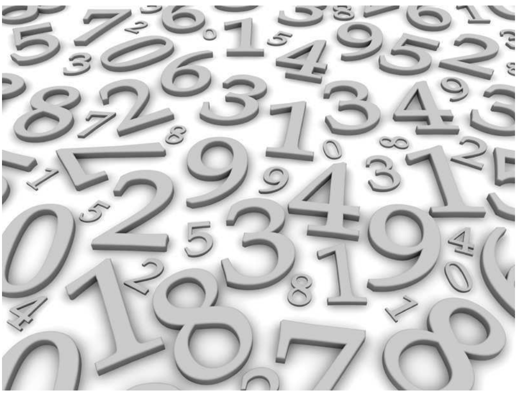
СОДЕРЖАНИЕ

Памяти моего отца Робина Ливио



ПРЕДИСЛОВИЕ

«Золотое сечение» — это книга об одном-единственном числе, однако число это совершенно особое. Это число — 1,61803... — встречается и в лекциях по истории искусств, и в перечнях «любимых чисел», которые составляют математики. Не менее поразительно, что оно было предметом множества экспериментов по психологии.

Так называемое «золотое сечение» заинтересовало меня пятнадцать лет назад, когда я готовился к лекции об эстетике в физике (представьте себе, это отнюдь не оксюморон), и с тех пор оно не идет у меня из головы.

В создании этой книги прямо и косвенно поучаствовало столько моих коллег, друзей и учеников, что всех и не перечислишь. Здесь я хотел бы выразить особую благодарность Иву-Алену Буа, Митчу Фейгенбауму, Гиллелю Гаухману, Теду Хиллу, Рону Лифшицу, Роджеру Пенроузу, Джоанне Постма, Полу Стейнхардту, Пат Тиль, Анне ван дер Хельм, Дивакару Вишванату и Стивену Вольфраму — за бесценные сведения и крайне продуктивные споры.

Я благодарен своим коллегам Даниэле Кальцетти, Стефано Казертано и Массимо Стиавелли за помощь с переводами с латыни и итальянского, Клаусу Лейтереру и Эрмине Ландт за помощь с переводами с немецкого, а Патрику Годону — за помощь с переводами с французского. Сара Стивенс-Рейберн, Эли-

забет Фрэзер и Нэнси Хэнкс очень посодействовали мне во всем, что касалось лингвистики и библиографии. Особенно я благодарен Шэрон Тулан за содействие в подготовке рукописи.

Искренне благодарю своего литературного агента Сьюзен Рабинер за то, что она не давала мне опустить руки до начала и во время работы над книгой. Я в огромном долгу перед Джеральдом Ховардом, моим редактором из издательства «Doubleday Broadway», за то, что он так тщательно вычитывал рукопись и делал такие точные, глубокие замечания. Также я благодарен Ребекке Холланд, выпускающему редактору в «Doubleday Broadway», за постоянное содействие в то время, пока книга была в печати.

И, наконец, эта книга вообще была написана исключительно благодаря постоянной помощи, терпению и поддержке Софи Ливио.

ПРЕЛЮДИЯ К ЧИСЛУ

Много есть чудес на свете.
Софокл (495–405 гг. до н. э.)
(*Пер. С. Шервинского, Н. Познякова*)

Знаменитый английский физик лорд Кельвин (Уильям Томпсон, 1824–1907), в честь которого назван градус абсолютной температурной шкалы, во время одной своей лекции сказал: «Если знание невозможно выразить численно, значит, оно поверхностно и недостаточно». Разумеется, Кельвин имел в виду то знание, которое необходимо для научного прогресса. Однако числа и математика удивительным образом предрасположены к тому, чтобы способствовать пониманию даже того, что крайне далеко от науки — или, по крайней мере, представляется таким на первый взгляд. В «Тайне Мари Роже» Эдгара Аллана По знаменитый детектив Огюст Дюпен замечает: «Мы превращаем случайность в предмет точных исчислений. Мы подчиняем непредвиденное и невообразимое научным математическим формулам» (*пер. И. Гуровой*). Можно пояснить это и на более простом примере. Представьте себе, что вы готовитесь к приему гостей и столкнулись со следующей задачей: у вас есть шоколадка, состоящая из двенадцати долек — сколько раз нужно ее разломить, чтобы разделить все части? Ответ куда проще, чем вы думали, и почти не требует вычислений. Каждый раз, когда вы ломаете шоколадку, у вас получается на один кусок больше, чем раньше. Следовательно, если вам нужно получить двенадцать кусков, придется ломать шоколадку одиннадцать раз (убедитесь сами). А если обобщить, то количество разломов всегда будет на один меньше, чем требуемое количество кусков, независимо от того, из скольких частей состоит шоколадка.

Даже если вы не слишком любите шоколад, то все равно понимаете, что этот пример демонстрирует простой математический закон, который можно применить и во многих других случаях. Однако математические свойства, формулы и законы (многие из которых не задерживаются у нас в памяти) — это далеко не все; существуют еще и особые числа, которые настолько вездесущи, что не устают нас изумлять. Самое прославленное из них — число π (пи), отношение длины окружности к ее диаметру. Значение π — 3,14159... — завораживало много поколений математиков. Хотя изначально число π было определено в геометрии, оно очень часто и неожиданно всплывает при вычислении вероятности. Знаменитый пример — так называемая игла Бюффона, названная в честь французского математика Жоржа-Луи Леклерка, графа де Бюффона (1707–1788), который поставил и решил эту вероятностную задачу в 1777 году. Леклерк задал следующий вопрос: представьте себе, что у вас на полу лежит большой лист бумаги, разлинованный параллельными линиями через равные заданные промежутки. На лист совершенно случайным образом бросают иглу, длина которой в точности равна промежутку между линиями. Какова вероятность, что игла упадет так, что пересечет одну из линий (то есть как на рис. 1)? Как ни странно, ответ, оказывается, 2/π. То есть в принципе возможно даже вычислить π, если повторить этот эксперимент много раз и понаблюдать, какая доля бросков заканчивается пересечением иглы с линией (правда, есть и другие методы вычисления π, не такие скучные). Словосочетание «число π» настолько вошло в обиходный лексикон, что кинорежиссер Даррен Аронофски в 1998 году даже снял психологический триллер под таким названием.

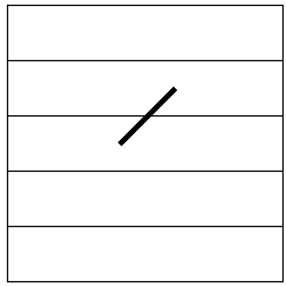


Рис. 1

Менее знаменито другое число — φ (фи), а между тем, во многих отношениях оно даже интереснее. Вот, скажем, представьте себе, что я спрашиваю у вас, что общего у изумительного расположения лепестков алой розы, композиции знаменитой картины Сальвадора Дали «Тайная вечеря», чудесного рисунка спиральной раковины и статистики размножения кроликов? Трудно поверить, что у столь разнородных явлений действительно есть нечто общее — и это некое число или геометрическая пропорция, известная человечеству еще со времен античности, число, которому в XIX веке дали почетное называние «золотое число» или «золотое сечение». А в начале XVI века в Италии вышла книга, в которой это число называлось «Божественной пропорцией» — не более и не менее.

В повседневной жизни мы применяем слово «пропорция» для обозначения соотношения между частями целого по размеру или количеству — или когда хотим подчеркнуть гармоничные отношения между разными частями. В математике термин «пропорция» применяется для описания равенства следующего типа: девять относится к трем, как шесть к двум. Как мы увидим, золотое сечение дарит нам чарующее сочетание этих определений: хотя определяется оно строго математически, однако считается, что оно обладает свойствами, обеспечивающими приятную гармонию.

Первое четкое определение соотношения, которое впоследствии станет известно как золотое сечение, дал примерно в 300 году до н. э. Евклид Александрийский, основатель геометрии как формальной дедуктивной системы. К Евклиду и его фантастическим достижениям мы еще вернемся в главе 4, а пока позвольте отметить, что Евклид вызывает столь сильное восхищение, что поэтесса Эдна Сент-Винсент Миллей в 1923 году даже посвятила ему стихотворение под названием «На обнаженность красоты Евклид взглянул» (*пер. Л. Мальцевой*). Эдна даже сохранила свою школьную тетрадь по евклидовой геометрии. Евклид определил пропорцию, выведенную из простого деления линии (отрезка), по его выражению, «в крайнем и среднем отношении»: «Прямая линия называется рассеченною в крайнем и среднем отношении, когда как целая прямая к большему отрезку, так больший к меньшему» (*пер. Ф. Петрушевского*) (рис. 2) .

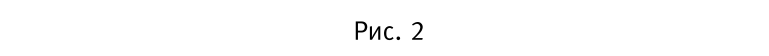


Рис. 2

Иначе говоря, если мы посмотрим на рис. 2, то увидим, что отрезок AB определенно длиннее отрезка AC, в то же время AC длиннее CB. Если отношение длины AC к длине CB такое же, как отношение длины AB к длине AC, значит, отрезок поделен «в крайнем и среднем отношении» — или в золотом сечении.

Кто бы мог подумать, что такое на первый взгляд невинное разделение отрезка, которое Евклид определил в чисто геометрических целях, окажет влияние на самые разные разделы знания — от положения листьев в ботанике до структуры галактик, состоящих из миллиардов звезд, от математики до искусства? Следовательно, золотое сечение — прекрасный пример того самого крайнего изумления и восторга, которые так высоко ценил великий физик Альберт Эйнштейн (1879–1955). Вот как он об этом писал: «Самое прекрасное, что только может выпасть нам на долю, — это тайна. Стремление разгадать ее стоит у колыбели подлинного искусства и подлинной науки. Тот, кто не знает этого чувства, утратил любопытство, не способен больше удивляться, — все равно что мертвый, все равно что задутая свеча».

Как мы еще увидим, когда проследим на страницах этой книги все необходимые вычисления, точное значение золотого сечения (то есть отношение AC к CB на рис. 2) — бесконечное непериодическое число 1,6180339887..., а такие бесконечные неповторяющиеся числа интересовали людей со времен античности. Рассказывают, что когда греческий математик Гиппас из Метапонта в V веке до н. э. обнаружил, что золотое сечение — это и не целое число (подобное нашим добрым знакомым 1, 2, 5 и т. д.), и даже не отношение двух целых чисел (подобное дробям вроде 1/2, 2/3, 3/4, которые в совокупности называются *рациональными числами*), это привело остальных пифагорейцев — то есть последователей