

ВВЕДЕНИЕ

Эта книга адресована *учащимся 10—11 классов* для подготовки к единому государственному экзамену. Материал данного пособия представлен в виде разделов, соответствующих основным темам школьного курса математики, присутствующим в ЕГЭ. Для каждой темы предложены задания части 1 и части 2 базового и профильного уровней, а также обобщающие контрольные работы. К заданиям части 2 даются указания. Ко всем заданиям приведены ответы.

Тренировочные задания позволят учащимся систематически, при прохождении каждой темы, готовиться к этому экзамену. Достаточно будет в 10—11 классах решать задания из этого пособия параллельно с темой, изучаемой на школьных уроках математики, а в конце 11 класса, в качестве повторения, — варианты ЕГЭ по математике.

Данное пособие может использоваться совместно с любым учебником алгебры и начала анализа для 10—11 классов. С учебниками А.Г. Мордковича, Ш.А. Алимова и др., А.Н. Колмогорова — в полном объёме. С учебниками других авторов (Н.Я. Виленкина, М.И. Башмакова) — с исключением некоторых заданий, с которыми в момент изучения темы учащиеся ещё незнакомы. После изучения соответствующего материала, на этапе обобщающего повторения, к этим заданиям можно вернуться.

Книга также будет полезна *учителям математики*, так как даёт возможность эффективно организовать подготовку учащихся к единому государственному экзамену непосредственно на уроках, в процессе изучения всех тем. Можно предложить несколько вариантов работы:

- включение заданий тестового характера в систему заданий для 10—11 классов вместе со стандартными упражнениями учебника;
- использование заданий и контрольных работ на этапе обобщающего повторения по каждой теме или на этапе итогового повторения и подготовки к ЕГЭ в конце 11 класса;
- контроль и коррекция знаний учащихся.

В структуре экзаменационной работы выделены две части, которые различаются по содержанию, форме записи ответа, степени сложности и числу заданий.

В данном учебном пособии также представлены две группы заданий. Формы записи ответов для разных заданий соответствуют формулировкам заданий в ЕГЭ.

Для каждого из заданий **части 1** ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Единицы измерений не пишут. В этом разделе содержатся задания базового уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа», а также задания из различных разделов математики с 5 по 11 класс.

Задания **части 2** требуют развёрнутого ответа. При оформлении решений обращают внимание на правильную запись хода решения, наличие обоснований и верный ответ. В эту группу включаются самые сложные задания по геометрии и алгебре 7—11 классов повышенного и высокого уровней сложности.

Надеемся, что данное пособие поможет учителям математики эффективно организовать подготовку к ЕГЭ на своих уроках, а старшеклассникам — систематизировать знания по математике, самостоятельно подготовиться к экзамену и успешно его сдать.

I. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (10—11 классы)

1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

1.1. Преобразования тригонометрических выражений

Содержание, проверяемое заданиями: соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента, формулы сложения, формулы двойного угла, формулы приведения.

Часть 1

Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–38 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения $3\sin^2\alpha + 10 + 3\cos^2\alpha$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $16 - 6\sin^2\beta - 6\cos^2\beta$.

Ответ: _____.

3 Вычислите: $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$.

Ответ: _____.

4 Вычислите: $\cos^2 15^\circ - \sin^2 75^\circ$.

Ответ: _____.

5 Упростите выражение $\frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta} - 2\sin 2\beta + 0,29$.

Ответ: _____.

6 Вычислите: $\left(\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}\right) \cdot \sqrt{3}$ при $x = \frac{5\pi}{6}$.

Ответ: _____.

7 Дано: $\cos\beta = 0,8$ и $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\sin\beta$.

О т в е т : _____.

8 Дано: $\operatorname{tg}\beta = \frac{7}{24}$ и $180^\circ < \beta < 270^\circ$. Найдите: $\cos\beta$.

О т в е т : _____.

9 Дано: $\operatorname{ctg}\beta = -1\frac{1}{3}$. Найдите: $\cos 2\beta$.

О т в е т : _____.

10 Дано: $\cos\alpha = -0,6$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\sin\beta = -0,6$,

$\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\sin(\alpha - \beta)$.

О т в е т : _____.

11 Дано: $\cos\alpha = -0,6$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\sin\beta = -0,6$,

$\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\cos(\alpha + \beta)$.

О т в е т : _____.

12 Найдите значение выражения $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)$, если $\sin\beta = 0,11$.

О т в е т : _____.

13 Найдите значение выражения $\sin(180^\circ - \beta)$, если $\sin\beta = -0,24$.

О т в е т : _____.

14 Найдите значение выражения $\sin(270^\circ - \beta)$, если $\cos\beta = -0,41$.

О т в е т : _____.

Профильный уровень

15 Найдите значение выражения $\cos(\beta - 270^\circ)$, если $\sin\beta = 0,59$.

Ответ: _____.

16 Найдите значение выражения $\operatorname{tg}^2(\alpha - \pi)$, если $\operatorname{ctg}\alpha = 2,5$.

Ответ: _____.

17 Найдите значение выражения $\cos^2\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right)$ если $\sin\alpha = 0,2$.

Ответ: _____.

18 Найдите значение выражения $\frac{\sin\left(\frac{13}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(6\pi + \alpha)}{1 + \sin(2\pi - \alpha)}$,

если $\operatorname{ctg}\alpha = 8$.

Ответ: _____.

19 Найдите значение выражения $\frac{\sin\left(\frac{9}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(5\pi + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) - 1}$,

если $\operatorname{tg}\alpha = 0,25$.

Ответ: _____.

20 Найдите значение выражения $\sin(\alpha - \beta) + 2\cos\alpha\sin\beta$, если $\sin(\alpha + \beta) = 0,17$.

Ответ: _____.

21 Найдите значение выражения $\cos(\alpha + \beta) + 2\sin\alpha\sin\beta$, если $\cos(\alpha - \beta) = 0,64$.

Ответ: _____.

22 Найдите значение выражения $\left(\frac{\sin(\alpha + \beta) - 2\cos\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\sin\beta + \cos(\alpha + \beta)}\right) \cdot \sqrt{3}$,

если $\alpha - \beta = 150^\circ$.

Ответ: _____.

23 Найдите значение выражения

$$\left(\frac{\cos(\alpha - \beta) - 2\cos\alpha\cos\beta}{2\cos\alpha\sin\beta + \sin(\alpha - \beta)} \right) \cdot 2\sqrt{3},$$

если $\alpha + \beta = 120^\circ$.

О т в е т : _____.

24 Упростите выражение $\cos(\pi + 2\alpha) + \sin(\pi + 2\alpha) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$.

О т в е т : _____.

25 Упростите выражение $\frac{\sin^4\alpha - \cos^4\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} - \operatorname{tg}^2\alpha \operatorname{ctg}^2\alpha$.

О т в е т : _____.

26 Упростите выражение $\frac{\sin^3\alpha - \cos^3\alpha}{1 + \sin\alpha\cos\alpha} + \cos\alpha - \sin\alpha$.

О т в е т : _____.

27 Упростите выражение $19 + \sin^4\alpha - \cos^4\alpha + \cos^2\alpha$.

О т в е т : _____.

28 Упростите выражение $4\sin^2 2\alpha + 16\sin^4\alpha - 16\sin^2\alpha$.

О т в е т : _____.

29 Упростите выражение $\frac{1 - 2\sin^2\alpha}{2\operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)\cos^2(45^\circ - \alpha)}$.

О т в е т : _____.

30 Вычислите: $\frac{\sin\beta + \cos\beta}{(\sin\beta - \cos\beta)^{-1}}$, если $\sin 2\beta = -0,6$; $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3\pi}{4}$.

О т в е т : _____.

31 Вычислите: $\frac{\cos\beta - \sin\beta}{(\sin\beta + \cos\beta)^{-1}}$, если $\sin 2\beta = -0,8$; $\frac{3\pi}{4} < \beta < \pi$.

О т в е т : _____.

32 Вычислите: $16\operatorname{ctg}110^\circ\sin105^\circ\operatorname{tg}70^\circ\cos105^\circ$.

О т в е т : _____.

33 Вычислите: $12\operatorname{ctg}140^\circ\sin75^\circ\operatorname{tg}40^\circ\cos75^\circ$.

О т в е т : _____.

34 Вычислите: $\frac{1-2\sin^2 43^\circ}{\sin176^\circ+\sin4^\circ}$.

О т в е т : _____.

35 Вычислите: $\frac{2\cos^2 48^\circ-1}{\sin186^\circ-\sin6^\circ}$.

О т в е т : _____.

36 Вычислите: $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos^4 75^\circ-\cos^4 15^\circ)$.

О т в е т : _____.

37 Найдите значение выражения $8\cos 2\beta$, если $2\cos 2\beta + 9\sin \beta - 4 = 0$.

О т в е т : _____.

38 Найдите значение выражения $\cos 2\beta$, если $3\cos 2\beta + 11\sin \beta - 7 = 0$.

О т в е т : _____.

Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

39 Вычислите: $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$.

О т в е т : _____.

40 Вычислите: $16\cos 20^\circ\cos 40^\circ\cos 80^\circ$.

О т в е т : _____.

41 Вычислите: $\sin 54^\circ\sin 18^\circ$.

О т в е т : _____.

42 Найдите значение выражения $27\sin\alpha\cos\alpha$, если $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

43 Найдите значение выражения $81(\sin^3\alpha + \cos^3\alpha)$, если $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

44 Вычислите: $\frac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$, если $\operatorname{tg}\alpha = 3$.

Ответ: _____.

45 Вычислите: $\frac{7\cos\alpha + 4\sin\alpha}{4\sin\alpha + 3\cos\alpha}$, если $4\sin 2\alpha = 15\sin^2\alpha + 1$.

Ответ: _____.

46 Упростите: $3(\sin^4\alpha + \cos^4\alpha) - 2(\sin^6\alpha + \cos^6\alpha)$.

Ответ: _____.

1.2. Тригонометрические функции

Содержание, проверяемое заданиями: значения функции, область определения функции, периодичность, множество значений функции, чётность, нечётность, возрастание и убывание, ограниченность, сохранение знака функции.

Часть 1

Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–42 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Вычислите: $\operatorname{tg} 390^\circ \cdot \sqrt{3}$.

Ответ: _____.

2 Вычислите: $\sin\left(-\frac{7}{3}\pi\right) \cdot \sqrt{3}$.

Ответ: _____.

3 Вычислите: $\cos \frac{11\pi}{6} \cdot \sqrt{3}$.

Ответ: _____.

4 Вычислите: $\operatorname{ctg}(-300^\circ) \cdot 2\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

Профильный уровень

5 Какое число из промежутка $(2; 3)$ не входит в область определения функции $y = \operatorname{tg}(\pi x)$?

Ответ: _____.

6 Какое число из промежутка $(1,4; 2,7)$ не входит в область определения функции $y = \operatorname{ctg}(\pi x)$?

Ответ: _____.

7 Найдите наибольшее значение функции $y = \cos x$ на промежутке $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

8 Найдите наименьшее значение функции $y = \cos x$ на промежутке $\left[-\pi; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.

9 Найдите наибольшее значение функции $y = \sin x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$.

Ответ: _____.

10 Найдите наименьшее значение функции $y = \sin x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; \pi\right]$.

Ответ: _____.

11 Найдите наибольшее значение функции $y = \sin x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; 2\pi\right]$.

Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi + x)$.

Ответ: _____.

13 Найдите наибольшее значение функции $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x)$.

Ответ: _____.

14 Сколько целых чисел входит в множество значений функции $y = \sin 15^\circ \cos x + \cos 15^\circ \sin x$?

Ответ: _____.

15 Сколько натуральных чисел входит в множество значений функции

$$y = \cos \frac{\pi}{8} \cos x - \sin \frac{\pi}{8} \sin x?$$

Ответ: _____.

16 Найдите наименьшее значение функции $y = 5 - \cos x$.

Ответ: _____.

17 Найдите наибольшее значение функции $y = 7 - \sin(2x)$.

Ответ: _____.

18 Найдите наименьшее значение функции $y = 1 + 2\cos(3x)$.

Ответ: _____.

19 Найдите наибольшее значение функции $y = 3 - 4\sin(5x)$.

Ответ: _____.

20 Укажите наибольшее целое число, не превосходящее $\sin 11^\circ$.

Ответ: _____.

21 Укажите наибольшее целое число, не превосходящее $\cos 97^\circ$.

Ответ: _____.

22 Укажите наибольшее целое число, не превосходящее $2\sin 31^\circ$.

Ответ: _____.

23 Укажите наибольшее целое число, не превосходящее $2\operatorname{tg} 46^\circ$.

Ответ: _____.

- 24 Найдите наибольшее значение функции $y = 3\sin(2x) + 4$.
 Ответ: _____.
- 25 Найдите наибольшее целое значение функции $y = 6\cos x \operatorname{tg} x$.
 Ответ: _____.
- 26 Найдите наименьшее значение функции $y = 5\sin(3x) - 12$.
 Ответ: _____.
- 27 Найдите наименьшее целое значение функции $y = 14\sin x \operatorname{ctg} x$.
 Ответ: _____.
- 28 Найдите наибольшее значение функции $y = \sin x \cos x$.
 Ответ: _____.
- 29 Найдите наименьшее значение функции $y = 2\left(\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}\right)$.
 Ответ: _____.
- 30 Найдите наименьшее целое значение функции $y = \frac{\sin(2x)}{\sin x}$.
 Ответ: _____.
- 31 Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{9}{2\cos x + 5}$.
 Ответ: _____.
- 32 Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{8}{3\sin x - 7}$.
 Ответ: _____.
- 33 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции $y = \sin 2x$?
 Ответ: _____.
- 34 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции
 $y = 2\sin 2x + \sin x + 1$?
 Ответ: _____.

35 Скольким целым числам содержится во множестве значений функции
 $y = \cos 2x + \cos x - 1$?

Ответ: _____.

36 Найдите множество значений функции $y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$.

Ответ: _____.

37 В какой четверти находится число x , если $\sin x + \cos x = 1,01$?

Ответ: _____.

38 В какой четверти находится число x , если $\sin x + \cos x = -1,02$?

Ответ: _____.

39 Вычислите: $5 \arcsin\left(\cos \frac{\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

40 Вычислите: $\sqrt{3} \cos\left(\arcsin \frac{1}{2}\right)$.

Ответ: _____.

41 Вычислите: $\sqrt{2} \sin\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$.

Ответ: _____.

42 Вычислите: $\frac{8}{\pi} \operatorname{arctg}(\cos \pi)$.

Ответ: _____.

Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

43 При каких значениях a функция $y = a \cos x + \sin x - a \sin x$ будет чётной?

Ответ: _____.

- 44 При каких значениях a функция $y = a\cos x + \sin x - a\sin x$ будет нечётной?
 Ответ: _____.
- 45 Пусть $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin x$. Сравните $f(f(0))$ и $g(g(0))$.
 Ответ: _____.
- 46 Пусть $f(x) = \cos x$, $g(x) = 2x$. Найдите $f(g(0))$.
 Ответ: _____.
- 47 Пусть $f(x) = \sin x$. Найдите $f(f(f(0)))$.
 Ответ: _____.
- 48 Пусть $f(x) = \cos x$. Найдите сумму корней уравнения $f(x) = 0$, если $x \in [-200; 200]$.
 Ответ: _____.
- 49 Пусть $f(x) = 16\cos^4 x - 4\cos x + 1$. Найдите сумму наибольшего и наименьшего корней уравнения $f(x) = 0$, если $x \in [-200\pi; 200\pi]$.
 Ответ: _____.
- 50 Расположите в порядке возрастания: $\sin 2000^\circ$, $\cos 2000^\circ$, $\operatorname{tg} 2000^\circ$, $\operatorname{ctg} 2000^\circ$.
 Ответ: _____.
- 51 Расположите в порядке убывания: $\sin 1$, $\cos 2$, $\operatorname{ctg} 3$, $\operatorname{tg} 4$.
 Ответ: _____.
- 52 Найдите множество значений функции $y = \sqrt{2}(\cos 200x + \sin 200x)$.
 Ответ: _____.
- 53 Найдите множество значений функции $y = \frac{\sqrt{2\sqrt{2}(\cos 200x - \sin 200x)}}{2}$.
 Ответ: _____.

1.3. Тригонометрические уравнения

Содержание, проверяемое заданиями: общая формула решения уравнений $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$; приёмы решения тригонометрических уравнений: разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций, использование графиков, использование нескольких приёмов при решении тригонометрических уравнений; системы, содержащие одно или два тригонометрических уравнения; уравнения с параметром; уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.

Часть 1

Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–52 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Укажите наибольший отрицательный корень уравнения $2\sin x + 1 = 0$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

- 2 Укажите наименьший положительный корень уравнения $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 3 = 0$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

- 3 Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $2\sqrt{3}\operatorname{tg} x - 6 = 0$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

- 4 Найдите наименьший положительный корень уравнения $\cos(2x) = 0,5$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

- 5 Укажите наименьший положительный корень уравнения $\sin(4x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

Профильный уровень

- 6 Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $\cos(2x)\cos x - \sin(2x) \times \sin x = 1$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

7 Укажите число корней уравнения $\sin 200x \cos 199x - \cos 200x \sin 199x = 0$, принадлежащих промежутку $[0; 4\pi]$.

Ответ: _____.

8 Укажите число корней уравнения $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x + \cos x = 0$, принадлежащих промежутку $[0; 2\pi]$.

Ответ: _____.

9 Укажите ближайший к 0 корень уравнения $2\sin x + 1 = 0$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

10 Укажите ближайший к $\frac{\pi}{2}$ корень уравнения $2\cos x + \sqrt{3} = 0$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

11 Укажите ближайший к π корень уравнения $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

12 Укажите ближайший к π корень уравнения $\sin x = \frac{-3}{2\sqrt{3}}$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

13 Укажите число корней уравнения $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, которые лежат в промежутке $[0; 3\pi]$.

Ответ: _____.

14 Укажите количество корней уравнения $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$, которые лежат в промежутке $[-\pi; 2\pi]$.

Ответ: _____.

15 Укажите число корней уравнения $\sin x = \frac{1}{3}$ на промежутке $[0; \pi]$.

Ответ: _____.

- 16** Укажите число корней уравнения $\sin x = \frac{1}{3}$ на промежутке $[\pi; 2\pi]$.
 Ответ: _____.
- 17** Укажите число корней уравнения $\operatorname{tg} x = 2$ на промежутке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
 Ответ: _____.
- 18** Укажите ближайший к $\frac{\pi}{6}$ корень уравнения $\cos(4x) = 1$. Ответ запишите в градусах.
 Ответ: _____.
- 19** Найдите сумму корней уравнения $\cos(x + 2000\pi) = 0$, принадлежащих промежутку $[0; 2\pi]$. Ответ запишите в градусах.
 Ответ: _____.
- 20** Укажите наименьший положительный корень уравнения $\operatorname{tg}(2x - 10^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.
 Ответ запишите в градусах.
 Ответ: _____.
- 21** Решите уравнение $\cos(\pi x) = 1$. В ответе укажите произведение корней уравнения, принадлежащих промежутку $(1; 6)$.
 Ответ: _____.
- 22** Решите уравнение $\sin(\pi x) = 1$. В ответе укажите сумму корней уравнения, принадлежащих промежутку $(1; 6)$.
 Ответ: _____.
- 23** Укажите наименьший положительный корень уравнения $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -1$.
 Ответ запишите в градусах.
 Ответ: _____.
- 24** Укажите наименьший положительный корень уравнения $\frac{\cos x - \frac{1}{2}}{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}} = 0$. Ответ запишите в градусах.
 Ответ: _____.

25 Определите число корней уравнения $\frac{\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}} = 0$ из промежутка $[0; 2\pi]$.

О т в е т : _____.

26 Определите число корней уравнения $\frac{\sin x}{\operatorname{tg} x} = 0$ из промежутка $[0; 2\pi]$.

О т в е т : _____.

27 Сколько корней имеет уравнение $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}-2} + 2$ на промежутке $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$?

О т в е т : _____.

28 Сколько корней имеет уравнение $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 3\cos 2x = 2$ на отрезке $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$?

О т в е т : _____.

29 Укажите наименьший положительный корень уравнения $\sin(\pi x)(\cos x - 2) = 0$.

О т в е т : _____.

30 Укажите корень уравнения $\cos(\pi x)(\sin(2x) + \sqrt{2}) = 0$, принадлежащий промежутку $[2; 3]$.

О т в е т : _____.

31 Укажите корень уравнения $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, принадлежащий промежутку

$(0; \pi)$. Ответ запишите в градусах.

О т в е т : _____.

32 Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $\cos x + \cos(2x) = 2$.
Ответ запишите в градусах.

О т в е т : _____.

33 Укажите наименьший положительный корень уравнения $2\cos^2(\pi - x) + 5\sin x - 4 = 0$. Ответ запишите в градусах.

О т в е т : _____.

34 Найдите наибольший отрицательный корень уравнения

$$\cos(2x) + 5\cos(-x) + 3 = 0.$$

Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

35 Найдите сумму корней уравнения $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$, принадлежащих промежутку $[-\pi; \pi]$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

36 Укажите число корней уравнения $\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}$, принадлежащих промежутку $[-\pi; 2\pi]$.

Ответ: _____.

37 Укажите наименьший положительный корень уравнения $3\cos x + \sin(-2x) = 0$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

38 С помощью графиков укажите число корней уравнения $\sin(2x) = x$.

Ответ: _____.

39 С помощью графиков укажите число корней уравнения $\cos x = 10x$.

Ответ: _____.

40 Укажите число корней уравнения $\frac{\sin x - \frac{1}{2}}{\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}} = 0$, принадлежащих промежутку $[-2\pi; 0]$.

Ответ: _____.

41 Укажите число корней уравнения $6\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 2$, принадлежащих промежутку $[-\pi; 0]$.

Ответ: _____.

42 Укажите число корней уравнения $\operatorname{tg}(3x) = \operatorname{tg} x$ из промежутка $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

43 Решите уравнение $4\cos x = x^2 + 4$.

О т в е т : _____.

44 Решите уравнение $\sin\left(\frac{37\pi}{2} + x\right) = 3x^2 + 1$.

О т в е т : _____.

45 Найдите наибольший отрицательный корень уравнения: $(2\cos x - 1) \cdot \sqrt{\sin x} = 0$.
Ответ запишите в градусах.

О т в е т : _____.

46 Найдите сумму различных корней уравнения $\cos x \cos(5x) = \cos(6x)$, принадлежащих промежутку $[0; \pi]$. Ответ запишите в градусах.

О т в е т : _____.

47 Решите систему уравнений $\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{2}, \\ \cos x - \cos y = -\sqrt{2}. \end{cases}$ В ответе запишите значение

$y \in [0; 360^\circ]$ в градусах.

О т в е т : _____.

48 Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x + \sin y = -\sqrt{2}. \end{cases}$ В ответе запишите значение

$x \in [0; 360^\circ]$ в градусах.

О т в е т : _____.

49 Решите систему уравнений $\begin{cases} \sin x \cos y = -0,5, \\ \cos x \sin y = -0,5. \end{cases}$ В ответе запишите значение

$x \in [-45^\circ; 0^\circ]$ в градусах.

О т в е т : _____.

50 Решите систему уравнений $\begin{cases} \cos x \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{4}, \\ \sin x \sin y = -\frac{\sqrt{3}}{4}. \end{cases}$ В ответе запишите значение

$y \in [-60^\circ; 0^\circ]$ в градусах.

О т в е т : _____.

51 Укажите наименьшее целое значение a , при котором уравнение $\sin x = \frac{a^2}{2} - 4$ имеет хотя бы одно решение.

Ответ: _____.

52 Укажите наименьшее натуральное значение a , при котором уравнение $\cos x = \frac{a^2}{2}$ не имеет решений.

Ответ: _____.

Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

53 Укажите число корней уравнения $\left(\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1\right) = 0$, принадлежащих промежутку $[0; 2\pi]$.

Ответ: _____.

54 Найдите сумму корней уравнения $\sin(2x)(\operatorname{tg} x - 1) = 0$, принадлежащих промежутку $[0; 2\pi]$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

55 Найдите сумму корней уравнения $\sin(2\pi x) + 6\cos(\pi x) = 3 + \sin(\pi x)$, принадлежащих промежутку $[-20; 20]$.

Ответ: _____.

56 Найдите сумму корней уравнения $\cos(2\pi x) - 3\sin(\pi x) + 1 = 0$, принадлежащих промежутку $[0; 20]$.

Ответ: _____.

57 Решите уравнение $\cos(2x) + 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0$.

Ответ: _____.

58 Решите уравнение $\cos(2x) - 0,5|\cos x| \cdot \sin x = 0$.

Ответ: _____.

59 Решите уравнение $\cos\left(x + \frac{41\pi}{4}\right) + \sin(2x) = -2$.

Ответ: _____.

60 Решите уравнение $2\cos^2(2x) - \sin(3x) = 3$.

О т в е т : _____.

61 Решите уравнение $\sin^2x + 0,25\sin^2(2x) - \sin x \cdot \sin^2(2x) = 0$.

О т в е т : _____.

62 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} y - 2\sin x = 0, \\ (4\sqrt{\sin x - 1})(3y + 7) = 0. \end{cases}$$

О т в е т : _____.

63 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} y + \cos x = 0, \\ (4\sqrt{\cos x} - 1)(2y - 1) = 0. \end{cases}$$

О т в е т : _____.

64 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} y + \operatorname{tg} x = 0, \\ (3\operatorname{tg} x - 1)(2\sqrt{y} - 1) = 0. \end{cases}$$

О т в е т : _____.

65 Укажите наименьшее значение b , при котором уравнение $\cos 2x - (3 + 2b)\cos x + 6b = 0$ имеет хотя бы один корень.

О т в е т : _____.

66 Укажите наименьшее значение b , при котором уравнение $\cos 4x - (3 + 2b)\cos 2x + 6b = 0$ имеет хотя бы один корень.

О т в е т : _____.

67 При каких значениях параметра уравнение $\cos 2x - \cos x + a = 0$ имеет хотя бы одно решение?

О т в е т : _____.

68 Найдите наименьшее натуральное значение a , при котором уравнение $\sin^4x - 6\sin^2x + a = 0$ не имеет решений.

О т в е т : _____.

69 Решите уравнение $x^2 + y^2 + \cos 2x = 2xy$.

О т в е т : _____.

70 Решите уравнение $\frac{42x^2 + \pi x - \pi^2}{\sqrt{\sin x + 1}} = 0$.

О т в е т : _____.

71 Решите уравнение $\frac{\sqrt{\sin x - 1}}{2\pi x - \pi^2} = 0$.

О т в е т : _____.

72 Решите уравнение $\frac{\cos x - \sin x}{4x - \pi} = 0$.

О т в е т : _____.

73 Решите уравнение $\frac{3\cos x + \cos 2x - 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0$.

О т в е т : _____.

74 Решите уравнение $\frac{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}}{3\cos x + \cos 2x - 1} = 0$.

О т в е т : _____.

75 Решите уравнение $\frac{12\operatorname{ctg} x - 5}{13\sin x - 12} = 0$.

О т в е т : _____.

76 Решите уравнение $\frac{13\sin x - 12}{12\operatorname{ctg} x - 5} = 0$.

О т в е т : _____.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Вариант 1

Часть 1

Ответом к заданиям 1–9 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Дано: $\cos \alpha = -0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите $\sin \alpha$.

Ответ: _____.

2 Какое число из промежутка $(0; 1,4)$ не входит в область определения функции $y = \operatorname{tg}(\pi x)$?

Ответ: _____.

3 Найдите наименьшее значение функции $y = \sin x$ на промежутке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}\right]$.

Ответ: _____.

4 Укажите наибольшее целое число, не превосходящее $\cos 61^\circ$.

Ответ: _____.

5 Укажите наибольший отрицательный корень уравнения $2\cos(\pi - x) - \sqrt{3} = 0$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $\frac{\sin(x+y)}{\sin x \sin y}$, если $\operatorname{ctg} x = 15$, $\operatorname{ctg} y = -13$.

Ответ: _____.

7 Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{15}{\sin x - 4}$.

Ответ: _____.

8 Укажите число корней уравнения $\frac{\sin x}{\sqrt{4\pi^2 - x^2}} = 0$.

Ответ: _____.

- 9 Укажите наибольшее целое значение a , при котором уравнение $(a - 2)\sin x = a^2 - 4$ имеет хотя бы одно решение.

Ответ: _____.

Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

- 10 Укажите корни уравнения $0,5\sin(2x)\operatorname{ctg}x - \cos x = \sin^2x$, принадлежащие промежутку $[0; \pi]$.

Ответ: _____.

Вариант 2

Часть 1

Ответом к заданиям 1–9 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Дано: $\sin\beta = 0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$. Найдите $\cos\beta$.

Ответ: _____.

- 2 Какое число из промежутка $(0,4; 1,8)$ не входит в область определения функции $y = \operatorname{ctg}(\pi x)$?

Ответ: _____.

- 3 Найдите наименьшее значение функции $y = \cos x$ на промежутке $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$.

Ответ: _____.

- 4 Укажите наибольшее целое число, не превосходящее $\sin(-4^\circ)$.

Ответ: _____.

- 5 Укажите наименьший положительный корень уравнения $2\sin(\pi + x) - 1 = 0$. Ответ запишите в градусах.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $\frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}$, если $\operatorname{tg} x = 19$, $\operatorname{tg} y = -17$.

Ответ: _____.

7 Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{15}{\sin x + 4}$.

Ответ: _____.

8 Сколько корней имеет уравнение $\frac{\sin x}{\sqrt{\pi^2 - x^2}} = 0$?

Ответ: _____.

9 Укажите наименьшее целое значение a , при котором уравнение $(a + 4)\cos x = a^2 - 16$ имеет хотя бы одно решение.

Ответ: _____.

Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

10 Укажите число корней уравнения $0,5\sin(2x)\operatorname{tg} x - \sin x = \cos^2 x$, принадлежащих промежутку $[-\pi; \pi]$.

Ответ: _____.

2. АЛГЕБРА

2.1. Преобразования иррациональных и степенных выражений

Содержание, проверяемое заданиями: понятие корня степени n , свойства корня степени n , понятие степени с рациональным показателем, свойства степени с рациональным показателем.

Часть 1

Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–60 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Вычислите: $\sqrt[4]{81 \cdot 0,0001}$.

Ответ: _____.

2 Вычислите: $\sqrt[3]{0,9} \cdot \sqrt[3]{-0,03}$.

Ответ: _____.

3 Вычислите: $\sqrt[4]{54} \cdot \sqrt[4]{24}$.

Ответ: _____.

4 Вычислите: $3 \cdot \sqrt[3]{-4 \frac{17}{27}}$.

Ответ: _____.

5 Вычислите: $(-\sqrt[6]{17})^6$.

Ответ: _____.

6 Вычислите: $\left(-3 \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{9}}\right)^5$.

Ответ: _____.

7 Вычислите: $\sqrt[5]{81 \cdot 96}$.

Ответ: _____.

8 Найдите значение выражения: $5^{2x-1} \cdot 5^{-4x}$ при $x = -0,5$.

Ответ: _____.

- 9** Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{-20 \cdot 25 \cdot 128}$.
 Ответ: _____.
- 10** Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$.
 Ответ: _____.
- 11** Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{121} \cdot \sqrt[3]{-11}$.
 Ответ: _____.
- 12** Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[6]{16}$.
 Ответ: _____.
- 13** Вычислите: $\sqrt{\sqrt{104}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{104}+2}$.
 Ответ: _____.
- 14** Найдите значение выражения: $\frac{1}{7-\sqrt{39}} + \frac{1}{7+\sqrt{39}}$.
 Ответ: _____.
- 15** Вычислите: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - 4^{-3} : 4^{-5}$.
 Ответ: _____.
- 16** Вычислите: $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + 5^{-3} : 5^{-4}$.
 Ответ: _____.
- 17** Вычислите: $(1+2^{0,5})^2 - 2^{1,5}$.
 Ответ: _____.
- 18** Вычислите: $\frac{2^{-2} \cdot 5^4 \cdot 10^{-5}}{2^{-3} \cdot 5^3 \cdot 10^{-4}}$.
 Ответ: _____.
- 19** Представьте выражение $x \cdot \sqrt[4]{x}$ в виде степени с рациональным показателем. В ответе укажите показатель степени.
 Ответ: _____.

- 20 Представьте выражение $\frac{x^2}{\sqrt[5]{x}}$ в виде степени с рациональным показателем.
В ответе укажите показатель степени.

Ответ: _____.

Профильный уровень

- 21 Представьте в виде степени с рациональным показателем $\frac{x \cdot \sqrt[5]{x^2}}{(\sqrt[10]{x})^2}$. В ответе укажите показатель степени.

Ответ: _____.

- 22 Вычислите: $(7\sqrt{6\sqrt{6}} + \sqrt[4]{216})^{\frac{4}{3}}$.

Ответ: _____.

- 23 Вычислите: $(127\sqrt{2\sqrt[4]{8}} + \sqrt[4]{2\sqrt{32}})^{\frac{8}{7}} \cdot 1024$.

Ответ: _____.

- 24 Упростите выражение $\frac{6 - 4\sqrt{3}}{(\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{27})^2}$.

Ответ: _____.

- 25 Упростите выражение $((\sqrt[4]{8} - \sqrt[4]{2})^2 + 3) \cdot ((\sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{2})^2 - 3)$.

Ответ: _____.

- 26 Вычислите: $\frac{7\sqrt{30}}{3\sqrt{10} - 10\sqrt{3}} + \sqrt{3} + \sqrt{10}$.

Ответ: _____.

- 27 Вычислите: $64^{\frac{1}{2}} \cdot \left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{324}$.

Ответ: _____.

28 Найдите значение выражения $27 \cdot 36^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$.

О т в е т : _____.

29 Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{256} \cdot \sqrt[5]{-27}}{4^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{-0,4}}$.

О т в е т : _____.

30 Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{(8-\sqrt{63})^2}}{\sqrt[3]{8+\sqrt{63}}} + \sqrt{63}$.

О т в е т : _____.

31 Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{(6-\sqrt{35})^2}}{\sqrt[3]{6+\sqrt{35}}} + \sqrt{35}$.

О т в е т : _____.

32 Вычислите: $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}$.

О т в е т : _____.

33 Упростите до целого числа выражение $\sqrt{10-\sqrt{96}} - \sqrt{10+\sqrt{96}}$.

О т в е т : _____.

34 Выражение $\sqrt{7-\sqrt{24}} - \sqrt{7+\sqrt{24}}$ является целым числом. Найдите его.

О т в е т : _____.

35 Выражение $\sqrt{3-\sqrt{8}} - \sqrt{2}$ является целым числом. Найдите его.

О т в е т : _____.

36 Упростите выражение $54^{\frac{1}{3}} + 48^{\frac{1}{4}} - \sqrt[4]{243} - 3 \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[4]{3}$.

О т в е т : _____.

37 Упростите выражение $40^{\frac{1}{3}} + 162^{\frac{1}{4}} - 3 \cdot \sqrt[4]{2} - 2 \cdot \sqrt[3]{5}$.

Ответ: _____.

38 Вычислите значение выражения: $\frac{\sqrt[3]{243} \cdot \sqrt[5]{16}}{3^{\frac{2}{3}} \cdot 4^{-0,6}}$.

Ответ: _____.

39 Упростите выражение $\frac{8 - 27^n}{4 + 2 \cdot 3^n + 9^n} + 3^n$.

Ответ: _____.

40 Упростите выражение $\frac{8^m + 27}{4^m - 3 \cdot 2^m + 9} - 2^m$.

Ответ: _____.

41 Найдите значение выражения $\left(\frac{x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}} + 1} \right)^2 - 1 + 2x^{-\frac{1}{3}}$ при $x = 0,008$.

Ответ: _____.

42 Упростите выражение $\frac{\sqrt{a} - 16\sqrt{b}}{\left(a^{\frac{1}{8}} + 2b^{\frac{1}{8}}\right)^2 + \left(a^{\frac{1}{8}} - 2b^{\frac{1}{8}}\right)^2}$ и найдите его значение

при $a = \frac{1}{16}$ $b = 81$.

Ответ: _____.

43 Найдите значение выражения $\left(a^{-\frac{1}{5}} - a^{\frac{4}{5}}\right)\left(a^{\frac{1}{5}} - a^{-\frac{4}{5}}\right)$ при $a = 10$.

Ответ: _____.

44 Упростите выражение $\frac{9x - y}{3x + x^{0,5}y^{0,5}}$ и найдите его значение при $x = 100$ и $y = 576$.

Ответ: _____.