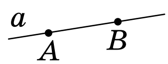
СОДЕРЖАНИЕ

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПРОСТЕЙШИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

ТОЧКА И ПРЯМАЯ. ОТРЕЗОК. ИЗМЕРЕНИЕ ОТРЕЗКОВ

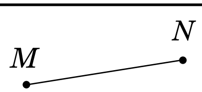
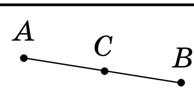
Основные геометрические фигуры на плоскости — это точка и прямая.

Точка A	Прямая a, или прямая AB, или прямая BA
• A	

Аксиома — утверждение, которое принимается без доказательства.

Аксиома I. **Основные свойства принадлежности точек и прямых на плоскости**
Какова бы ни была прямая, существуют точки, принадлежащие этой прямой, и точки, которые ей не принадлежат. Через любые две точки можно провести прямую и только одну.

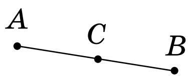
Отрезок — часть прямой, состоящая из всех точек этой прямой, лежащих между двумя её данными точками — концами отрезка.

Отрезок MN, или отрезок NM	$C \in AB$ (точка C принадлежит отрезку AB), или точка C лежит между точками A и B
	

Аксиома II. **Основные свойства расположения точек на прямой**
Из трёх точек на прямой одна и только одна лежит между двумя другими.

Аксиома III.
Основные свойства измерения отрезков

Каждый отрезок имеет определённую длину, бóльшую нуля. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой своей точкой.



$AB = AC + BC$

1 Нахождение длины отрезка, если известны длины его частей

АЛГОРИТМ

❶ **Найти длину отрезка, сложив длины его частей (согласно аксиоме III).**

❷ **Записать ответ.**

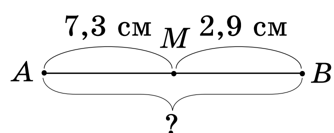
ПРИМЕР

Найти длину отрезка AB, если точка M делит его на две части длиной 7,3 см и 2,9 см.

Решение.

① $AB = AM + MB$;
$AB = 7{,}3 + 2{,}9 = 10{,}2$ (см).

② ***Ответ***: 10,2 см.



ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. Точка E делит отрезок OP на части длиной 10 дм и 1,1 дм. Найти длину отрезка OP.
2. Найти длину отрезка EF, если точка K лежит между точками E и F, $EK = 8{,}7$ м, $KF = 3{,}5$ м.
3. Отрезок AB разделён точкой X на части длиной 0,875 дм и 1,007 дм. Найти длину AB.
4. На отрезке QM взята точка F, $QF = 801$ м, $FM = 19$ м. Найти длину QM.

Нахождение длины части отрезка, если известна длина всего отрезка и одной из его частей

2

АЛГОРИТМ

❶ **Записать основные свойства измерения отрезков.**

❷ **Выразить из записанного равенства длину неизвестной части.**

❸ **Вычислить длину неизвестной части отрезка.**

❹ **Записать ответ.**

ПРИМЕР

На отрезке AB взяли точку M так, что $AM = 7{,}3$ см. Найти длину отрезка MB, если $AB = 11{,}7$ см.

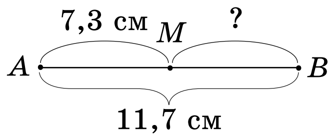
Решение.

① $AB = AM + MB$;

② $MB = AB - AM$.

③ $MB = 11{,}7 - 7{,}3 = 4{,}4$ (см).

④ ***Ответ***: 4,4 см.



ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. Найти длину отрезка KE, если точка K принадлежит отрезку NE, $NE = 18$ м, $EK = 7{,}2$ м.
2. На отрезке CD взяли точку B так, что $BC = 9{,}7$ дм. Найти длину отрезка BD, если $CD = 11{,}3$ дм.
3. Точка A делит отрезок DP на две части. Найти длину отрезка AD, если $AP = 5{,}9$ см, $DP = 6{,}3$ см.
4. Найти длину отрезка KN, если $N \in KO$, $KO = 29$ дм, $NO = 18$ дм.

3 Определение расположения точек на прямой

АЛГОРИТМ

❶ **Из данных отрезков выбрать тот, длина которого равна сумме длин двух других.**

⇩

❷ **Сделать вывод о точке, лежащей между двумя другими, опираясь на аксиому III.**

⇩

❸ **Записать ответ.**

ПРИМЕР

Три точки B, C и D лежат на одной прямой. Известно, что $BC = 3{,}5$ см, $BD = 4{,}6$ см, $CD = 8{,}1$ см. Какая их трёх точек B, C, D лежит между двумя другими?

Решение.

① Очевидно, что $3{,}5 + 4{,}6 = 8{,}1$ (см).

② Значит, $BC + BD = CD$. Поэтому точка B принадлежит отрезку CD, так как выполняется аксиома III. Следовательно, точка B лежит между точками C и D.

③ ***Ответ***: точка B лежит между точками C и D.

ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. Определить, какая из трёх точек K, L, M, принадлежащих одной прямой, лежит между двумя другими, если $KL = 10{,}9$ дм; $KM = 3{,}8$ дм; $ML = 7{,}1$ дм.
2. Точки E, A, B лежат на одной прямой. Какая из них лежит между двумя другими, если $EB = 3{,}9$ м; $EA = 0{,}2$ м; $AB = 3{,}7$ м?
3. Известно, что $AB = 0{,}027$ дм, $AC = 0{,}1$ дм, $BC = 0{,}073$ дм. Точки A, B и C лежат на одной прямой. Какая из них лежит между двумя другими?

Нахождение длин частей отрезка с помощью уравнения, если в условии указано, что они сравниваются

4

АЛГОРИТМ

❶ **Записать основное свойство измерения отрезков для условия данной задачи.**

⇩

❷ **Длину меньшей части обозначить *x*.**

⇩

❸ **Выразить длину большей части отрезка через *x* (если она *больше на* некоторую величину, то длина большей части отрезка равна сумме *x* и этой величины, а если она *больше в* несколько раз, то длина большей части отрезка равна произведению *x* и этого количества раз).**

⇩

❹ **Составить уравнение.**

⇩

❺ **Решить полученное уравнение.**

⇩

❻ **Записать длину меньшей части отрезка и вычислить длину большей части.**

⇩

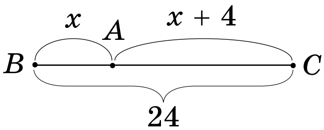
❼ **Записать ответ.**

ПРИМЕР

Точка A принадлежит отрезку BC, длина которого равна 24 см. Найти длину отрезков AB и AC, если:
1) отрезок AB на 4 см меньше отрезка AC;
2) отрезок AB в 3 раза больше отрезка AC.

Решение. Условие 1

① $BC = AB + AC$ (аксиома III).



② Пусть $AB = x$ см.

③ Тогда $AC = (x + 4)$ см.

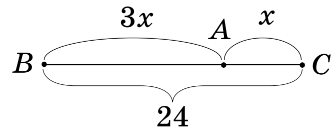
④ $x + x + 4 = 24.$

⑤ $2x = 24 - 4$; $2x = 20$; $x = 20 : 2$; $x = 10$.

⑥ Итак, $AB = 10$ см, $AC = 10 + 4 = 14$ (см).

⑦ ***Ответ***: 10 см; 14 см.

Условие 2



① $BC = AB + AC$ (аксиома III).

② Пусть $AC = x$ см.

③ Тогда $AB = 3x$ см.

④ $x + 3x = 24$.

⑤ $4x = 24$; $x = 24 : 4$; $x = 6$.

⑥ Итак, $AC = 6$ см, $AB = 3 \cdot 6 = 18$ (см).

⑦ ***Ответ***: 6 см; 18 см.

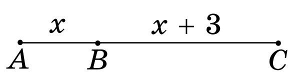
ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. Точка E принадлежит отрезку AB длиной 25 дм. Найти длины отрезков AE и BE, если длина отрезка AE на 7 см больше длины отрезка BE.

2. Точка K принадлежит отрезку AC длиной 36 м. Найти длины отрезков AK и CK, если длина отрезка AK в 8 раз меньше длины отрезка CK.

3. На отрезке DN отметили точку F. Разность длин отрезков NF и DF равна 8 мм. Найти NF и DF, если $DN = 32$ мм.

Помни!



AB меньше BC на 3,
или BC больше AB на 3,
или разность BC и AB равна 3.

5 Нахождение длин частей отрезка, если он делится своей точкой на части, пропорциональные данным числам

АЛГОРИТМ

❶ **Записать основное свойство измерения отрезков (аксиома III) для условия данной задачи.**

❷ **Обозначить за *x* величину одной части отрезка.**

❸ **Выразить длину частей отрезка через *x*, умножив *x* на соответствующие пропорциональные числа.**

❹ **Составить уравнение.**

❺ **Решить уравнение.**

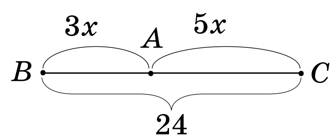
❻ **Вычислить длины частей отрезка.**

❼ **Записать ответ.**

ПРИМЕР

Точка A принадлежит отрезку BC, длина которого равна 24 см. Найти длины отрезков AB и AC, если $AB : AC = 3 : 5$.

Решение.



① $BC = AB + AC$ (аксиома III).

② Пусть x см — величина одной части.

③ Тогда $AB = 3x$ см, $AC = 5x$ см.

④ $3x + 5x = 24$.

⑤ $8x = 24$; $x = 24 : 8$; $x = 3$.

⑥ Итак, $AB = 3 \cdot 3 = 9$ (см); $AC = 5 \cdot 3 = 15$ (см).

⑦ ***Ответ***: 9 см; 15 см.

ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. На отрезке AB отметили точку D так, что $AD : DB = 7 : 11$. Найти длины отрезков AD и DB, если $AB = 54$ см.

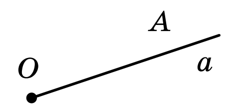
2. Точка N принадлежит отрезку EF длиной 88 дм. Известно, что длины отрезков EN и FN относятся как $7 : 4$. Найти EN и FN.

3. Точка M делит отрезок AK в отношении $11 : 15$. Найти длины отрезков AM и KM, если $AK = 130$ мм.

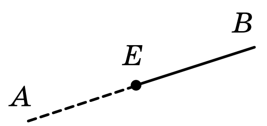
ПОЛУПЛОСКОСТИ. ПОЛУПРЯМАЯ. УГОЛ. ОТКЛАДЫВАНИЕ ОТРЕЗКОВ И УГЛОВ

Аксиома IV
Прямая разбивает плоскость на две полуплоскости.

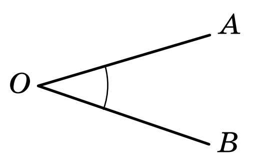
Полупрямая (луч) — часть прямой, состоящей из всех точек этой прямой, лежащих по одну сторону от данной точки — начала луча.

	Полупрямая OA, или луч OA (точка O — начало луча OA), или луч a

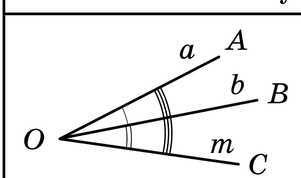
Дополнительные полупрямые — две различные полупрямые одной и той же прямой с общим началом.

	Лучи EB и EA — дополнительные

Угол — геометрическая фигура, образованная двумя различными полупрямыми с общим началом. (Полупрямые — стороны угла, общее начало — вершина угла).

	$\angle AOB$ — угол AOB, или угол BOA, точка O — вершина, лучи OA и OB — стороны

Помни!
В записи угла вершина пишется посередине.

Аксиома V. Основное свойство измерения углов	
Каждый угол имеет определённую градусную меру, большую нуля. Развёрнутый угол равен 180°. Градусная мера угла равна сумме градусных мер углов, на которые он разбивается любым лучом, проходящим между его сторонами.	
	Луч OB проходит между сторонами $\angle AOC$. $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$, или $\angle(am) = \angle(ab) + \angle(bm)$ $0° < \angle AOC \le 180°$