Предисловие

Данная рабочая тетрадь по курсу алгебры 9-го класса предназначена для обучающихся по УМК, созданному авторским коллективом под руководством А.Г. Мордковича[1]. Каждому параграфу учебника соответствует параграф рабочей тетради, за исключением материала повышенной сложности (нумерация и названия глав и параграфов сохранены).

Задания рабочей тетради предназначены для использования на первом этапе знакомства с новым материалом –– при введении нового материала, его первичном закреплении и применении в стандартных ситуациях. Тетрадь содержит как практические, так и теоретические задания, что позволит учащимся лучше усвоить материал учебника и развить навыки решения задач.

Задания каждого параграфа выстроены в порядке возрастания сложности, пункты многих заданий подчинены той же логике, поэтому их рекомендуется выполнять по порядку. В необходимых ситуациях приведены образцы решений и «подсказки». Образцы выполнения заданий выделены серым цветом. Содержащиеся в тетради заготовки для выполнения заданий (схемы, таблицы и т. д.) позволят существенно сэкономить учебное время.

Система заданий рабочей тетради направлена на достижение результатов обучения, полностью соответствующих требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

---

[1] Алгебра. 9 класс. Учебник / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. — Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. — 368 с. : ил.

Глава 1
Системы уравнений

§1. Уравнения с двумя переменными

1.1. Заполните пропуски.

а) Всякую пару чисел $(x;\ y)$, удовлетворяющую уравнению с двумя переменными $(x;\ y)$, называют ________________ этого уравнения.

б) Два уравнения $p(x;\ y) = 0$ и $q(x;\ y) = 0$ называют ________________, если они имеют одинаковые множества решений (в частности, если оба уравнения не имеют решений).

1.2. Является ли пара чисел (1; 2) решением заданного уравнения с двумя переменными?

а) $x + y - 3 = 0$ ______________________________ да ☐ нет ☐

б) $x^{10} + y^2 = 5$ ______________________________ да ☐ нет ☐

в) $\dfrac{x}{y} = 2$ ______________________________ да ☐ нет ☐

г) $\sqrt{x + y^3} + 3 = 0$ ______________________________ да ☐ нет ☐

д) $|x - y| = 1$ ______________________________ да ☐ нет ☐

1.3. Является ли решением уравнения $y^2 = \sqrt{x} + 1$ заданная пара чисел?

а) $(64;\ 3)$ ______________________________ да ☐ нет ☐

б) $(-9;\ 2)$ ______________________________ да ☐ нет ☐

в) $\left(\dfrac{25}{16};\ \dfrac{3}{2}\right)$ ______________________________ да ☐ нет ☐

г) $(0{,}01;\ 1{,}21)$ ______________________________ да ☐ нет ☐

1.4. Какие из следующих преобразований уравнения $f(x;\ y) = g(x;\ y)$ всегда являются равносильными?

а) Перенос слагаемого из одной части уравнения в другую;
б) перенос слагаемого из одной части уравнения в другую с противоположным знаком;
в) умножение обеих частей уравнения на -5;
г) деление обеих частей уравнения на 3;
д) умножение обеих частей уравнения на $x + y$;
е) умножение обеих частей уравнения на $x^2 + 1$;
ж) деление обеих частей уравнения на $-y^2 - 5$;
з) возведение обеих частей уравнения в квадрат.

1.5. Для каждого уравнения слева найдите равносильное ему уравнение справа.

$x^3 + y + 2 = 1$	$x(x^3 + y - 2) = x^3 + y - 2$
$x^3 + y - 2 = 0$	$x^3 + y + 3 = 1$
$(x^3 + y - 2)(x - 1) = 0$	$\dfrac{x^3}{2} = 1 - \dfrac{y}{2}$
$x^4 + x^3 - 2x + xy + y - 2 = 0$	$\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{1}{x} = \dfrac{y}{2x}$
$\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y}{2x} = \dfrac{1}{x}$	$(x^3 + y - 2)(x + 1) = 0$
$x^2 - \dfrac{2}{x} = \dfrac{y}{x}$	$x^2 + \dfrac{y}{x} - \dfrac{2}{x} = 0$

§2. График уравнения с двумя переменными

2.1. Верно ли, что:

а) точка $A(-3;\ 5)$ принадлежит графику уравнения $x^2 + 2y = 19$?

Решение.
Подставим координаты точки A (т. е. $x = -3$, $y = 5$) в заданное уравнение.
Имеем: $(-3)^2 + 2 \cdot 5 = 19$ — верное равенство, значит, точка A принадлежит графику данного уравнения.
Ответ: да.

б) точка $B(2;\ 8)$ принадлежит графику уравнения $\sqrt{xy} = 5$?

Решение.
Подставим координаты точки B (т. е. $x = 2$, $y = 8$) в заданное уравнение.
Имеем: $\sqrt{2 \cdot 8} = 5$ — неверное равенство, значит, точка B не принадлежит графику данного уравнения.
Ответ: нет.

в) точка $C(6;\ 10)$ принадлежит графику уравнения $\dfrac{y}{x-1} = 2$?

Решение.

Ответ: ________________

г) точка $D(3;\ -4)$ принадлежит графику уравнения $|x + y| = 5$?

Решение.

Ответ: ________________

д) точка $E(3;\ 8)$ не принадлежит графику уравнения $\sqrt{x+1} - \sqrt{y+1} = 1$?

Решение.

Ответ: ________________

е) точка $F\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$ не принадлежит графику уравнения $(2x + 3)(3y - 1) = 0$?

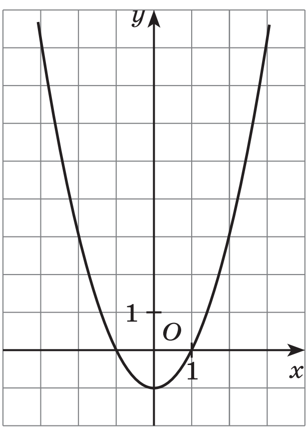
Решение.

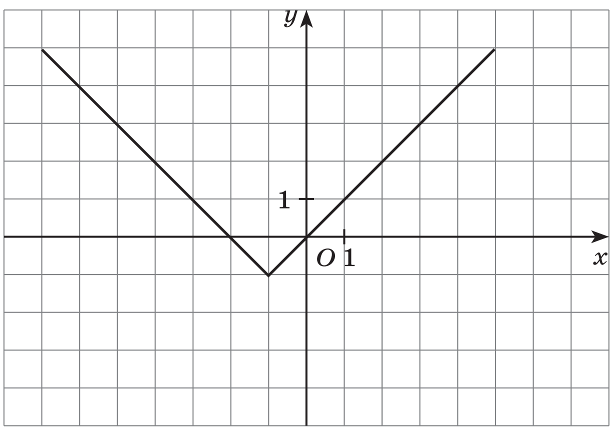
Ответ: ________________

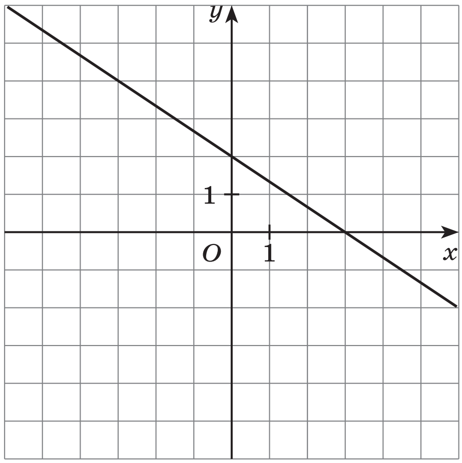
2.2. На рисунках (см. с. 7—8) изображены графики уравнений:

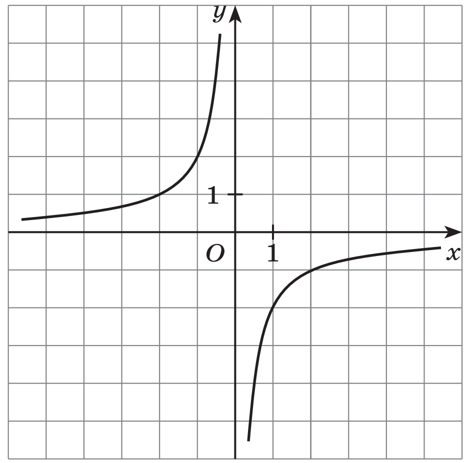
$$xy + 2 = 0, \quad x^2 - y = 1, \quad 2x^2 + y = 0, \quad \sqrt{x} + y - 3 = 0,$$
$$2x + 3y - 6 = 0, \quad |x - 2| + y = 3, \quad |x + 1| - y = 1.$$

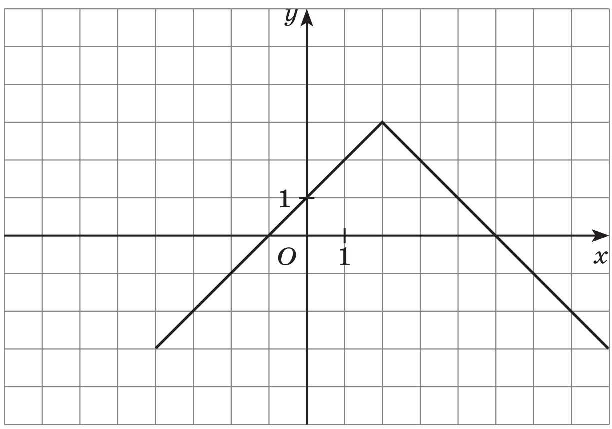
Для каждого графика запишите соответствующее уравнение.

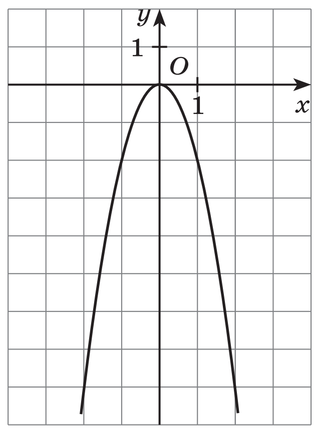


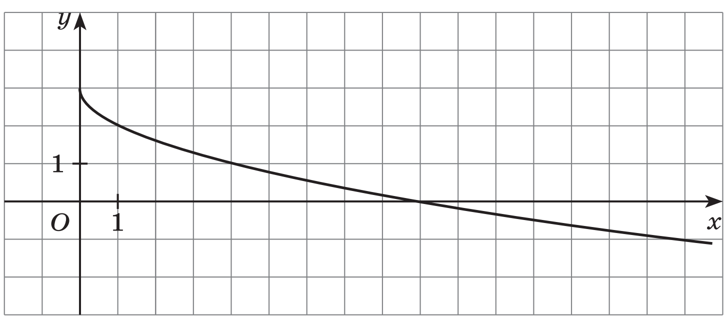



y
1
O
1
x


y
1
O
1
x


y
1
O
1
x


y
1
O
1
x


y
1
O
1
x

2.3. Постройте график уравнения.

а) $(y - 2x)(y - x^2) = 0$

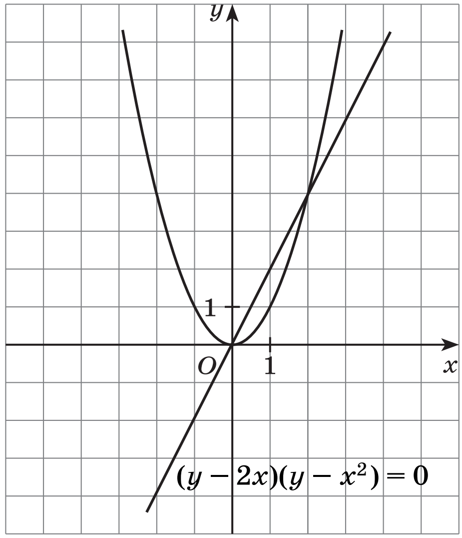
Решение.
Поскольку произведение двух множителей равно нулю, задача сводится к построению графиков двух уравнений:

$$y - 2x = 0 \text{ (т. е. } y = 2x\text{)}$$

$$\text{и } y - x^2 = 0 \text{ (т. е. } y = x^2\text{).}$$

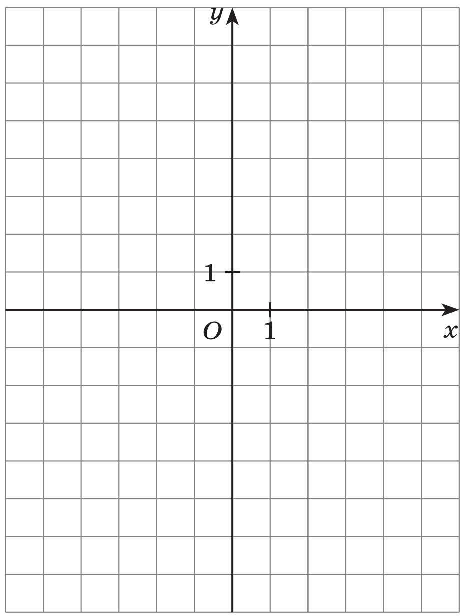
Построим графики функций $y = 2x$ и $y = x^2$ в одной системе координат. Объединение этих графиков является графиком уравнения

$$(y - 2x)(y - x^2) = 0.$$



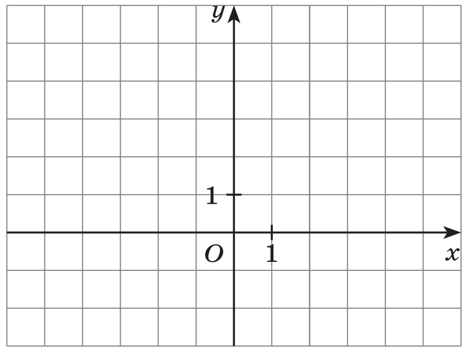
б) $(x - y)(xy - 1) = 0$

Решение.



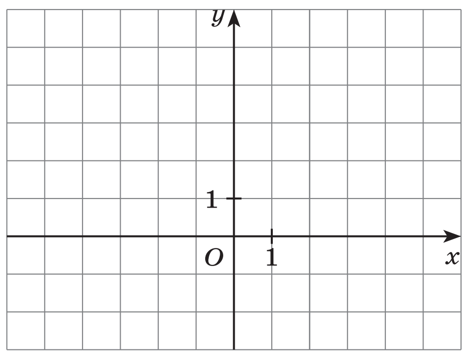
в) $(y + x)(y - |x| + 2) = 0$

Решение.



г) $(3x - 6)(2y - 6)(x + y - 2) = 0$

Решение.



§3. Уравнение окружности на координатной плоскости

3.1. Заполните пропуски.

а) Расстояние между точками $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ вычисляется по формуле

$AB =$ ____________________________________.

б) Окружность с центром в точке $O'(a; b)$ и радиусом r $(r > 0)$ на координатной плоскости xOy задаётся уравнением

____________________________________.

3.2. Найдите расстояние между данными точками.

а) $A(5;\ 2)$ и $B(8;\ 6)$

Решение.

$AB = \sqrt{(8-5)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5.$

б) $C(1;\ 3)$ и $D(13;\ 8)$

в) $E(0;\ -5)$ и $F(-6;\ 3)$

г) $K(3;\ 7)$ и $M(3;\ 5)$

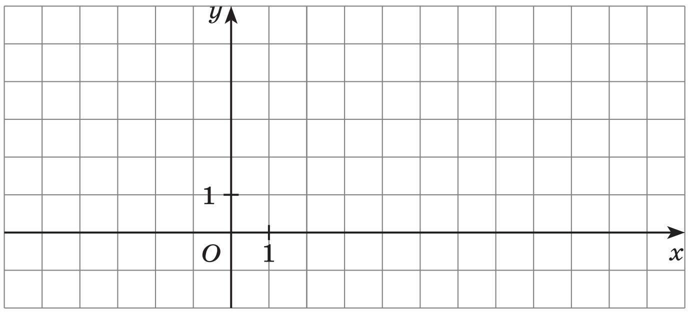
д) $H(4;\ -3)$ и $F(0;\ 0)$

3.3. Заполните таблицу.

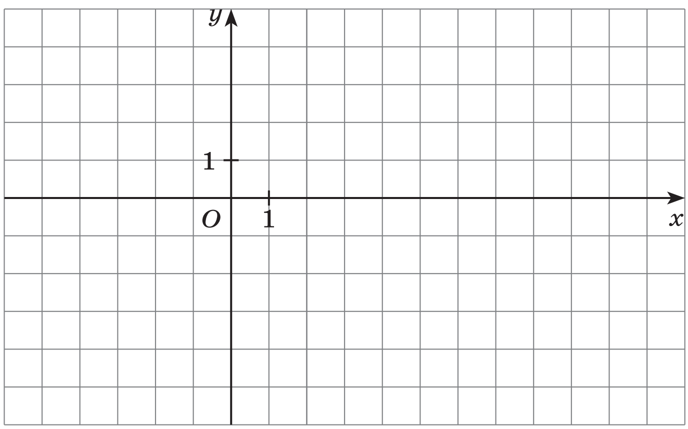
Уравнение окружности	**Координаты центра окружности**	**Радиус окружности**
$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$	(3; 4)	5
	(5; 6)	7
$(x+6)^2 + (y+4)^2 = 100$		
$(\_\_\_\_\_\_\_\_)^2 + (\_\_\_\_\_\_\_\_)^2 = 7$	(1; 0)	
$x^2 + y^2 = 2{,}25$		

3.4. Постройте график уравнения.

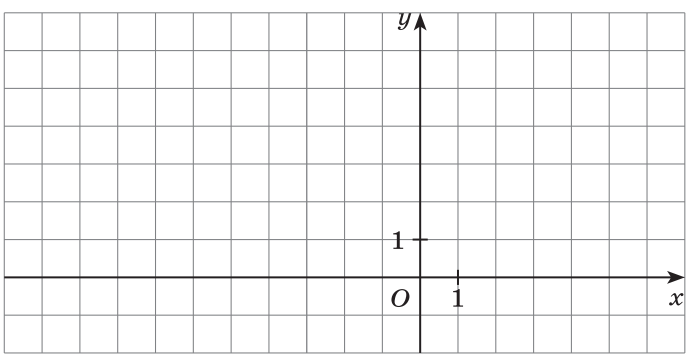
а) $(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 4$



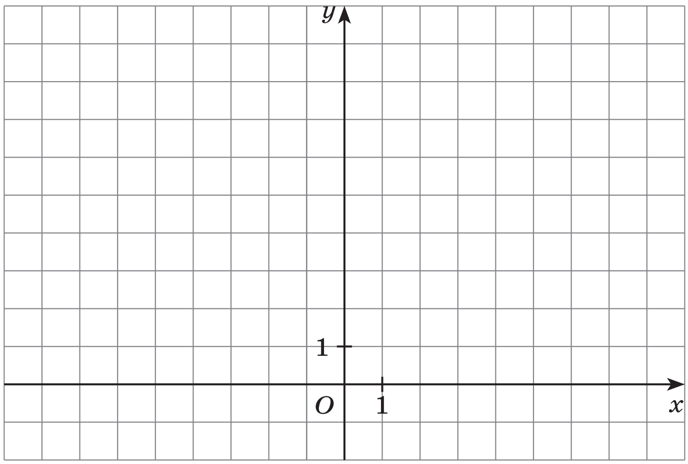
б) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 25$



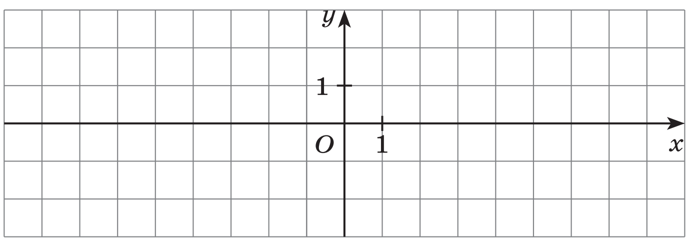
в) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 9$



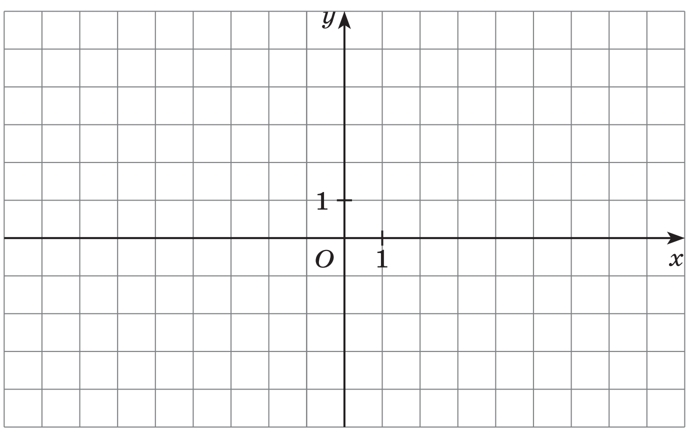
г) $x^2 + (y - 5)^2 = 16$



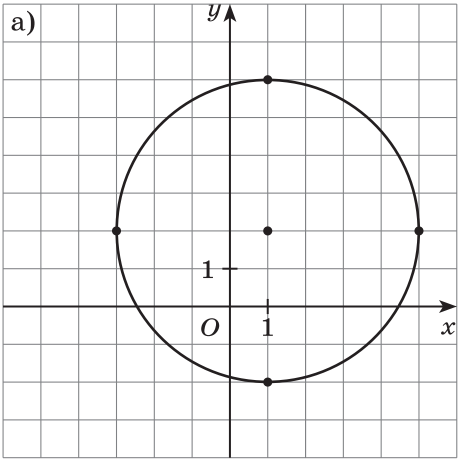
д) $(x + 2)^2 + y^2 = 1$

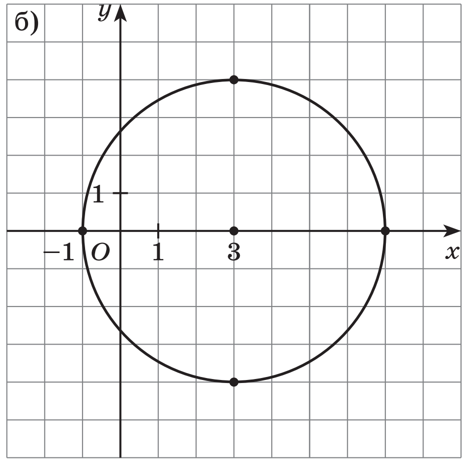


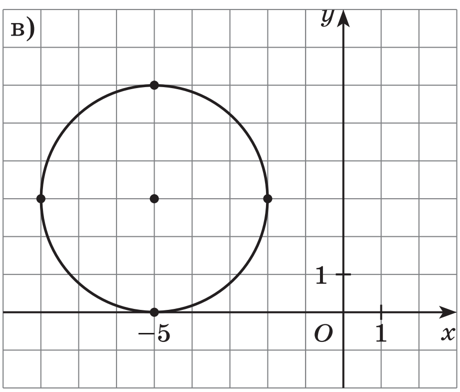
е) $x^2 + y^2 = 16$

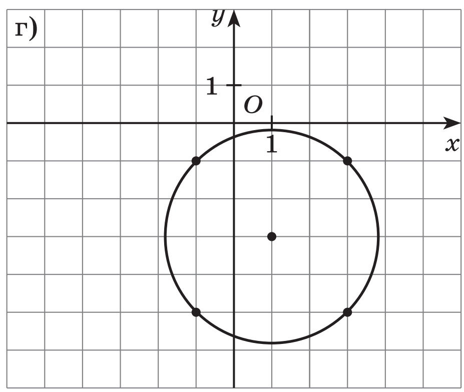


3.5. Составьте уравнение окружности, изображённой на рисунке, считая, что отмеченные точки имеют целочисленные координаты.









3.6. 1) Запишите координаты центра и радиус окружности

$$(x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 17.$$

Ответ: центр O'(______; ______), радиус r = ____________.

2) Не выполняя построений, выясните, принадлежит ли данная точка окружности $(x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 17$.

а) $A(-5;\ 3)$

Решение.

Ответ: ________________

б) $B(-2;\ -4)$

Решение.

Ответ: ________________

в) $O(0;\ 0)$

Решение.

Ответ: ________________

г) $C\left(\sqrt{17} - 4;\ -1\right)$

Решение.

Ответ: ________________

§4. Основные понятия, связанные с системами двух уравнений с двумя переменными

4.1. Является ли пара чисел (2; 5) решением системы уравнений:

а) $\begin{cases} xy = 10, \\ x^2 + y^2 = 29? \end{cases}$

Решение. $2 \cdot 5 = 10$ — верно; $2^2 + 5^2 = 29$ — верно.
Ответ: да.

б) $\begin{cases} |x - y| = 3, \\ x^2 - y^2 = 21? \end{cases}$

Решение. $|2 - 5| = 3$ — верно; $2^2 - 5^2 = 21$ — неверно.
Ответ: нет.

в) $\begin{cases} 5x = 2y, \\ y = x^3 - 3? \end{cases}$

Решение. ______________________________

Ответ: __________

г) $\begin{cases} \sqrt{x + y} = 7, \\ \dfrac{x}{y} = 0{,}4? \end{cases}$

Решение. ______________________________

Ответ: __________

д) $\begin{cases} \dfrac{x + 1}{y - 2} = 1, \\ (x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 4? \end{cases}$

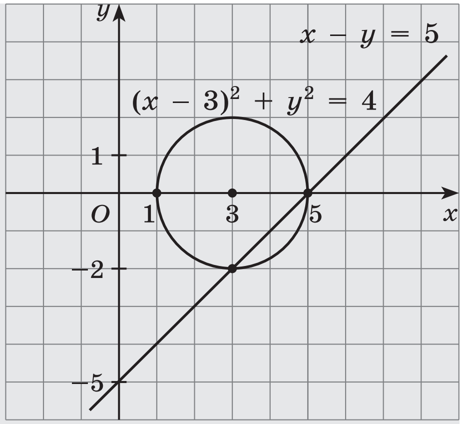
Решение. ______________________________

Ответ: __________

4.2. Решите систему уравнений графическим методом. Ответ проверьте подстановкой.

а) $\begin{cases} x - y = 5, \\ (x - 3)^2 + y^2 = 4. \end{cases}$

Решение.



Построим в одной системе координат графики обоих уравнений. Первое уравнение является линейным, его график — прямая, проходящая через точки (5; 0) и (0; –5). Графиком второго уравнения является окружность с центром в точке (3; 0) и радиусом 2 (см. рис.). Окружность и прямая пересекаются в двух точках — (5; 0) и (3; –2).

Проверим полученные решения подстановкой в исходную систему.

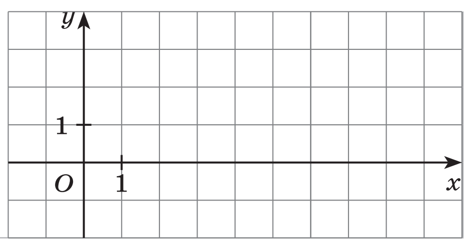
1) $x = 5$, $y = 0$: $5 - 0 = 5$ — верное равенство,
$(5 - 3)^2 + 0^2 = 4$ — верное равенство.
Вывод: пара чисел (5; 0) является решением данной системы.

2) $x = 3$, $y = -2$: $3 - (-2) = 5$ — верное равенство,
$(3 - 3)^2 + (-2)^2 = 4$ — верное равенство.
Вывод: пара чисел (3; –2) является решением данной системы.

Ответ: (5; 0), (3; –2).

б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = \sqrt{x} - 1. \end{cases}$

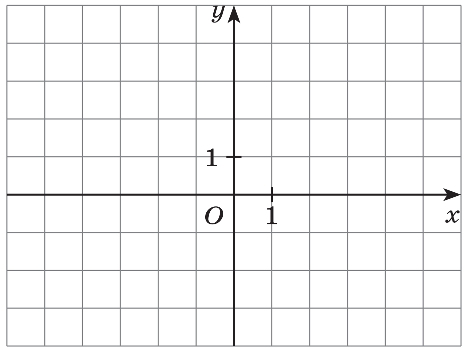
Решение.



Ответ: ______________

в) $\begin{cases} y = x - 1, \\ xy = 2. \end{cases}$

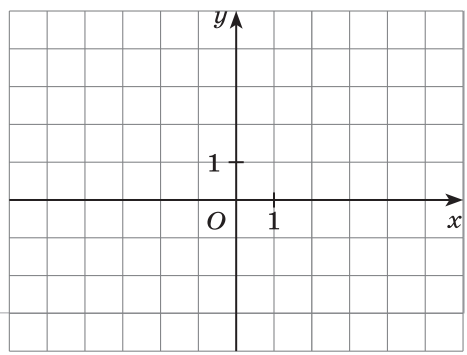
Решение.



Ответ: ______________

г) $\begin{cases} y = 3 - |x|, \\ x^2 + (y - 1)^2 = 4. \end{cases}$

Решение.

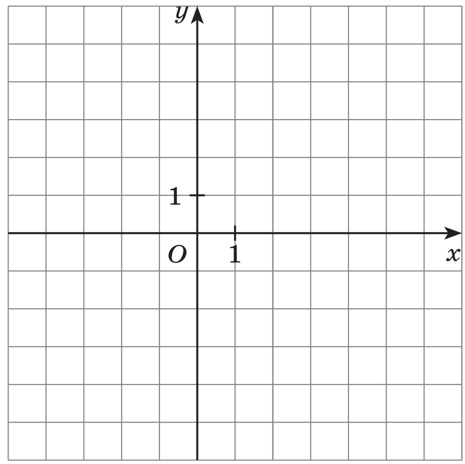


Ответ: ______________

4.3. Сколько решений имеет система уравнений?

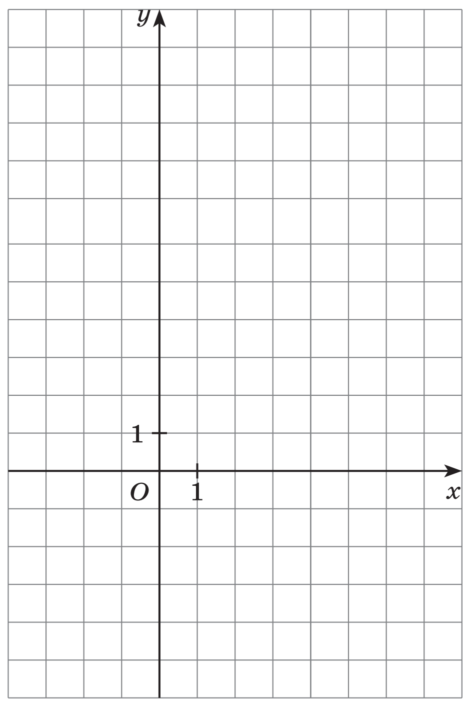
а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = \sqrt{x-1}. \end{cases}$

Ответ: ________________



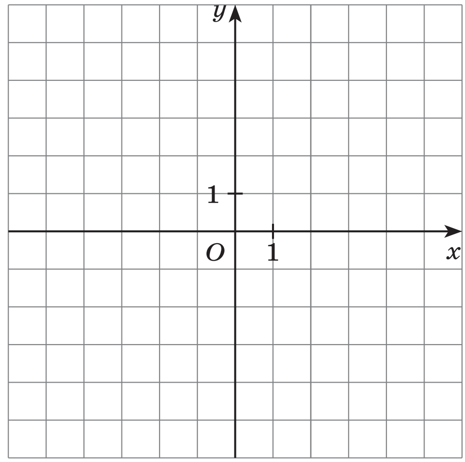
б) $\begin{cases} x^2 - y = 0, \\ (x-2)^2 + y^2 = 25. \end{cases}$

Ответ: ________________



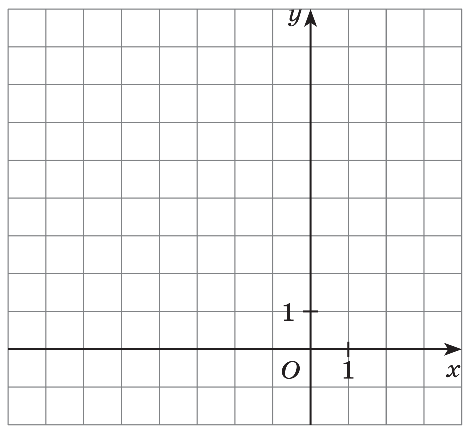
в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ xy = 1. \end{cases}$

Ответ: ________________



г) $\begin{cases} (x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 9, \\ y = |x|. \end{cases}$

Ответ: ________________



§5. Решение систем уравнений методом подстановки

5.1. Решите систему уравнений методом подстановки.

а) $\begin{cases} y = x + 1, \\ xy = 12. \end{cases}$

Решение.

$\begin{cases} y = x + 1, \\ xy = 12 \end{cases}$ подставим $x + 1$ вместо y

$x(x + 1) = 12.$

Решим полученное уравнение.

Получим $x_1 = 3$, $x_2 = -4$.

Вернёмся к первому уравнению системы $y = x + 1$.

Если $x = 3$, то $y = 3 + 1 = 4$.

Если $x = -4$, то $y = -4 + 1 = -3$.

Ответ: (3; 4), (–4; –3).

б) $\begin{cases} x - 3y = 0, \\ x^2 - y^2 = 8. \end{cases}$

Решение.

Выразим переменную x из первого уравнения системы: $x = 3y$.

Подставим $3y$ вместо x во второе уравнение.

Ответ: ________________

в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 8, \\ x + y = 4. \end{cases}$

Решение.

Ответ: ________________

г) $\begin{cases} 2x - y = 1, \\ \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{6}. \end{cases}$

Решение.

Ответ: ________________

д) $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y} = 1{,}2, \\ 2x + 3y = 2. \end{cases}$

Решение.

Ответ: ________________

5.2. Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения:

а) прямой $x + y = 7$ и окружности $x^2 + y^2 = 25$.

Решение.

Координаты каждой точки пересечения прямой и окружности являются решением системы уравнений $\begin{cases} x + y = 7, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$

Решим систему уравнений.

Ответ: ________________

б) прямой $3x - y = 2$ и гиперболы $y = \dfrac{8}{x}$.

Решение.

Ответ: ________________