то сказал, что камня Великой пирамиды хватит, чтобы построить невысокую стену вокруг всей Франции. Я подсчитал, что камня в пирамиде хватит на стену высотой 2 м и толщиной 19 см от места расположения пирамиды до Северного полюса (см. рис. 1.1). Если хотите проверить мои вычисления, вам пригодится калькулятор; если нет, просто просмотрите мои рассуждения и не обращайте внимания на расчеты.

Рис. 1.1

СТЕНА ДО СЕВЕРНОГО ПОЛЮСА

Гиза находится близко к 30 градусам северной широты. Значит, стена до Северного полюса должна покрыть 60 градусов широты, то есть $^1/_6$ окружности Земли. Окружность эта составляет 40000 км, и, если разделить на 6, получим 6666,666 км.

Изначально пирамида имела сторону основания 230,37 м и высоту 146,6 м. Объем пирамиды равен $^1/_3$ объема такой квадратной коробки, в которую она поместится как раз. Эта коробка похожа на куб, только его высоту уменьшили по сравнению с остальными двумя размерами.

Значит, объем камня — одна треть от произведения 230,37×230,37 (площадь основания)×146,6 (высота).

Осталось разделить этот объем камня на размеры стены, которая, как я уже говорил, будет 2 м в высоту и 19 см в толщину. Вот итоговая формула (не волнуйтесь, в ней только числа):

$$\frac{230{,}37 \times 230{,}37 \times 146{,}6}{3 \times 2 \times 0{,}19} = 6824659 \text{ м, или } 6824659 \text{ км.}$$

Если вам захочется проверить этот результат на простейшем калькуляторе, вводите числа в таком порядке: разделите первый множитель из числителя на первый множитель из знаменателя, результат умножьте на следующий множитель числителя и т. д. Иначе у калькулятора может случиться переполнение.

Итак, стена высотой 2 м и толщиной 19 см будет иметь в длину 6824,659 км — хватит до Северного полюса и даже на 158 км за полюс. Если же взять толщину стены 19,5 см, то длина составит 6649,67 км, и до Северного полюса не хватит 17 км.

К сожалению, сейчас пирамида неполна: немало камней из внешней облицовки растащили на дома в Каире. Исходно поверхность пирамиды была отполирована, а на вершине сияла золотая пирамидальная макушка — выглядело все это, конечно, потрясающе. Солнечные лучи отражались от боков пирамиды и создавали светлые антитени на поверхности пустыни, в то время как на север пирамида отбрасывала нормальную тень.

Пирамида была точно ориентирована по странам света: фасад смотрел прямо на север, а углы в основании были абсолютно прямыми. Египтянам это было несложно устроить. Они могли прочертить направление на север по полуденной тени, поставить на этой линии два колышка и при помощи веревок провести две дуги окружности. Тогда точки пересечения дуг дали строителям точное направление с запада на восток.

Еще строители пирамиды каким-то образом выровняли площадку, сделали ее точно горизонтальной. Про это у историков тоже есть хорошие гипотезы: они прорыли в земле каналы и заполнили водой, получив гигантский ватерпас.

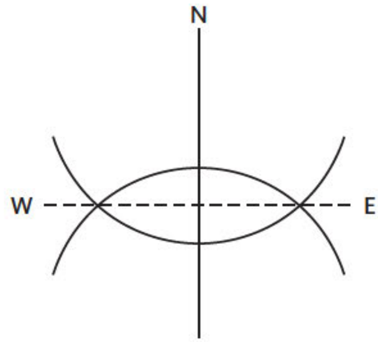

Рис. 1.2

К этому времени египтяне уже стали большими специалистами по части использования воды и измерения земли. Нил каждый год разливался и затоплял земли по обоим берегам. Наводнения эти были не катастрофой, а ежегодным благословением, которое превращало Египет в самую плодородную и, благодаря искусству египетских земледельцев, самую богатую землю известного тогда мира.

Правда, наводнения смывали все пограничные столбики и канавки между участками. Поэтому, как только вода спадала, на поле выходила бригада землемеров, вооруженных льняными веревками, — эти люди назывались «те, кто натягивает веревки», — и принималась заново измерять и размечать землю, чтобы каждый крестьянин получил положенный надел. Они использовали веревки с завязанными через равные интервалы узлами и, по некоторым данным, понимали, что веревка, на которой отмерены 3, 4 и 5 отрезков равной длины, натягивается в треугольник с точнехоньким прямым углом.

Те-кто-натягивает-веревки начинали размежевание с того, что проводили базовую линию; затем от нее откладывали треугольник. После этого одну из сторон треугольника брали в качестве новой базовой линии, строили на ней следующий треугольник и т. д., пока вся территория не была нарезана треугольниками и прямоугольниками. Иногда треугольники откладывали как попало, а иногда специально делали так, чтобы два соседних треугольника составляли прямоугольный участок. Чтобы распределение земли было справедливым, а крестьяне оставались довольными, каждому давали один участок на хорошей земле и другой на земле похуже. После этого можно было приступать к сельскохозяйственным работам… до следующего наводнения, когда крестьяне опять всем миром останутся без дела и смогут занять себя очередной пирамидой.

ТРАНСПОРТИРОВКА

Вернемся к пирамидам. В ту, у которой высота составляла 146 м, потребовалось уложить почти 2,3 млн каменных блоков — та еще работа, учитывая, что в Древнем Египте в те времена еще не знали колеса. Большинство блоков было высотой около 150 см, но египтяне научились поднимать и опускать эти махины на большую высоту. Они использовали наклонную плоскость и, возможно, гигантскую версию колодезного журавля — это устройство, кстати, до сих пор применяется в египетских деревнях для подъема воды.

Стены и потолки внутренних камер пирамиды древние египтяне строили из более прочных 15-тонных гранитных блоков, способных выдержать вес расположенных над ними камней. Гранит везли вниз по Нилу почти за тысячу километров. Чтобы перемещать гранитные блоки от причала до строительной площадки, египтяне построили насыпные дороги — некоторые из них сохранились и поныне, — и блоки волокли по ним на деревянных салазках. Имея в достаточном количестве рабочую силу и прочные веревки, можно перевозить и такие тяжести, особенно если подсыпать под полозья мелкий песок или известь с водой для уменьшения трения.

МАГИЧЕСКИЕ РАЗМЕРЫ ПИРАМИДЫ

Пирамида Хеопса — впечатляющее инженерное достижение. Но на мой взгляд, ее истинная красота не в строительной технике, а в математике размеров. Размер ее квадратного основания составлял (и местами остался таким, ведь многие из камней на краю основания сохранились) 230,37 м[1]. Точная величина угла наклона боковых граней 51 градус, 50 минут и 40 секунд[2], откуда можно узнать первоначальную высоту

---

[1] Сантиметры здесь недостоверны. Последнее достижение, когда измерения Марка Ленера и Дэвида Гудмана (1984) были заново обработаны Гленом Дэшем (2012), — дает стороны основания с погрешностью 10–15 см:

северная	восточная	южная	западная	в среднем
230,389 ±0,103 м	230,282 ±0,147 м	230,309 ±0,153 м	230,337 ±0,11 м	230,329 м

— *Прим. ред.*

[2] В последнее время утверждается, что первоначальный наклон граней был 51°50′34″, потому что высота Великой пирамиды была ровно 280 царских локтей и сторона основания — ровно 440 царских локтей. Отношение 280:440, или 7:11, лишь немногим меньше $2/\pi$ — это первое совпадение, а квадрат этого отношения лишь немногим больше $\Phi/4$ — это второе

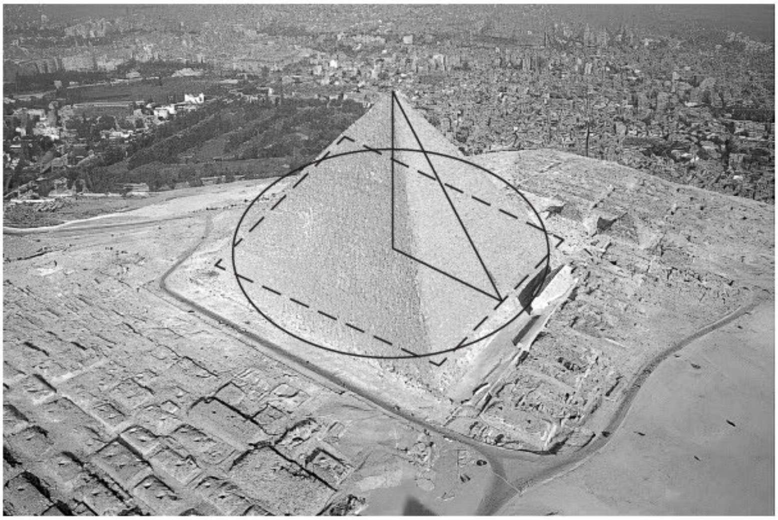

Рис. 1.3

146,6 м. Пирамида Хеопса оставалась самым высоким зданием в мире в течение 4000 лет, пока в Англии не был построен Линкольнский собор: его высота составляла 160 м с 1311 г. по 1549-й, когда шпиль обрушился.

Как были выбраны эти размеры, которые столь тщательно соблюдались строителями? Просто на глазок? Я так не думаю. Я выписал размеры из книги «Пирамиды», написанной плодовитым и авторитетным египтологом Альберто Силиотти[1], и применил к ним математические принципы, имевшие, по-моему, первостепенное значение для строительства Великой пирамиды.

ПИ — ЧТО ЭТО ТАКОЕ И С ЧЕМ ЕГО ЕДЯТ?

По мере нашего продвижения по всемирной истории всякой математической и околоматематической всячины мы иногда — не слишком часто — будем забредать в области, требующие объяснений для читателя-неспециалиста. Например, нам будет попадаться число π (пи), и есть смысл кратко объяснить, что это такое.

совпадение. Эти два близких попадания питали два мифа: что Великая пирамида символизирует круг и что она изображает золотое сечение. — *Прим. ред.*

[1] Русское издание: *Силиотти А.* Египет. Пирамиды. Альбом-путеводитель. М.: БММ, 2001. — *Прим. перев.*

С какой бы стороны мы ни смотрели на шар, мы всегда видим круг. Если подумать, у круга можно измерить две вещи: длину окружности и поперечный размер. Но оказывается, что если длину окружности разделить на поперечный размер (диаметр), то результат будет один и тот же, на каком бы круге мы ни измерили наши две величины, — и вот это число обозначают греческой буквой π (пи). Такое обозначение предложил в 1706 г. валлийский математик Уильям Джонс, взяв первую букву греческого слова περιφέρεια (периферия, то есть внешняя граница). Идея понравилась ведущему математику следующего поколения Леонарду Эйлеру, и с тех пор эта греческая буква прижилась в математике.

Надо сказать, что число π — *иррациональное*, то есть его десятичная запись 3,14159... продолжается бесконечно и разнообразно, без повторов. Впрочем, для большинства задач достаточно взять число 3,14, или $^{22}/_{7}$.

Попробуем теперь выполнить один фокус. Если начертить вокруг центра основания Великой пирамиды окружность радиусом r, равным высоте, то есть 146,6 м, то углы останутся снаружи, но стороны по большей части окажутся внутри (см. рис. 1.3). Длина такой окружности $2\pi r$. Если считать, что π равно $^{22}/_{7}$, получится $2 \times {}^{22}/_{7} \times 146{,}6 = 921{,}48571\ldots$ А суммарная длина четырех сторон основания пирамиды $230{,}37 \times 4 = 921{,}48$ м — то есть такая же. Вот же они подгадали с высотой, правда? То ли еще будет!

Площадь наклонной грани пирамиды, как и площадь любого треугольника, можно найти, умножив половину длины основания на высоту треугольника, и для наклонной грани пирамиды, какой она была первоначально, высота 186,58 м. Возьмем половину длины основания, 115,185 м, и умножим на 186,58 м; получим площадь 21 491,56 м^2. Но если взять высоту пирамиды 146,6 м и возвести ее в квадрат, то площадь такого квадрата — 21 491,56 м^2. Опять совпадение! Вот что значит соразмерная высота!

До нас не дошло исторических свидетельств о том, что египтяне были в курсе математических достопримечательностей Великой пирамиды. Но, если измерения Силиотти верны, получается, что древние проектировщики понимали, что делают, и, между прочим, нашли значение $^{22}/_{7}$ для числа π. Однако Ричард Гиллингс рассматривает эти магические расчеты в своей книге «Математика во времена фараонов»[1]

[1] Русское издание: *Гиллингс Р. Дж.* Математика во времена фараонов / Пер. Т. Шуликовой. М.: Центрполиграф, 2011. — *Прим. перев.*

и признает их мифом. Так кто же прав и что нам известно о математических познаниях египтян, живших 4500 лет назад?

По тому развитию, которое можно наблюдать на шести египетских пирамидах, построенных до пирамид Гизы — начиная со ступенчатой пирамиды Джосера в Саккаре (см. вклейку с иллюстрациями), — очевидно, что строительное искусство египтян стремительно совершенствовалось. Логично предположить, что и их математические знания углублялись, ведь архитектура и математика обычно развиваются в тесном взаимодействии. Я лично считаю, что Хеопс так упорно строил величайшую пирамиду в истории не только потому, что пирамида должна была послужить ему гробницей, но и потому, что она отмечала грандиозные открытия древнеегипетской математики.

Давайте посмотрим, что еще, помимо Великой пирамиды, свидетельствует о математической искушенности древних египтян.

ПИ ПО-ЕГИПЕТСКИ

Древнегреческий историк Геродот восхищался математикой пирамиды и отмечал, что длина окружности, радиус которой равен высоте пирамиды, равна сумме длин всех сторон основания. Нам, правда, неизвестно, откуда он взял эту информацию. Геродот писал через 2000 лет после постройки пирамиды и, возможно, питался слухами. Но у нас есть и другие источники.

Из папируса Райнда, о котором я упоминал во введении, следует, что египтяне вычисляли значение π довольно замысловатым образом: делили 16^2 на 9^2, то есть 256 на 81; получается примерно 3,16. Например, в этом папирусе описано, как вычислить площадь круга диаметром 9 единиц, и в результате получается площадь квадрата 8×8 единиц, то есть 64 (см. рис. 1.4). Как это будет по-нашему? Диаметр 9 единиц соответствует радиусу 4,5 единицы, наша формула площади круга πr^2. Принимая египетское π, получим $4{,}5 \times 4{,}5 \times (^{256}/_{81}) = 64$. Логично.

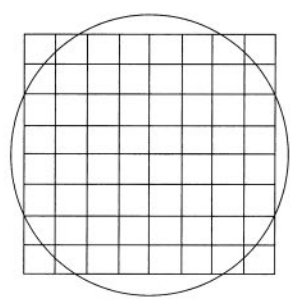

Рис. 1.4

Так вот, если планировать пирамиду, используя египетское π 3,16, то стороны основания в сумме должны давать $146{,}6 \times 2 \times \times 3{,}16 = 926{,}5$ м, а вовсе не 921,5 м. Расхождение около 5 м, это полпроцента. Вроде