

10
вариантов
с решениями

ОГЭ



2023

В. В. Мирошин

МАТЕМАТИКА

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ



МОСКВА
2022

ВВЕДЕНИЕ

Пособие предназначено для подготовки учащихся 9 классов к ОГЭ и дополнительным вступительным испытаниям по математике.

Книга содержит 10 тренировочных вариантов, составленных в соответствии с демонстрационным вариантом и спецификацией контрольных измерительных материалов для проведения основного государственного экзамена по математике. Обращаем ваше внимание, что каждый вариант имеет подробное решение всех заданий, включая первую часть. Кроме того, автор старался сделать так, чтобы даже самые простые задания несли информацию, полезную для подготовки к ОГЭ. Так как вы планируете продолжать математическое образование, вам потребуется высокий балл для того, чтобы подтвердить хорошее знание математики и свою конкурентоспособность. Поэтому автор позволил себе, сохраняя форму и тематику заданий, кое-где отступить от привычного содержания, сделав его более разнообразным.

Автор, обладая большим опытом работы в общеобразовательных учреждениях и подготовки к экзаменам, постарался сделать так, чтобы предложенные варианты не только готовили к ОГЭ, но и оказывали посильную помощь в подготовке к освоению программы по математике в старшей школе.

Конечно, ваша цель — последние задания, приносящие наибольшее количество баллов. Они снабжены критериями выставления оценок по приведённым решениям. Но это не значит, что задачи 20–25 не могут иметь других решений. Не забывайте про задачи первой части. Очень часто наиболее сильные участники экзамена, стремясь как можно скорее заняться сложными и интересными задачами второй части, допускают обидные ошибки в простых задачах первой части.

Желаем успеха!

ИНСТРУКЦИЯ¹

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не нужно, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у вас останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

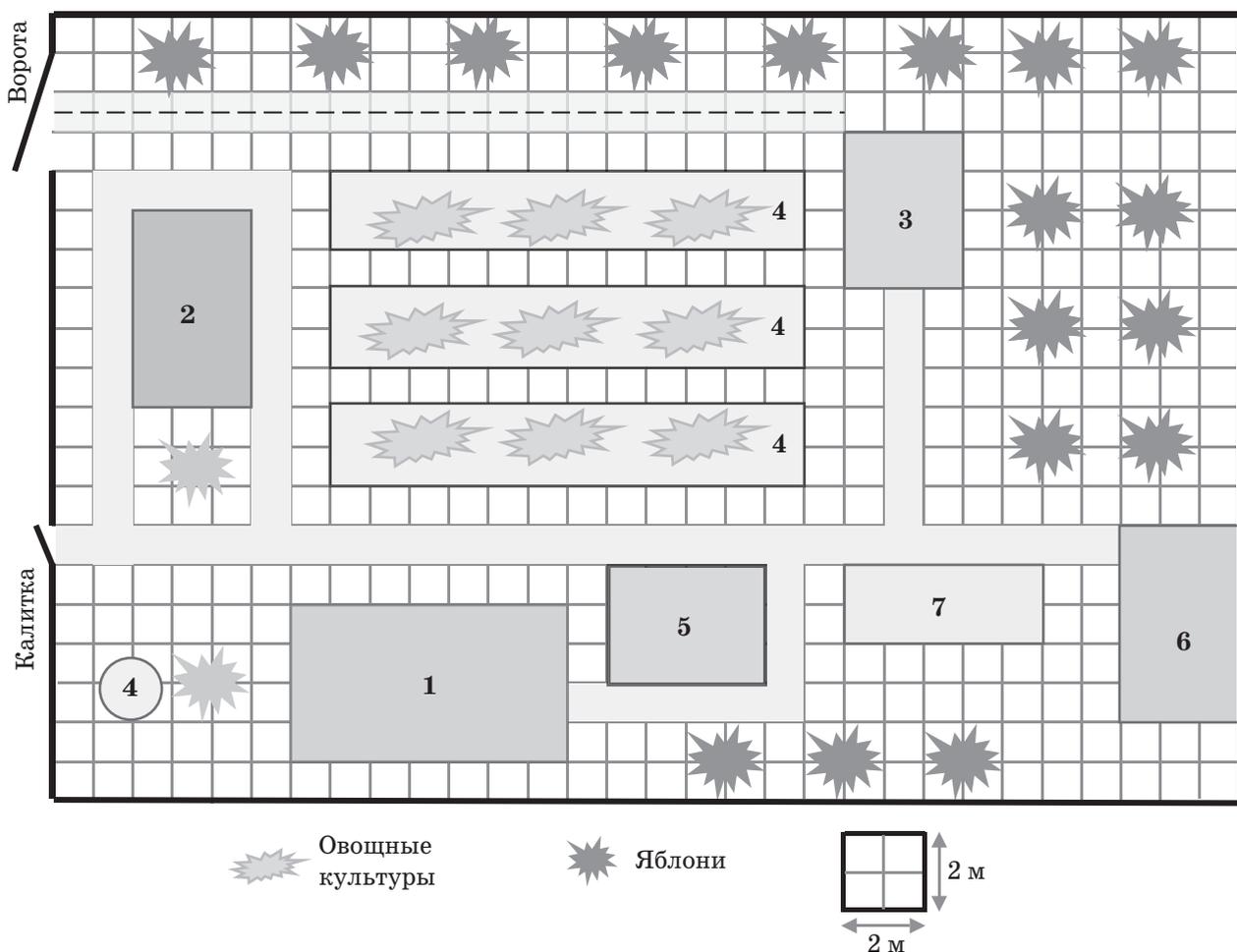
¹ www.fipi.ru

ВАРИАНТ 1

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. При входе на участок через калитку справа расположен круглый колодец. Далее справа расположен жилой дом, за ним находится беседка. За беседкой находится зона барбекю. Дорожка, ведущая от калитки, упирается в хозблок. Слева от входа расположена баня, вокруг которой проходит дорожка. Кроме того, на участке расположена теплица, к которой ведёт дорожка от зоны барбекю. Между баней и теплицей расположены посадки овощных культур, а по периметру высажены яблони. Дорожки на дачном участке вымощены одинаковой тротуарной плиткой.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Баня	Жилой дом	Хозблок	Зона барбекю
Цифры				

Ответ _____

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 3 Найдите площадь, которую занимают на участке посадки овощей. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от ворот до теплицы. (Путь указан пунктиром.)
Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

- 5 Владелец дачного участка для улучшения состава почвы решил приобрести 25 тонн почвенного материала. В распоряжении транспортной компании находятся машины двух типов, как показано в таблице.

Машины	1	2
Грузоподъёмность, т	3	4
Стоимость рейса, руб.	2000	3000

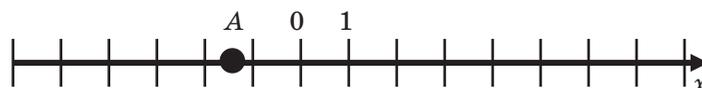
Какова будет наименьшая оплата перевозки груза, если известно, что машины загружаются полностью? Ответ дайте в рублях.

Ответ _____

- 6 Найдите значение выражения $3\frac{1}{2} \cdot \left(2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5}\right)$.

Ответ _____

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) $-0,7$ 2) $-2,5$ 3) $-\pi$ 4) $-\sqrt{2}$

Ответ

8 Найдите значение выражения $a - \frac{5a^2 - 3b}{5a}$ при $a = 3, b = 20$.

Ответ _____

9 Решите уравнение $\frac{(x^2 - 4)(x - 4)}{\sqrt{x^2 - 7x - 8}} = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ _____

10 На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ _____

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

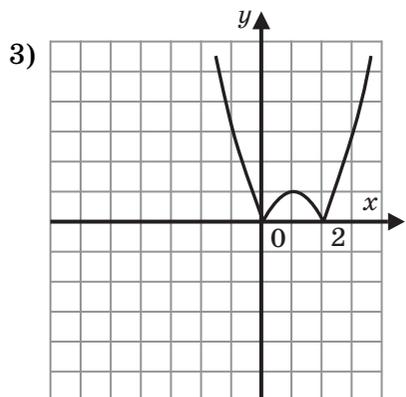
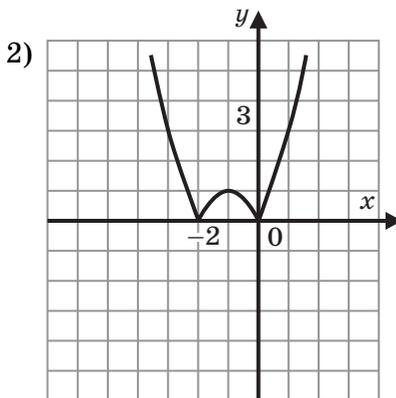
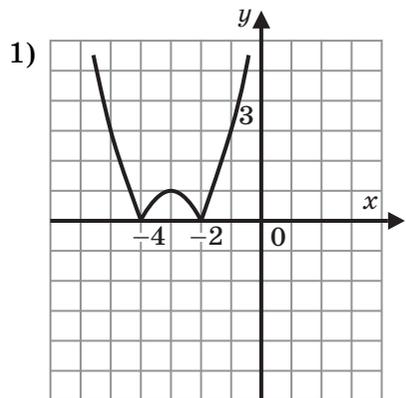
ФУНКЦИИ

А) $y = |x^2 - 2x|$

Б) $y = |x^2 + 6x + 8|$

В) $y = |x^2 + 2x|$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

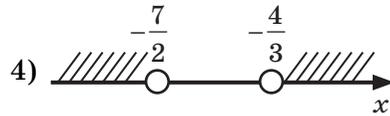
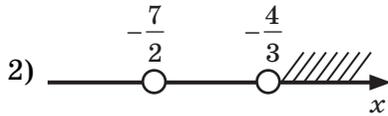
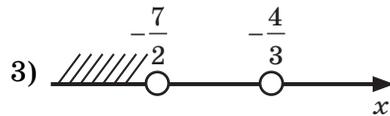
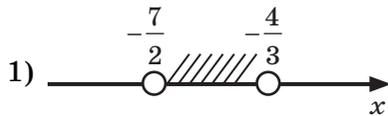
Ответ

А	Б	В

- 12) Если шарик массой m абсолютно упруго ударяется о брусок массой M , закреплённый на пружине жёсткостью k кг/с² (н/м) и имеет перед соударением скорость v_0 , то максимальное сжатие пружины x находится по формуле $x = \frac{2mv_0}{m+M} \cdot \sqrt{\frac{M}{k}}$. Найдите жёсткость пружины, если $m = 0,6$ кг, $M = 1$ кг, $v_0 = 2$ м/с, а сжатие $x = 6$ см. Ответ укажите в н/м.

Ответ _____

- 13) Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 2x+7 < 0; \\ 3x+4 < 0. \end{cases}$



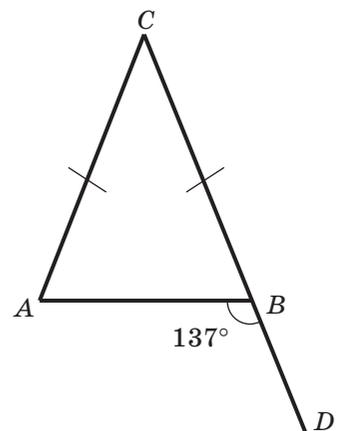
Ответ

- 14) Альпинист Валера в качестве тренировки совершает восхождение на гору, высота которой равна 3000 метров. За первый час, двигаясь с неизменной скоростью, он прошёл 800 метров подъёма, затем сделал пятнадцатиминутный привал, за второй час он прошёл на 100 метров меньше, но сделал привал на 5 минут больше. Затем снова на 100 метров меньше, чем в предыдущий час, но привал увеличил на 5 минут и так далее, пока не достиг вершины. За какое время альпинист Валера достиг вершины? Время укажите в часах.

Ответ _____

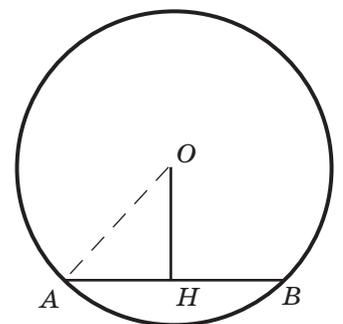
- 15) В равнобедренном треугольнике ABC , $AC = BC$, внешний угол ABD при вершине B треугольника равен 137° . Найдите величину угла CAB . Ответ дайте в градусах.

Ответ _____

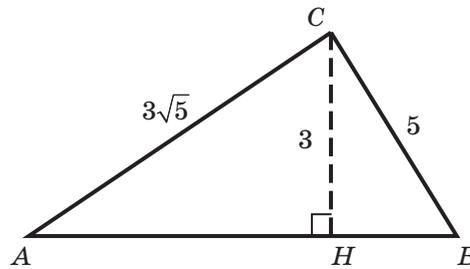


- 16) Найдите длину хорды AB окружности с центром в точке O , если радиус окружности равен 29, а расстояние от центра окружности до хорды равно 20.

Ответ _____

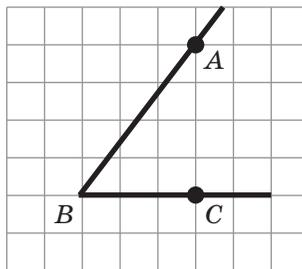


- 17 Найдите площадь треугольника ABC , изображённого на рисунке.



Ответ _____

- 18 Найдите косинус острого угла B , изображённого на рисунке.



Ответ _____

- 19 Дан треугольник ABC . Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В любом треугольнике центр описанной окружности лежит внутри треугольника.
- 2) В любом треугольнике центр описанной окружности лежит вне треугольника.
- 3) Существует треугольник, у которого центр описанной окружности лежит вне треугольника.
- 4) Существует треугольник, у которого центр описанной окружности лежит внутри треугольника.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $x^4 = (4x + 5)^2$.

21 Из пункта A со скоростью 8 км/ч выехал велосипедист. Через 3 часа следом за ним со скоростью 24 км/ч выехал мотоциклист. Найдите время, через которое мотоциклист догонит велосипедиста. Ответ дайте в часах.

22 Постройте график функции $y = |x - 2| + |x + 1|$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, имеет с графиком функции более одной общей точки.

23 Площадь равнобедренного прямоугольного треугольника равна 36. Найдите длину гипотенузы треугольника.

24 Окружности, радиусы которых равны r и R , касаются внутренним образом в точке A . Продолжение хорды AB меньшей окружности пересекает большую окружность в точке B_1 , а продолжение хорды AC меньшей окружности пересекает большую окружность в точке C_1 . Докажите, что четырёхугольник BB_1C_1C — трапеция.

25 В трапеции $ABCD$ $BC \parallel AD$, биссектриса угла D перпендикулярна боковой стороне AB и пересекает её в точке F . Найдите отношение площади четырёхугольника $BCDF$ к площади треугольника AFD , если $AF:FB = 2:1$.



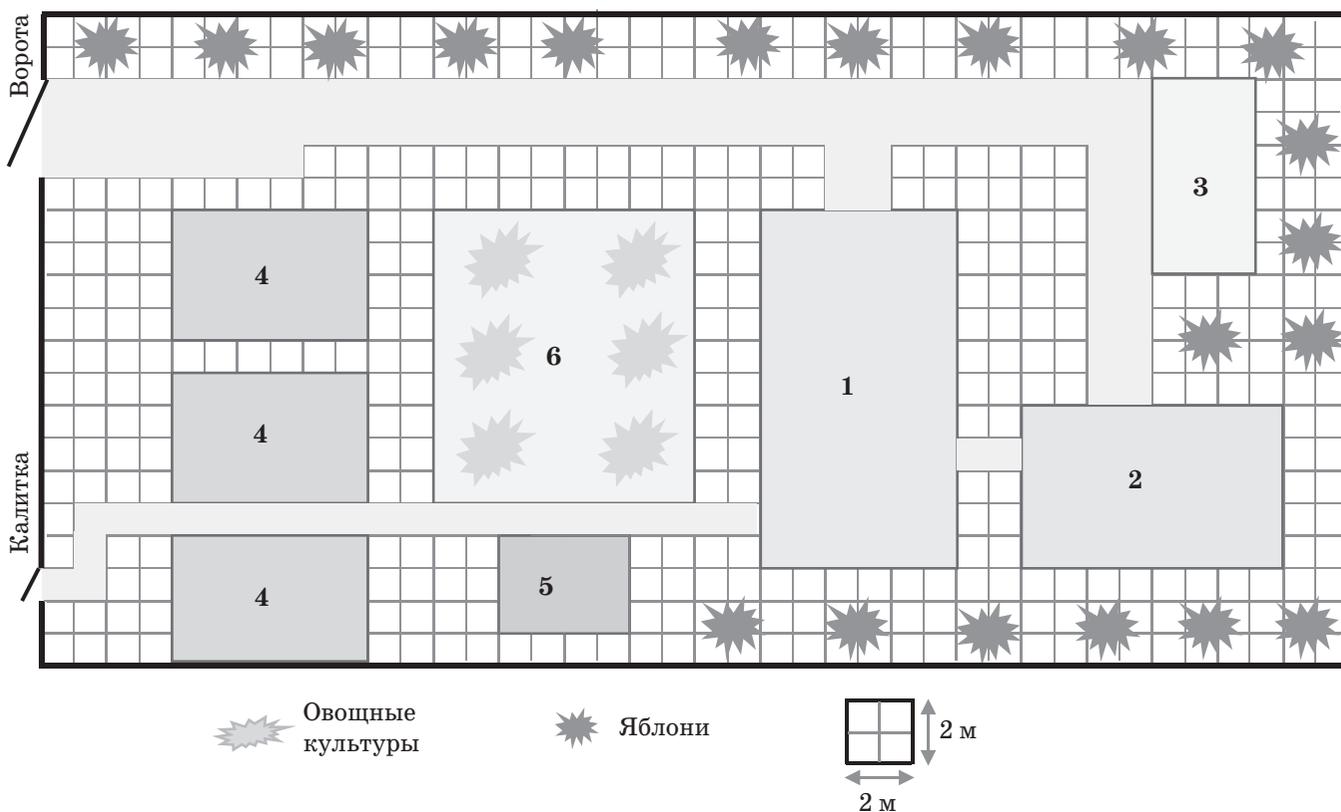
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 2

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. Дорога, покрытая плиткой, ведёт от ворот мимо главного двухэтажного дома к хозблоку и далее к гаражу. От дома отходят дорожки, ведущие к гаражу, расположенному справа, бане и въездной дороге. Участок обнесён забором, в котором сделаны ворота и задняя калитка. На участке находятся три одинаковые теплицы, а также отведено большое место для овощных культур, выращиваемых на свежем воздухе. Вдоль забора участка высажены фруктовые деревья и кустарники.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Баня	Хозблок	Гараж
Цифры				

Ответ _____

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 3 Найдите площадь, которую занимают на участке теплицы. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 4 Найдите длину дорожки, ведущей от ворот участка до хозблока. Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

- 5 Владельцам участков СНТ требуется перевезти груз сыпучих материалов массой 73 тонны. В распоряжении транспортной компании находятся машины 3 типов, характеристики которых представлены в таблице.

Тип машины	Грузоподъёмность, т	Стоимость рейса, руб.
1	2,5	1200
2	3	1800
3	5	2500

Какова будет наименьшая оплата перевозки груза, если известно, что машины загружаются полностью? Ответ дайте в рублях.

Ответ _____

- 6 Найдите значение выражения $\left(\frac{29}{35} - \frac{4}{7}\right) \cdot 0,147 : 0,03$.

Ответ _____

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) $\sqrt{55}$ 2) $\sqrt{42}$ 3) $\sqrt{64}$ 4) $\sqrt{75}$

Ответ

8 Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 289b^2}{a + 17b}$, если $a = 18$, $b = 1$.

Ответ _____

9 Решите уравнение $|x - 7| = 2$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ _____

10 Найдите вероятность того, что наудачу выбранное число от 1 до 200 оканчивается на 7.

Ответ _____

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

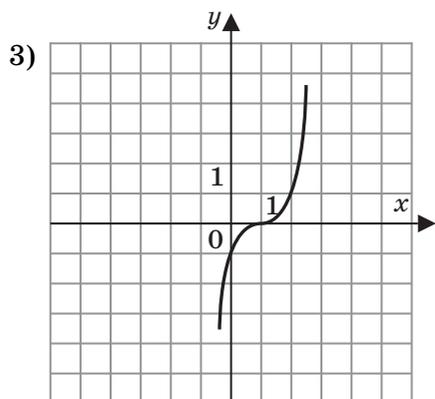
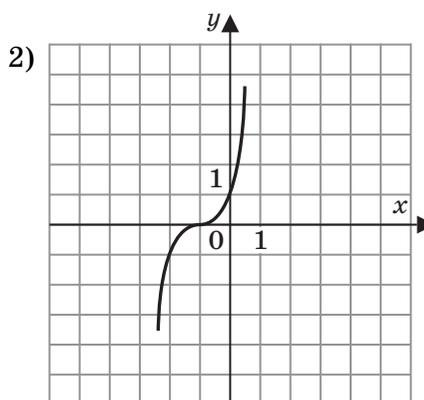
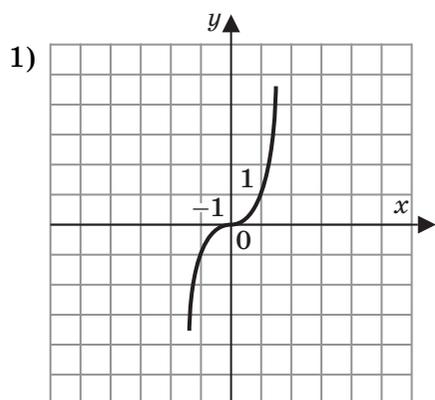
ФУНКЦИИ

A) $y = (x - 1)^3$

Б) $y = (x + 1)^3$

В) $y = x^3$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ

А	Б	В

- 12 Если на нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок, подвешены два груза неравной массы m_1 и m_2 ($m_2 > m_1$), то ускорение a_c центра масс системы находится по формуле $a_c = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right)^2 \cdot g$, где $g = 10 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения.

Найдите массу меньшего груза, если масса большего груза равна 3 кг, а ускорение системы грузов — $0,4 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в килограммах.

Ответ _____

- 13 Решите систему неравенств $\begin{cases} 8 + 25 > 0; \\ 5 - 8 < 0. \end{cases}$

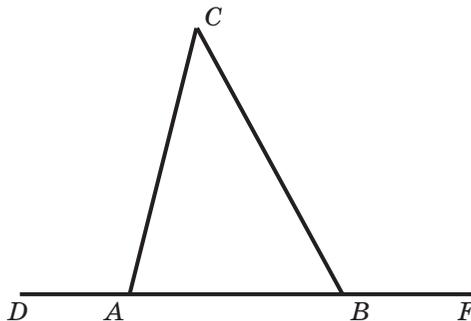
В ответе запишите сумму целых решений системы.

Ответ _____

- 14 Девятиклассник Алексей, готовясь к экзамену по математике, начал решать задачи, причём каждый день количество задач увеличивалось на одно и то же число. Через неделю выяснилось, что общее количество решённых им задач больше 43, но меньше 50. Найдите количество задач, решённых Алексеем в четвёртый день.

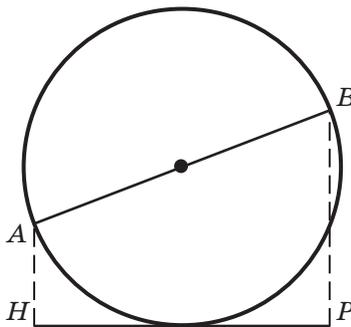
Ответ _____

- 15 Сумма внешних углов CAD и CBF треугольника ABC равна 236° . Найдите величину угла ACB . Ответ дайте в градусах.



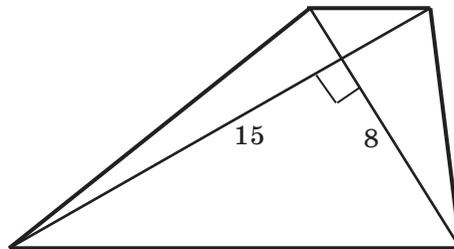
Ответ _____

- 16 Концы диаметра AB удалены от касательной HP на расстояния $AH = 1,6$, $BP = 2,4$. Найдите длину диаметра AB .



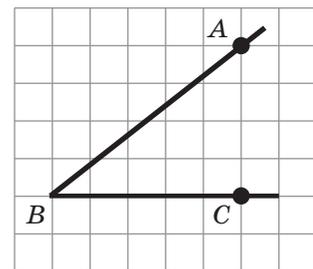
Ответ _____

- 17** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке, длины диагоналей которой заданы.



О т в е т _____

- 18** Найдите значение выражения $\sqrt{41}(\sin B + \cos B)$, где B — острый угол, изображённый на рисунке.



О т в е т _____

- 19** Дан четырёхугольник $ABCD$. Укажите верные утверждения.

- 1) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.
- 2) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$, такого, что $\angle A + \angle C = 180^\circ$, можно описать окружность.
- 3) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$, такого, что $\angle A + \angle B = 180^\circ$, можно описать окружность.
- 4) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$, такого, что $\angle A + \angle D = 180^\circ$, можно описать окружность.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

О т в е т _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение $(x^2 + 5x)^2 - 2(x^2 + 5x) - 24 = 0$.

21 Катер прошёл против течения реки 16 км и вернулся обратно, затратив на обратный путь на $\frac{1}{3}$ часа меньше, чем против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

22 Постройте график функции $y = (x - 3) \cdot |x - 1|$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, имеет с графиком функции более одной общей точки.

23 В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 14$, $BC = 6$ и боковой стороной $AB = 6$ проведена диагональ AC . В каждый из треугольников ADC и ACB вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю AC .

24 Докажите, что сумма длин перпендикуляров, проведённых из произвольной точки M , лежащей на стороне прямоугольника $ABCD$, к его диагоналям, не зависит от положения точки M .

25 Площадь равнобедренной трапеции, в которую можно вписать окружность, равна 144,5. Острый угол при основании трапеции равен 30° . Найдите радиус окружности.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.