

ПРЕДИСЛОВИЕ

Уважаемый старшеклассник! Этот сборник предназначен для подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня в 2023 году.

Данный сборник содержит **30 типовых вариантов экзаменационных работ**, составленных в соответствии с демонстрационным вариантом и спецификацией 2022 года.

Каждый вариант включает в себя 18 заданий, различающихся уровнем сложности. Первая часть экзаменационной работы состоит из 11 заданий с кратким ответом, а вторая часть — из 7 заданий с развёрнутым ответом.

Содержание заданий разработано по основным темам курса математики, объединённым в следующие тематические блоки: АЛГЕБРА — «Числа, корни и степени», «Основы тригонометрии», «Логарифмы», «Преобразования выражений», УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА — «Уравнения», «Неравенства», ФУНКЦИИ — «Определение и график функции», «Элементарное исследование функций», «Основные элементарные функции», НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА — «Производная», «Исследование функций», «Первообразная и интеграл», ГЕОМЕТРИЯ — «Планиметрия», «Прямые и плоскости в пространстве», «Многогранники», «Тела и поверхности вращения», «Измерение геометрических величин», «Координаты и векторы», ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ — «Элементы комбинаторики», «Элементы статистики», «Элементы теории вероятностей».

Задания, включённые в вариант, проверяют материал всех тематических блоков.

Экзамен по математике профильного уровня рассчитан на выпускников, которые планируют поступление в вуз.

Решить абсолютно все задания за отведённое время очень трудно. Очень часто наиболее сильные участники экзамена, стремясь как можно скорее заняться сложными и интересными задачами второй части, допускают обидные ошибки в простых задачах с кратким ответом. Наш совет — **внимательно проверьте решения простых задач, прежде чем погружаться в решение сложных!**

В конце пособия даны ответы для проверки решений.

В связи с возможными изменениями в формате и количестве заданий рекомендуем в процессе подготовки к экзамену обращаться к материалам сайта официального разработчика экзаменационных заданий — Федерального института педагогических измерений: www.fipi.ru.

Желаем успеха!

ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий.

Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности.

Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

ВАРИАНТЫ ТРЕНИРОВОЧНЫХ РАБОТ

ВАРИАНТ 1

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 График уравнения $x - 3y = 4$ проходит через точку $A(4; b)$. Чему равно значение b ?

Ответ: _____.

2 Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4, или 6, или 8 очков. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

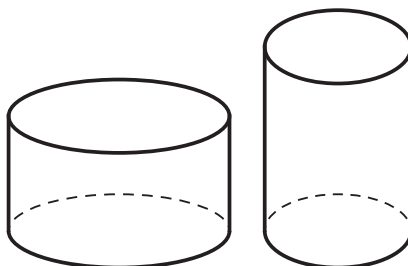
3 Периметр равнобедренного треугольника ABC с основанием BC равен 38,9 см, а периметр равностороннего треугольника BCD равен 38,7 см. Найдите сторону AB .

Ответ: _____.

4 Найдите значение выражения $(\sqrt{46\frac{7}{8}} + \sqrt{16\frac{7}{8}}) : \sqrt{\frac{15}{32}}$.

Ответ: _____.

5 Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого равны соответственно 4 и $\frac{135}{4}$, а второго — 6 и 6. Во сколько раз объём первого цилиндра больше объёма второго?



Ответ: _____.

6

Найдите S — площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -1 \cdot 5^x$; $x = -2$; $x = 3$ и осью абсцисс. В ответе запишите значение: $S \cdot \ln 5$.

Ответ: _____.

7

Потенциальная энергия тела (в джоулях) в поле тяготения Земли вблизи её поверхности вычисляется по формуле $e = mgh$, где m — масса тела (в кг), g — ускорение свободного падения (в м/с²), а h — высота (в м), на которой находится это тело относительно поверхности. Пользуясь этой формулой, найдите h (в м), если $e = 1862$ Дж, $m = 10$ кг, $g = 9,8$ м/с².

Ответ: _____.

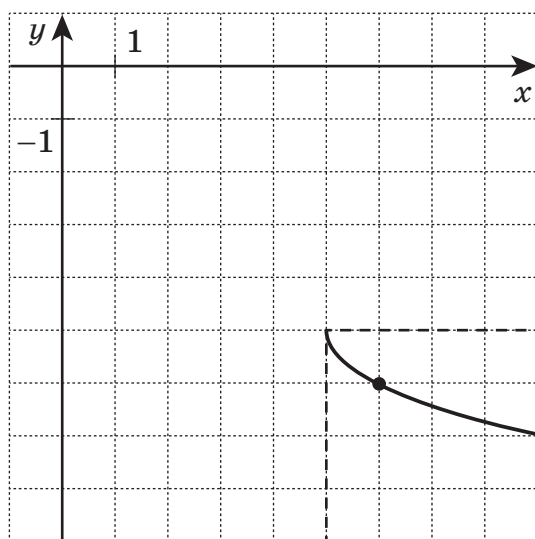
8

К 80 кг 45 % раствора добавили 64 кг пресной воды. Какова концентрация нового раствора?

Ответ: _____.

9

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = b + m\sqrt{x - a}$. Найдите значение $f(21)$.



Ответ: _____.

10

Два одинаковых автомата продают кофе.

- Вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,29.
- Такая же вероятность у события «К вечеру во втором автомате закончится кофе».
- Вероятность события «К вечеру кофе закончится в обоих автоматах» равна 0,19.

Найдите вероятность того, что к вечеру кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

11

Найдите точку максимума функции $y = e^{x+20}(x^2 + 11x + 31)$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение $\left(\frac{1}{6}\right)^{\cos(x)} \sin(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^{\sqrt{3}\cos(x)}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие интервалу $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

13

В правильной шестиугольной пирамиде $ABCDEF$ сторона основания $AB = 12$, а боковое ребро $SA = 33$. Точка M — середина ребра AB . Плоскость α перпендикулярна плоскости ABC и содержит точки M и D . Прямая SC пересекает плоскость α в точке K .

а) Докажите, что $KM = KD$.

б) Найдите объём пирамиды $CDKM$.

14

Решите неравенство $-2x^2 - \frac{-2x^3 - 18x^2 + 56}{x + 8} - x + 3 < -4$.

15

31 декабря 2020 года завод взял в банке 5 166 700 рублей в кредит под 20 % годовых. Схема выплаты кредита, следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т. е. увеличивает долг на 20 %), затем завод переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы завод выплатил долг четырьмя равными платежами (т. е. за 4 года)?

16

Окружность радиусом 7 касается внешним образом с окружностью радиусом 1 в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , а прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

- Выберите треугольники, подобные треугольнику AKB .
- Найдите площадь треугольника BDC .

17

При каких значениях параметра a уравнение $|6 - 2x^3| = a \log_{\frac{4}{3}}(|6 - 2x^3|)$ имеет ровно два решения?

18

Для каждого натурального числа n обозначим через $n!$ произведение первых n натуральных чисел ($1! = 1$).

- Существует ли такое натуральное число n , что десятичная запись числа $n!$ оканчивается ровно 9 нулями?
- Существует ли такое натуральное число n , что десятичная запись числа $n!$ оканчивается ровно 23 нулями?
- Сколько существует натуральных чисел n , меньше 100, для каждого из которых десятичная запись числа $n! \cdot (100 - n)!$, оканчивается ровно 23 нулями?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Вариант 1



ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН БЛАНК ОТВЕТОВ № 1

Код
региона

Код
предмета

Название
предмета

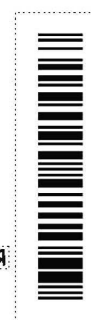
Резерв - 4

Подпись участника ЕГЭ строго внутри окошка

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ

ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ и ЦИФРАМИ по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Е * З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ь Ы Э Ю Я
А В С D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z , -
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 А А А О О Е Е Е Е И I U U B C



ВНИМАНИЕ!

Все бланки и контрольные измерительные материалы рассматриваются в комплексе

Результаты выполнения заданий с КРАТКИМ ОТВЕТОМ

1		21	
2		22	
3		23	
4		24	
5		25	
6		26	
7		27	
8		28	
9		29	
10		30	
11		31	
12		32	
13		33	
14		34	
15		35	
16		36	
17		37	
18		38	
19		39	
20		40	

Замена ошибочных ответов на задания с КРАТКИМ ОТВЕТОМ

	-		
	-		
	-		

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОТВЕТСТВЕННЫМ ОРГАНИЗАТОРОМ В АУДИТОРИИ:

Количество заполненных полей
«Замена ошибочных ответов»

Подпись ответственного организатора строго внутри окошка

Вариант 1



ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН БЛАНК ОТВЕТОВ № 2

Лист 1

Код региона Код предмета Название предмета

Резерв - 5

Бланк ответов № 2
(лист 2)

Лист



Перепишите значения полей "Код региона", "Код предмета", "Название предмета" из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания с РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, 31.
Условия задания переписывать не нужно.



ВНИМАНИЕ! Все бланки и контрольные измерительные материалы рассматриваются в комплекте

--

Оборотная сторона бланка НЕ ЗАПОЛНЯЕТСЯ. Используйте бланк ответов № 2 (лист 2).

Вариант 1



ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

БЛАНК ОТВЕТОВ № 2

ЛИСТ 2

Код региона

Код предмета

Название предмета

Резерв - 6

Дополнительный
бланк ответов № 2

Лист



Перепишите значения полей "Код региона", "Код предмета", "Название предмета" из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания с РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, 31.
Условия задания переписывать не нужно.



ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только после заполнения бланка ответов № 2 лист 1

--

Оборотная сторона бланка НЕ ЗАПОЛНЯЕТСЯ. Попросите дополнительный бланк ответов № 2.

ВАРИАНТ 2

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

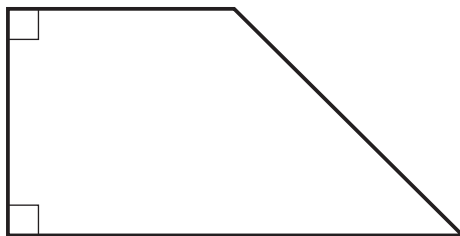
1 Решите уравнение $6x - 9 = 10 - \frac{3}{x}$. В ответе запишите целый корень уравнения.

Ответ: _____.

2 В случайном эксперименте 60 элементарных равновозможных событий. Событию А благоприятствуют 27 из них. Найдите вероятность события А.

Ответ: _____.

3 В прямоугольной трапеции основания равны 2 и 4, а один из углов равен 45° . Найдите меньшую боковую сторону трапеции.



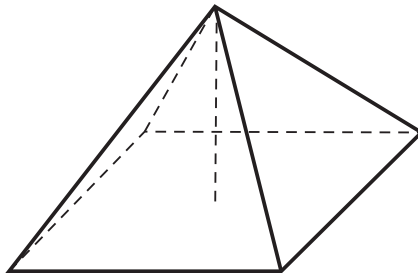
Ответ: _____.

4 Вычислите $-5\sqrt[5]{0,00032} - 3\sqrt[3]{0,027}$.

Ответ: _____.

5

Дана правильная четырёхугольная пирамида, у которой высота равна 12, а боковое ребро равно $9\sqrt{2}$. Найдите объём пирамиды.



Ответ: _____.

6

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $-4x - y + 1 = 0$; $x = -3$; $x = 0$ и осью абсцисс.

Ответ: _____.

7

Операционная прибыль производственного предприятия за месяц равна разности между выручкой и расходами

$$S = na - nb - C,$$

где n — объём производства (количество произведённой продукции), a — продажная цена, b — себестоимость (затраты на единицу продукции), C — постоянные расходы предприятия в месяц.

Фирма производит ежедневники и продаёт по цене 800 руб., себестоимость — 300 руб. за единицу, постоянные расходы 450 000 руб. в месяц. Чему равна операционная прибыль предприятия при объёме производства 1000?

Ответ: _____.

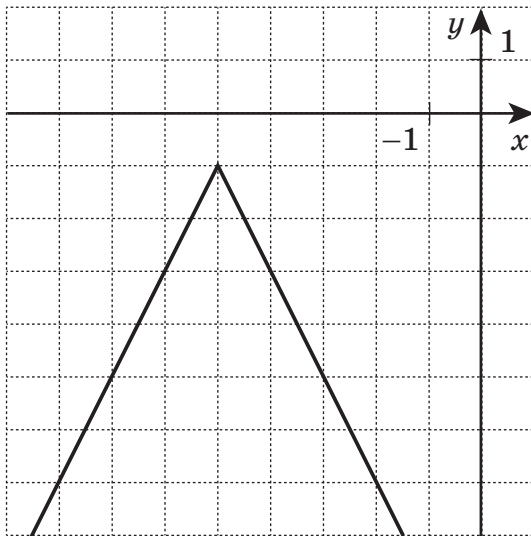
8

Смешали раствор массой 100 грамм и концентрацией 10 % с раствором массой 200 грамм и концентрацией 55 %. Чему равна концентрация полученной смеси (в процентах)?

Ответ: _____.

9

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = b + k|x - a|$. Известно, что график функции $f(x)$ проходит через точку $(-3; -5)$. Найдите значение $f(-7)$.



Ответ: _____.

10

Игральный кубик бросают дважды. Известно, что во второй раз выпало больше, чем 2. Найдите вероятность того, что в сумме выпало 6.

Ответ: _____.

11

Найдите наибольшее значение функции $f(x) = x + \frac{4}{x+5} - 2$ на промежутке $[-4; -1]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.