ВВЕДЕНИЕ

Пособие представляет собой краткий справочник теоретического материала, позволяющий в экспресс-режиме подготовиться к урокам, контрольным работам, в том числе ВПР, а также к ОГЭ по математике в 9 классе. Книга включает 8 разделов — «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Числовые последовательности», «Функции», «Координаты на прямой и плоскости», «Геометрия», «Статистика и теория вероятностей». Для удобства восприятия и запоминания материал в основном приведён в таблицах и схемах. Структура и содержание пособия позволяют ученику актуализировать, систематизировать и закрепить знания по математике за курс основной школы.

Авторы надеются, что данное пособие поможет любому ученику успешно подготовиться к урокам, ВПР и ОГЭ по математике.

Раздел 1. **ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ**

1. Натуральные числа

Натуральные числа хорошо знакомы нам с детства. Это числа, используемые при счёте предметов.

Обратите внимание, что 0 не является натуральным числом, 1 — наименьшее натуральное число. Наибольшего натурального числа не существует.

Множество натуральных чисел обозначается буквой N: $N = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11\ldots\}$.

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ С НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

Сложение

$$a + b = c$$

слагаемые сумма

Свойства:

$a + b = b + a$

$a + (b + c) = (a + b) + c$

$a + 0 = a$

Вычитание

$$a - b = c$$

уменьшаемое разность

вычитаемое

Свойства:

$a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$

$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$

$a - (b - c) = (a - b) + c$

$a - 0 = a$

Умножение

$$\underbrace{a\cdot b}_{\text{множители}}=\underbrace{c}_{\text{произведение}}$$

Свойства:

$a\cdot b=b\cdot a$

$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$

$(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$

$(a-b)\cdot c=a\cdot c-b\cdot c$

Деление

$$\underbrace{a}_{\text{делимое}}:\underbrace{b}_{\text{делитель}}=\underbrace{c}_{\text{частное}}$$

Свойства:

$(a:b):c=a:(b\cdot c)$

$a:(b:c)=(a:b)\cdot c$

$(a\cdot b):c=(a:c)\cdot b$

$(a\cdot b):c=a\cdot(b:c)$

СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Степенью числа a с натуральным показателем n, бо́льшим 1, называется произведение n множителей, каждый из которых равен a.

$$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\ \text{множителей}}$$

a — основание степени
n — показатель степени

Свойства степеней

$a^1=a$

$(a^x)^y=a^{xy}$

$a^x\cdot a^y=a^{x+y}$

$a^x\cdot b^x=(ab)^x$

$\dfrac{a^x}{a^y}=a^{x-y}$, где $a\neq 0$

$\dfrac{a^x}{b^x}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^x$, где $b\neq 0$

Таблица квадратов

Десятки	Единицы 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Таблица степеней

a^n	Значения n					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
2^n	2	4	8	16	32	64
3^n	3	9	27	81	243	729
4^n	4	16	64	256	1024	4096
5^n	5	25	125	625	3125	15 625
6^n	6	36	216	1296	7776	46 656
7^n	7	49	343	2401	16 807	
8^n	8	64	512	4096	32 768	
9^n	9	81	729	6561	59 049	

a^n	Значения n			
	7	**8**	**9**	**10**
2^n	128	256	512	1024
3^n	2187	6561	19 683	59 049

При чётной степени

$a, b > 0$

$(-a)^n = b$ $\quad -a^n = -b$

$(-3)^4 = 81$ $\quad -3^4 = -81$

Если в основании отрицательное число

$a^n > 0$, если n — чётное число (2; 4; 6...):

$$(-3)^4 = 81.$$

$a^n < 0$, если n — нечётное число (1; 3; 5...):

$$(-2)^5 = -32.$$

а) $$\frac{8^2}{2^5} = \frac{\left(2^3\right)^2}{2^5} = \frac{2^{3\cdot 2}}{2^5} = \frac{2^6}{2^5} = 2^{6-5} = 2^1 = 2;$$

б) $$\frac{6^{25}\cdot 9^{11}}{27^{15}\cdot 4^{12}} = \frac{(2\cdot 3)^{25}\cdot\left(3^2\right)^{11}}{\left(3^3\right)^{15}\cdot\left(2^2\right)^{12}} = \frac{2^{25}\cdot 3^{25}\cdot 3^{22}}{3^{45}\cdot 2^{24}} =$$

$$= \frac{2^{25}\cdot(3^{25}\cdot 3^{22})}{2^{24}\cdot 3^{45}} = \frac{2^{25}\cdot 3^{47}}{2^{24}\cdot 3^{45}} = 2^{25-24}\cdot 3^{47-45} =$$

$$= 2^1\cdot 3^2 = 18.$$

ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Делителем натурального числа n называется такое натуральное число k, на которое число n делится без остатка.

Например:

2 и 5 — делители числа 10.

Натуральное число k называется **кратным** натуральному числу n, если число n делится на число k без остатка.

Например:

Число 10 кратно 2.

> Слово «кратно» можно заменить словосочетанием «делится на».

Простые и составные натуральные числа

Простым называется натуральное число, которое делится на единицу и на само себя.

Например:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 и т. д.

Натуральное число, имеющее более двух делителей, называется **составным.**

Например:

4, 6, 8, 9, 10, 12 и т. д.

> Число 1 не является ни простым, ни составным, так как имеет только один делитель.

Таблица простых

2	3	5	7	11	13	17
47	53	59	61	67	71	73
109	113	127	131	137	139	149
191	193	197	199	**211**	223	227
269	271	277	281	283	293	**307**
353	359	367	373	379	383	389
439	443	449	457	461	463	467
523	541	547	557	563	569	571
617	619	631	641	643	647	653
709	719	727	733	739	743	751
811	821	823	827	829	839	853
907	911	919	929	937	941	947

чисел до 1000

19	23	29	31	37	41	43
79	83	89	97	**101**	103	107
151	157	163	167	173	179	181
229	233	239	241	251	257	263
311	313	317	331	337	347	349
397	**401**	409	419	421	431	433
479	487	491	499	**503**	509	521
577	587	593	599	**601**	607	613
659	661	673	677	683	691	**701**
757	761	769	773	787	797	**809**
857	859	863	877	881	883	887
953	967	971	977	983	991	997

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Признак делимости на 2

Число делится на 2, если его последняя цифра 0, 2, 4, 6 или 8.

Признаки делимости на 3 и на 9

На 3 делятся только те числа, у которых сумма цифр делится на 3; на 9 делятся только те числа, у которых сумма цифр делится на 9.

Признаки делимости на 5

На 5 делятся числа, последняя цифра которых 0 или 5.

Признаки делимости на 10

На 10 делятся только те числа, последняя цифра которых 0.

НОК И НОД

НОД (наибольший общий делитель)

$\Downarrow$

Наибольшее натуральное число, на которое делятся без остатка числа a и b.

Например:

НОД (36; 48) = 12, НОД (24; 35) = 1.

Натуральные числа называются **взаимно простыми**, если их наибольший общий делитель равен 1.

Чтобы найти **наибольший общий делитель** нескольких натуральных чисел, необходимо:
1) разложить эти числа на простые множители;
2) из множителей подчеркнуть те, которые входят в разложение всех чисел;
3) найти произведение подчёркнутых множителей.

Например:

Найдём наибольший общий делитель чисел 60, 80 и 48.

$60=\underline{2}\cdot\underline{2}\cdot3\cdot5$, $80=\underline{2}\cdot\underline{2}\cdot2\cdot2\cdot5$, $48=\underline{2}\cdot\underline{2}\cdot2\cdot2\cdot3$;

НОД(60; 80; 48) $= 2\cdot2=4$.

НОК (наименьшее общее кратное)

Наименьшее натуральное число, которое кратно натуральным числам a и b.

Например:

НОК (6; 8) = 24, НОК (24; 6) = 24,

НОК (11; 9) = 99.

Чтобы найти **наименьшее общее кратное** нескольких натуральных чисел, необходимо:
1) разложить эти числа на простые множители;
2) выписать множители, входящие в разложение одного из чисел;
3) дописать к ним недостающие множители из разложения других чисел;
4) найти произведение получившихся множителей.

<u>Например:</u>

Найдём наименьшее общее кратное чисел 60, 80 и 48.

$60=\underline{2}\cdot\underline{2}\cdot\underline{3}\cdot\underline{5},\quad 80=2\cdot 2\cdot\underline{2}\cdot\underline{2}\cdot 5,\quad 48=2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3;$

$\text{НОК}(60;80;48)=(2\cdot 2\cdot 3\cdot 5)\cdot 2\cdot 2=240.$

ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ

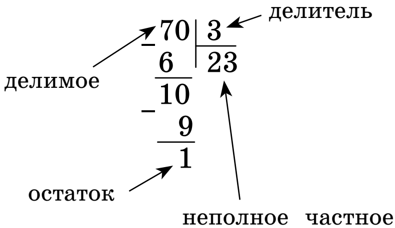
Пусть a и b — натуральные числа. Разделить a на b с остатком — значит найти такие натуральные числа q и r, что $a=bq+r$, причём $0<r<b$.

делимое неполное частное

$$a:b=q\ (\text{ост. } r)$$

делитель остаток

Например:



2. Дроби

Дробь — форма представления числа в математике. Существует два вида дробей: обыкновенные и десятичные.

ОБЫКНОВЕННАЯ ДРОБЬ

Число вида $\frac{m}{n}$, где $m \in Z$, $n \in N$, называют **обыкновенной дробью.**

$$\frac{m}{n}\begin{matrix}\leftarrow \text{числитель}\\ \leftarrow \text{знаменатель}\end{matrix}$$

Основное свойство дроби

Если числитель и знаменатель дроби умножить (разделить) на одно и то же число, отличное от 0, то получится дробь, равная данной:

$$\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}, \text{ где } c \neq 0.$$

Например:

$$\frac{0,35}{0,4}=\frac{0,35\cdot 100}{0,4\cdot 100}=\frac{35}{40}=\frac{7}{8}.$$

ДЕЙСТВИЯ С ОБЫКНОВЕННЫМИ ДРОБЯМИ

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd} \qquad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd} \qquad \frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$$

Выделение целой части из неправильной дроби:

$$\frac{17}{7}=2\frac{3}{7}$$

$$\begin{array}{r|l} -17 & 7 \\ \cline{2-2} \underline{14} & 2 \\ 3 & \end{array}$$

Перевод обыкновенной дроби в десятичную:

$$\frac{17}{8}=2,125;$$

$$\frac{3}{25}=\frac{3\cdot 4}{25\cdot 4}=\frac{12}{100}=0,12;$$

$$\frac{3}{8}=\frac{3\cdot 125}{8\cdot 125}=\frac{375}{1000}=0,375.$$

$$\begin{array}{r|l} -17 & 8 \\ \cline{2-2} \underline{16} & 2,125 \\ -10 & \\ \underline{8} & \\ -20 & \\ \underline{16} & \\ -40 & \\ \underline{40} & \\ 0 & \end{array}$$

Перевод смешанного числа в неправильную дробь:

$$3\frac{5}{9}=\frac{3\cdot 9+5}{9}=\frac{32}{9}.$$