

*Моим родителям,
Тиму, Нэнси и Мэри,
которые научили меня читать,
и моей сестре Люси,
которая научила меня писать*

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие. ПОЧТИ ВСЕ	11
Глава 1. МЫСЛИТЬ ШИРЕ: УДИВИТЕЛЬНАЯ СИЛА И ОТРЕЗВЛЯЮЩИЕ ПРЕДЕЛЫ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ	20
Сделанного не воротишь	21
Дело больших процентов	24
Экспоненциальный эмбрион	29
Разрушитель миров	31
«Мирный» атом	37
Наука датирования	41
Вирус из ведра с ледяной водой	46
Экспоненциально ли будущее?	49
Популяционный взрыв	52
К старости время летит	57
Глава 2. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ, СПЕЦИФИЧНОСТЬ И АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ ВАРИАНТЫ: ПОЧЕМУ НУЖНА МАТЕМАТИКА В МЕДИЦИНЕ	64
Каковы шансы?	67
Момент истины	76

МАТЕМАТИКА ЖИЗНИ И СМЕРТИ

Уравнение Бога	84
Ложная тревога	88
На большом экране	96
Иллюзия достоверности	102
Два анализа лучше, чем один	106

Глава 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ: РАССЛЕДОВАНИЕ РОЛИ МАТЕМАТИКИ В ЮРИСПРУДЕНЦИИ

119

Дело Дрейфуса	121
Виновен, пока не доказано обратное?	124
73 миллиона к одному	127
Ошибка независимости	129
Экологическая ошибка	136
Ошибка прокурора	145
Нокс и нож	153
Ослепленные математикой	163

Глава 4. НЕ ВЕРЬ ПРАВДЕ. РАЗОБЛАЧЕНИЕ СТАТИСТИКИ СМИ

169

Парадокс дней рождения	174
Убедительные числа	181
Неперевариваемый	188
Вот и посчитайте	190
Легкомысленное поедание свинины убивает	197
Перенастройка мозга	202
Регрессивное отношение	205
Ловля на лжеца	215

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 5. НЕ ТО МЕСТО, НЕ ТО ВРЕМЯ: ЭВОЛЮЦИЯ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ И ИХ ПРОСЧЕТЫ	218
Место	222
Время	229
Двенадцать на дюжину	238
Имперский стандарт	241
Проблема 2000	248
Бинарное мышление	251
Глава 6. БЕСКОНЕЧНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ: БЕЗГРАНИЧНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ АЛГОРИТМОВ — ОТ ЭВОЛЮЦИИ ДО ЭЛЕКТРОННОЙ КОММЕРЦИИ	260
Вопросы на миллион долларов	264
P vs NP	267
Жадные алгоритмы	277
Высокоразвитые	281
Время сказать: «Стоп!»	288
Сохраняйте спокойствие и проверяйте свой алгоритм	294
Обвал	301
Тренд всемогущий	303
Глава 7. «ВОСПРИИМЧИВЫЕ», «ИНФИЦИРОВАННЫЕ», «ВЫБЫВШИЕ». СДЕРЖАТЬ ЭПИДЕМИЮ — В НАШИХ СИЛАХ	308
Оспа	312
Модель SIR	316
Презентеизм, предсказания и проблема чумы	319
HPV — больше, чем просто вирус рака	325

МАТЕМАТИКА ЖИЗНИ И СМЕРТИ

Следующая пандемия	329
Нулевой пациент	331
R_0 и экспоненциальный взрыв	335
Укroщение эпидемий	340
Популяционный иммунитет	344
Госпожа MMR	348
Эпилог. Математическая ЭМАНСИПАЦИЯ	354
Слова признательности	359
Примечания	362

Предисловие

ПОЧТИ ВСЕ

Мой четырехлетний сын любит играть в саду. Его любимое занятие — выкапывать и рассматривать всяких ползучих тварей, особенно улиток. Если он достаточно терпелив, попавшие к нему в руки улитки, отойдя от первого шока, осторожно вылезают из своей раковины и начинают ползать по его маленьким ручкам, оставляя следы вязкой слизи. Когда же они ему наскучат, он равнодушно выбрасывает их в компостную кучу или на дрова за сараем.

В конце сентября прошлого года, после особенно напряженной охоты, откопав пять или шесть больших особей и избавившись от них, он подошел ко мне, когда я пилил дрова для костра, и спросил: «Папа, а сколько там, в саду, улиток?» Обманчиво простой вопрос, на который у меня не было хорошего ответа. Их могла быть сотня или тысяча. Честно говоря, разницы он бы не понял. Тем не менее его вопрос вызвал у меня интерес. С этим определенно стоило разобраться вместе.

Мы решили провести эксперимент. Ближайшим субботним утром мы пошли собирать брюхоногих. Через десять минут у нас оказалось в общей сложности 23 улитки. Я вытащил из заднего кармана маркер и пометил каждую

МАТЕМАТИКА ЖИЗНИ И СМЕРТИ

крестиком. Как только они все были помечены, мы опорожнили ведро, выпустив улиток обратно в сад.

Через неделю мы совершили новый заход. На этот раз за десять минут мы добыли лишь 18 улиток. Осмотрев их внимательно, мы обнаружили у трех из них на раковинах крестик; у оставшихся 15 его не было. Вот и все, что нам требовалось для подсчета.

Идея заключается в следующем: количество улиток, которых мы поймали в первый день (23) — это некоторая часть общей численности брюхоногого населения сада, «перепись» которого мы хотим провести. Если мы вычислим, какую долю она составляет, то сможем найти размер всей популяции. Поэтому мы используем вторую выборку (тех, что наловили в следующую субботу). Число отмеченных особей в ней (3 из 18) должно составлять ту же долю, что и общее число отмеченных от всех особей

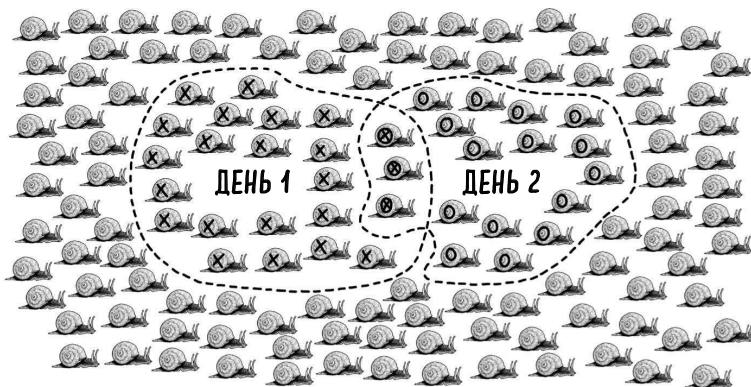


Рис. 1. Отношение количества повторно пойманных улиток (OX) к общему количеству пойманных во второй день (O) должно быть таким же, как и отношение количества пойманных в первый день (X) к общему количеству улиток в саду, помеченных и не помеченных — $3:18$ и $23:138$ соответственно

ПОЧТИ ВСЕ

в саду. Упростив это соотношение, мы обнаружим, что пометили каждую шестую особь (как вы можете видеть на рис. 1). Далее, умножив число помеченных в первый день особей (23) на 6, мы получим общее число улиток в саду — 138.

После завершения этого мысленного расчета я обратился к своему сыну, который «присматривал» за собранными нами улитками. Как он прокомментировал мое заявление, что в саду обитает примерно 138 улиток? «Папа, — сказал он, не отводя глаз от осколков раковины, все еще липнувших к его пальцам, — я убил ее». Ну, тогда 137.

Этот простой математический метод, известный как мечение и повторный отлов, был разработан экологами для оценки размеров популяций животных. Вы можете использовать его самостоятельно, взяв два независимых образца и сравнив пересечения этих множеств. Так можно оценить количество лотерейных билетов, проданных на местной ярмарке, или посещаемость футбольного матча, не затрудняясь утомительным подсчетом по головам, а оперируя корешками билетов.

Метод мечения и повторного отлова используется и в серьезных научных проектах. Он может дать, например, жизненно важную информацию о колебаниях численности вида, находящегося под угрозой исчезновения. Оценка количества рыбы в водоеме¹ поможет рыбхозьям определить, сколько можно выдать разрешений на рыбалку. Этот метод настолько эффективен, что его применение вышло за рамки экологии и позволяет узнать размер любых групп — от количества наркоманов среди населения² до числа погибших во время войны в Косово³. Такова практическая сила простых математических идей.

МАТЕМАТИКА ЖИЗНИ И СМЕРТИ

Именно такие концепции мы разберем в этой книге, и именно их я регулярно использую в своей повседневной работе — математической биологии.

* * *

Когда я говорю людям, что занимаюсь математической биологией, в ответ мне обычно вежливо кивают, и этот кивок сопровождается неловким молчанием — будто я собираюсь проверить, помнят ли они теорему Пифагора или как решать квадратное уравнение. Люди не просто теряются — им сложно понять, какое отношение математика, которую они воспринимают как абстрактный, чисто теоретический и отвлеченный предмет, может иметь к биологии, которая, как правило, считается предметом практичным, «приземленным» и прикладным. С такой искусственной дихотомией, люди часто впервые сталкиваются еще в школе: если вам нравились естественнонаучные дисциплины, но алгебра особо не давалась, вас «спихивали» изучать биологию. Если вам, как и мне, нравились естественные науки, но вас (как и меня) не прельщала идея потрошить мертвые тушки (в начале курса по препарированию я как-то раз упал в обморок, когда зашел в лабораторию и увидел на своем рабочем месте рыбью голову), то вам приходилось идти на физику. Вместе им не сойтись...

Так было и со мной. В старших классах я бросил биологию и сдавал экзамены для поступления в институт по математике (основной и углубленный курс), физике и химии. В университете мне пришлось еще больше упорядочить свой учебный план. Меня расстраивало, что придется навсегда оставить биологию: предмет, который, как мне казалось, обладал невероятной силой, способной изменить

ПОЧТИ ВСЕ

жизнь к лучшему. Я с нетерпением предвкушал возможностью окунуться в мир математики, но опасался, что берусь за предмет, малоприменимый на практике. Сильнее ошибиться я не мог.

Я грыз гранит «голой» математики, которой нас учили в университете, запоминал доказательство теоремы о промежуточном значении или определение векторного пространства, но настоящим смыслом жизни для меня стали курсы прикладной математики. Лекторы рассказывали, как используют математику инженеры при строительстве мостов, чтобы те не входили в резонанс и не рушились из-за ветра, или авиаконструкторы — при проектировании крыльев, которые удерживают самолеты в небе. Я узнал о квантовой механике, которую физики привлекают к делу, чтобы понять странные явления субатомных масштабов, и о специальной теории относительности, которая исследует странные последствия постоянства скорости света. Я посещал курсы, объясняющие, как математику используют в химии, финансах и экономике. Я прочел о том, как математику пускают в ход в спорте для повышения результатов лучших спортсменов, и о том, как математику применяют в кинематографе для создания компьютерной анимации сцен, которые не могли бы существовать в реальности. Короче говоря, я узнал, что с помощью математики описать можно практически все.

На третьем курсе мне посчастливилось пройти курс математической биологии. Лектором был Фíлип Майни, привлекательный североирландский профессор лет сорока с небольшим. Он не только был выдающейся личностью в своей области (позже его избрали членом Королевского общества⁴), но и, несомненно, любил эту тему, увлекая своим энтузиазмом всех студентов в аудитории.

МАТЕМАТИКА ЖИЗНИ И СМЕРТИ

Филип научил меня не только математической биологии, но и тому, что математики — живые люди, а не однозадачные роботы, какими их часто изображают. Математик — это нечто большее, чем «машина для переработки кофе в теоремы», как некогда высказался венгерский специалист по теории вероятностей Альфред Реньи. Когда я сидел в офисе Филипа, ожидая начала собеседования на позицию соискателя ученой степени, я увидел на стенах в рамках множество писем с отказами, которые он получал от клубов Премьер-лиги, куда писал шуточные заявления о приеме на работу на вакантные тренерские места. В итоге мы больше говорили о футболе, чем о математике.

Именно в этот решающий момент моего академического образования Филип помог мне полностью переосмыслить биологию. Работая под его руководством над кандидатской диссертацией, я исследовал все — от процесса роения саранчи (и того, как его остановить) до прогнозирования комплексной картины развития эмбриона млекопитающего и разрушительных последствий, когда процесс перестает быть согласованным. Я строил модели, объясняющие, как формируется красивая пигментационная окраска птичьих яиц, и писал алгоритмы для отслеживания движения свободно плавающих бактерий. Я моделировал паразитов, уклоняющихся от воздействия нашей иммунной системы, и распространение смертельных болезней в популяции. Исследования, которые я вел во время работы над диссертацией, стали основой всей моей карьеры. Я до сих пор работаю в этих увлекательных областях биологии и в других, веду уже собственных аспирантов на своей нынешней должности доцента (старшего преподавателя) прикладной математики в Университете города Бат.

ПОЧТИ ВСЕ

* * *

Как прикладной математик я считаю математику прежде всего практическим инструментом осмысления и упорядочивания нашего сложного мира. Математическое моделирование может обеспечить нам преимущество в повседневных ситуациях, и для этого не нужно задействовать сотни нудных уравнений или строк компьютерного кода. Математика по своей фундаментальной сути — шаблон. Каждый раз, когда вы смотрите на мир, вы выстраиваете собственную модель наблюдаемых закономерностей. Если вы можете выделить орнамент в бесконечно повторяющемся переплетении ветвей дерева или в многократной симметрии снежинки, то вы видите математику. Когда вы постукиваете ногой в такт музыкальному произведению или когда поете в душе, а ваш голос отражается и резонирует, вы слышите математику. Когда вы забиваете крученый мяч в сетку или ловите летящий по параболе крикетный мяч, вы практикуете математику. С каждым новым ощущением, каждым кусочком сенсорной информации, модели, которыми вы описываете то, что вас окружает, совершенствуются, перенастраиваются и становятся еще более подробными и сложными. Построение математических моделей, разработанных для описания нашей замысловатой реальности, — лучший способ понять правила, которые управляют окружающим миром.

Я считаю, что самые простые, самые важные модели — это истории и аналогии. Нагляднее всего демонстрируют неявное влияние математических принципов разнообразные — от невероятных до обыденных — примеры из жизни. Взглянув под правильными углом, мы сможем попытаться выявить скрытые математические правила, которые лежат в основе нашего повседневного практического опыта.

МАТЕМАТИКА ЖИЗНИ И СМЕРТИ

Семь глав данной книги исследуют подлинные истории переломных событий, в которых корректное (или некорректное) применение математики сыграло решающую роль. Это истории болезней, вызванных дефектными генами; истории банкротств, вызванных применением ошибочных алгоритмов; истории невинных жертв судебных ошибок и нечаянных жертв сбоев в работе программного обеспечения. Мы проследим за историями инвесторов, потерявших состояние, и родителей, потерявших детей, — и все из-за математических недоразумений. Мы столкнемся с этическими дилеммами — от проверок благонадежности до манипулирования статистикой. Мы исследуем такие насущные общественные проблемы, как политические референдумы, профилактика заболеваний, уголовное правосудие и искусственный интеллект. В этой книге мы увидим, что математике есть что сказать как по всем этим вопросам — фундаментальным важным, так и по многим другим.

Я буду не просто приводить примеры работы математических принципов в той или иной ситуации — я вооружу вас простыми и полезными в повседневной жизни математическими правилами и инструментами; они помогут занять лучшее место в поезде и сохранить хладнокровие, получив неожиданные результаты медицинских анализов. Я подскажу несложные приемы, которые позволят не запутаться с цифрами и числами. Нам придется немного запачкать руки типографской краской, разбираясь с тем, какие цифры скрывают броские газетные заголовки. Мы сведем близкое знакомство с математическими законами, лежащими в основе потребительской генетики, и понаблюдаем, как они действуют на практике, шаг за шагом отслеживая попытки остановить распространение смертельной болезни.