

УДК 004.896
ББК 32.973.26, 018.2
Г38

Рецензенты:

кафедра «Робототехника и мехатроника» ФГБОУ ВО
«Донской государственный технический университет»
(зав. кафедрой к. т. н. доцент Е. А. Лукьянов; рецензия
подготовлена профессором кафедры Н. Ф. Карнауховым)

Герман-Галкин С. Г., Карташов Б. А., Литвинов С. Н.
Г38 Модельное проектирование электромеханических мехатронных мо-
дулей движения в среде SimInTech. – М.: ДМК Пресс, 2021. – 494 с.
ISBN 978-5-97060-693-3

Учебное пособие содержит основные сведения по математическому мо-
делированию мехатронных модулей движения, краткое описание исполь-
зуемого программного обеспечения SimInTech и элементы проектирования
электромеханических модулей движения в его среде.

Пособие предназначено для студентов технических вузов и факульте-
тов, а также может быть рекомендовано аспирантам, научно-техническим
работникам и конструкторам при создании и эксплуатации мехатронных
систем.

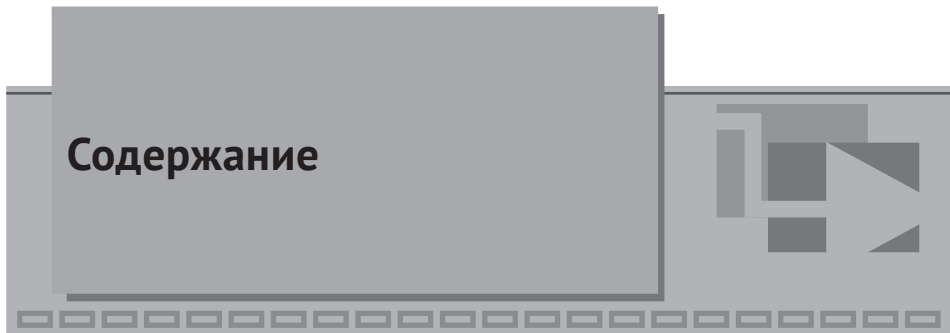
УДК 004.896
ББК 32.973.26, 018.2

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена
в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного
разрешения владельцев авторских прав.

Материал, изложенный в данной книге, многократно проверен. Но поскольку
вероятность технических ошибок все равно существует, издательство не может гаран-
тировать абсолютную точность и правильность приводимых сведений. В связи с этим
издательство не несет ответственности за возможные ошибки, связанные с использо-
ванием книги.

ISBN 978-5-97060-693-3

© Герман-Галкин С. Г., Карташов Б. А.,
Литвинов С. Н., 2021
© Оформление, издание, ДМК Пресс, 2021



Предисловие	9
Введение.....	12
▼ Часть I	
Технологии моделирования электромеханических мехатронных модулей движения в среде SimInTech	14
▼ Глава 1	
Обобщенная функциональная структура, модели и методология проектирования мехатронных модулей движения.....	15
1.1. Принципы построения мехатронных модулей движения.....	15
1.2. Математические модели мехатронных модулей движения.....	18
1.2.1. Математические модели непрерывных элементов.....	18
1.2.2. Математические модели цифровых элементов.....	30
1.3. Задачи, концепция и этапы модельного проектирования модулей движения в среде SimInTech.....	34
Контрольные вопросы.....	45
Литература к предисловию, введению и главе 1.....	45

▼ Глава 2

Пакет SimInTech – визуальная среда моделирования мехатронных систем	47
2.1. Принципы и методика моделирования	47
2.2. Запуск SimInTech.....	49
2.3. Главное командное меню	51
2.4. Панели инструментов главного окна и схемных окон.....	53
2.5. Палитра компонентов.....	57
2.6. Краткое описание процедур и этапов работы в среде SimInTech	60
2.7. Демонстрационно-обучающие примеры моделирования в среде SimInTech.....	62
Контрольные вопросы и упражнения	117
Литература	118

▼ Глава 3

Анализ и синтез мехатронных модулей движения как цифровых электроприводов с обратными связями	120
3.1. Принципы цифрового управления электроприводами	120
3.2. Структурные модели цифровых электроприводов	122
3.3. Анализ устойчивости цифровых электроприводов.....	126
3.4. Анализ качества цифровых электроприводов	127
3.5. Упрощенный метод синтеза цифровых электроприводов.....	129
3.6. Определение периода квантования непрерывных сигналов в цифровых электроприводах	134
Контрольные вопросы и упражнения	180
Литература	181

▼ Глава 4

Математические модели дискретных и нелинейных элементов цифровых электроприводов и их реализации в среде SimInTech	183
4.1. Общие сведения	183
4.2. Аналого-цифровые и цифроаналоговые преобразователи	184
4.3. Моделирование цифровых САР в среде SimInTech на основе линейных моделей	189

4.4. Моделирование цифровых САП в среде SimInTech с учетом нелинейных свойств элементов.....	209
Контрольные вопросы и упражнения.....	225
Литература.....	226

▼ Глава 5

Полупроводниковые преобразователи электромеханических модулей движения.....	227
5.1. Силовые полупроводниковые элементы.....	227
5.1.1. Силовые полупроводниковые диоды.....	227
5.1.2. Тиристоры.....	231
5.1.3. Биполярные IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor) транзисторы.....	236
5.2. Силовые полупроводниковые преобразователи электромеханических модулей движения.....	240
5.2.1. Классификация.....	240
5.2.2. Основные характеристики силовых полупроводниковых преобразователей.....	242
5.3. Управляемые выпрямители.....	243
5.3.1. Однофазные управляемые выпрямители.....	243
5.3.2. Трехфазные управляемые выпрямители.....	253
5.4. Широтно-импульсные преобразователи.....	261
5.4.1. Одноплечевые широтно-импульсные преобразователи.....	261
5.4.2. Мостовой широтно-импульсный преобразователь.....	268
5.4.3. Динамические характеристики управляемых выпрямителей.....	271
5.5. Автономные инверторы.....	271
5.5.1. Вводные замечания.....	271
5.5.2. Одноплечевой однофазный инвертор.....	271
5.5.3. Мостовой однофазный инвертор.....	276
5.5.4. Трехфазные автономные инверторы.....	279
5.5.5. Многоуровневые инверторы.....	284
Литература.....	290

▼ Глава 6

Полупроводниковые преобразователи в цепи питания мехатронных модулей движения и их реализации в среде SimInTech.....	291
6.1. Расчетная схема питания мехатронного модуля движения.....	291

6.2. Выпрямитель с фильтром в качестве ВИП	293
6.3. Выпрямитель с цепью сброса энергии в качестве ВИП	297
6.4. Динамические и энергетические процессы в мехатронном модуле движения, питающегося от ВИП на базе выпрямителя	301
6.4.1. Анализ динамических процессов в мехатронном модуле движения, питающегося от ВИП на базе выпрямителя	301
6.4.2. Электромагнитные и электромеханические процессы в мехатронном модуле движения, питающегося от ВИП на базе выпрямителя.....	304
6.4.3. Динамические и энергетические процессы в двухконтурном электроприводе постоянного тока	317
Литература	321

▼ Часть II

Моделирование и элементы проектирования электромеханических мехатронных модулей движения	322
--	-----

▼ Глава 7

Модули движения с двигателями постоянного тока	323
7.1. Математическое описание, структурные схемы и модели двигателя постоянного тока в среде SimInTech.....	323
7.1.1. Математическое описание двигателя постоянного тока (ДПТ).....	323
7.1.2. Структурная модель ДПТ в переменных состояния	325
7.1.3. Структурная модель ДПТ с представлением электромагнитной и электромеханической цепей передаточными функциями	329
7.1.4. Структурные модели ДПТ, составленные по корням характеристического уравнения.....	331
7.2. Синтез регуляторов в одноконтурном электроприводе постоянного тока.....	335
7.2.1. Синтез непрерывных регуляторов	335
7.2.2. Синтез цифровых регуляторов	347
7.3. Синтез регуляторов в двухконтурном электроприводе постоянного тока.....	354

7.3.1. Синтез непрерывных регуляторов	354
7.3.2. Переоборудование регуляторов в двухконтурной системе.....	359
7.4. Электроприводы постоянного тока в мехатронных системах	363
7.4.1. Синтез регуляторов в следящей робототехнической системе постоянного тока	363
7.4.2. Система управления устройством чтения-записи жесткого диска компьютера.....	374
7.5. Задания для самостоятельной работы.....	376
Литература	377

▼ Глава 8

Элементы проектирования мехатронных модулей движения.....	378
8.1. Отдельные аспекты проектирования модулей движения.....	378
8.2. Примеры проектирования мехатронных модулей движения	379
8.3. Учебное проектирование.....	420
8.3.1. Методика учебного проектирования.....	420
8.3.2. Исходные данные для примера расчетной работы	423
8.3.3. Содержание расчетной работы.....	424
Литература	443

▼ Приложение А

Некоторые элементарные сведения по системам автоматического управления с микропроцессорными ЭВМ.....	445
А.1. Принципы построения и работы систем.....	445
А.2. Структурные модели и упрощенный метод синтеза линейных (линеаризованных) систем.....	449
Литература	456

▼ Приложение Б

Расчет частотных характеристик в среде SimInTech.....	457
---	-----

▼ Приложение В

Справочные данные и некоторые вспомогательные расчетные методики для учебного проектирования мехатронных модулей движения	469
В.1. Электрические двигатели	469
В.1.1. Двигатели постоянного тока [8.10].....	469
В.1.2. Асинхронные двигатели серии АИР.....	483
В.2. Отдельные сведения по некоторым элементам, используемым в мехатронных модулях движения	491

Предисловие



В 70-х годах XX столетия возникла и в последующие годы сформировалась самостоятельная сфера науки и техники, получившая название *мехатроника*, базисом которой являются знания в области механики, электроники, микропроцессорной техники, информатики и компьютерных технологий. Мехатроника как дисциплина с 1994 года изучается во многих технических вузах, обеспечивающих подготовку специалистов для различных отраслей народного хозяйства РФ. Из широкого спектра вопросов, подлежащих освоению при изучении дисциплины, регламентированных соответствующими государственными образовательными стандартами и программами, особое место занимают вопросы проектирования и создания мехатронных систем на основе математических моделей, реализуемых с помощью современных компьютерных прикладных программ. К числу таких программ относятся высокоэффективные как зарубежные (Matlab&Simulink, Scilab, MATRXXX, VisSim, LabVIEW и др.), так и отечественные (МИК, ПА 9, CLASSIC, MBТУ, SimInTech и др.). В силу сложившихся обстоятельств в отечественной высшей школе в настоящее время доминируют преимущественно зарубежные программы. Они успешно используются многими российскими вузами в учебном процессе и активно продвигаются на отечественный рынок программных средств (так, например, торговая сеть технической литературы буквально «наводнена» различными учебными изданиями по пакету Matlab-Simulink; подобная ситуация имеет место и по многим другим зарубежным программам). Применение зарубежных программных средств, при наличии отечественных альтернативных программ, противоречит наметившейся в последнее время тенденции импортозамещения в различных отраслях народно-хозяйственной деятельности РФ, в том числе и в области информационных технологий в части программного обеспечения (ПО). В этой связи следует особо отметить, что многие ведущие отечественные университеты, можно сказать, предвосхитили возникшую в настоящее время проблему импортозамещения в области ПО. Ими к концу прошлого века были созданы программы визуального программирования с русскоязычной справочной системой и удобным для отечественных пользователей интерфейсом, не уступающие по своим функциональным возможностям

и характеристикам зарубежным аналогам. К числу таких программ относятся перечисленные выше отечественные программы. Из них особого внимания заслуживает программное обеспечение «Среда динамического моделирования технических систем SimInTech», разработанное коллективом ООО «3В Сервис» (www.3v-services.com).

Являясь альтернативой зарубежным аналогам, ПО SimInTech позволяет рассчитывать, моделировать, исследовать и синтезировать различные технические устройства (механические, гидравлические, теплотехнические, электротехнические и др., в том числе средства и системы автоматики). Вся необходимая сопроводительная документация, методическое обеспечение и исчерпывающая справочная контекстная система SimInTech выполнена на русском языке, что для многих российских пользователей снимает языковой барьер, который имеет место при освоении и использовании таких программ, как Matlab-Simulink и др., с англоязычным методическим и справочным сопровождением.

Визуальные, интерактивные средства программирования, используемые в среде SimInTech, сопроводительная документация и методическое обеспечение, отличающиеся «прозрачностью» и доступностью для понимания, позволяют пользователю, при наличии элементарных навыков работы в операционной среде Windows, за кратчайший срок изучить его и успешно использовать в работе. Программное обеспечение SimInTech совместимо с ОС «Гослинукс», являющейся дистрибутивом операционной системы Linux, что немаловажно при необходимости перехода с ОС Windows на ОС Linux.

С учетом изложенного выше и многолетнего позитивного опыта применения, а также положительных результатов проектных работ на основе SimInTech, выполненных ООО «3В Сервис», ОАО «Гипротрубопровод», АО «Атомпроект», ПАО «Компания “Сухой”», АО «ОКБМ Африкантов» и др. [1.1–1.6], авторский коллектив посчитал целесообразным его применение в качестве программного обеспечения для учебного пособия. В пособии использована версия 1.6.0.1 ПО SimInTech, подробная информация о которой размещена на официальном сайте simintech.ru.

Для решения задач с применением ПО SimInTech, предусмотренных в учебном пособии, достаточно знать основные положения теории линейных систем автоматического управления и элементы теории дискретных систем в объеме, обозначенном в пособии, а также иметь навыки работы в среде ОС Windows.

Учебное пособие является результатом коллективного труда сотрудников ООО «3В Сервис» (А. Н. Петухов), Морской академии в Щецине (Польша) (С. Г. Герман-Галкин), АЧИИ Донского ГАУ (Б. А. Карташов, С. Н. Литвинов), долевое участие которых следующее: организационно-методологическое обеспечение и общая редакция пособия – А. Н. Петухов; предисловие, введение – коллегиально все авторы; глава 1 – Б. А. Карташов с участием

С. Г. Герман-Галкина; главы 2–4 – Б. А. Карташов; глава 7 – С. Г. Герман-Галкин; глава 8 – Б. А. Карташов, С. Н. Литвинов; приложения А и Б – Б. А. Карташов; приложение В – Б. А. Карташов, С. Н. Литвинов.

Авторы считают своим долгом выразить признательность генеральному директору ООО «3В Сервис» В. Н. Петухову за финансовую помощь в процессе подготовки учебного пособия и его издании. Авторы благодарны профессорско-преподавательскому коллективу кафедры «Робототехника и мехатроника» ФГБОУ ВО ДГТУ в лице зав. кафедрой Е. А. Лукьянова, и особенно профессору Н. Ф. Карнаухову, за полезные замечания и рекомендации, которые были учтены при окончательном редактировании рукописи учебного пособия.



Введение

Целенаправленность учебного пособия состоит в изучении и освоении отдельных вопросов, связанных с проектированием *мехатронных модулей движения*. Для понимания сущности данного термина и его места в общей иерархии понятий и определений, относящихся к новому современному быстро развивающему научно-техническому направлению мехатроника, рассмотрим некоторые из них [1.7, 1.8].

Мехатроника – это новая область науки и техники, посвященная созданию машин и систем с компьютерным управлением движением, которая базируется на знаниях в области механики, электромеханики, электротехники, силовой электроники, информатики, микропроцессорной техники и компьютерного управления движением машин и агрегатов. Термин «мехатроника» получен в результате комбинации слов «МЕХАника» и «элекТРОНИКА».

Мехатроника как техническая дисциплина изучает синергетическое объединение узлов точной механики с электронными, электротехническими и компьютерными компонентами с целью проектирования и производства качественно новых технических модулей и систем, машин и комплексов машин с интеллектуальным управлением и их функциональными движениями.

В последнем определении подчеркивается синергетический характер интеграции всех компонентов (механических, электронных, электротехнических, компьютерных), который раскрывает термин *синергия*. Под этим термином понимается совместное действие, направленное на достижение общей цели. При синергетическом объединении достигается качественно новый результат – больший, чем арифметическая сумма вкладов отдельных составляющих. В этом же определении указывается на функциональный признак *интеллектуального управления* (он продиктован требованиями к обеспечению высокого качества выполнения сложных и точных движений), который может быть реализован на базе современных микропроцессорных и программных средств и перспективных подходов к синтезу управляющих алгоритмов на основе адаптивных методов классической и современной теории автоматического управления.

Мехатронная система – множество механических, микропроцессорных, электронных и электротехнических компонентов, находящихся в связях друг с другом, образующих определенную целостность, единство. Задачей мехатронной системы является преобразование информации о цели управления, поступающей с верхнего уровня, в целенаправленное функциональное движение системы с управлением на основе принципа обратной связи.

Мехатронный модуль движения (ММД) – функционально и конструктивно самостоятельное изделие, построенное с взаимопроникновением и синергетической аппаратно-программной интеграцией составляющих его элементов, имеющих различную физическую природу, и предназначенное для реализации движений его выходного звена.

Мехатронные модули движения, являющиеся конструктивными «кубиками», из которых строят мехатронные системы, в зависимости от вида используемой энергии подразделяются на электромеханические, электрогидравлические и электропневматические. Наибольшее применение из них нашли электромеханические модули, основной комплекс задач проектирования которых детально освещен в учебных изданиях [1.7, 1.8]. В данном учебном пособии рассматриваются отдельные вопросы проектирования, не вошедшие в [1.7, 1.8]. Их сущность сводится к синтезу оптимальных алгоритмов функционирования электромеханических модулей движения как цифровых электроприводов с обратными связями. В основе концептуального подхода синтеза положен так называемый метод «переоборудования регулятора» [1.8, 1.14], заключающийся в том, что первоначально оптимальный алгоритм управления определяется применительно к аналоговой модели модуля движения. Затем на основе найденного непрерывного алгоритма формируется его дискретный аналог, параметры которого уточняются в результате повторной оптимизации на основе дискретной модели модуля движения. Эти оптимизационные задачи, которые на основе аналитических методов классической теории автоматического управления решаются достаточно сложно, в учебном пособии реализуются намного проще с помощью специальных программных модулей (блоков) отечественного ПО SimInTech, о котором упоминалось выше в предисловии. При таком подходе отпадает необходимость в детальном освоении специальных вопросов теории оптимальных систем автоматического управления, требующей специальной математической подготовки, что позволит широкой студенческой аудитории, научно-техническим специалистам и конструкторам осваивать и решать вопросы проектирования мехатронных систем.

**Технологии моделирования
электромеханических
мехатронных модулей
движения в среде SimInTech**



Обобщенная функциональная структура, модели и методология проектирования мехатронных модулей движения



ГЛАВА

1

1.1. Принципы построения мехатронных модулей движения

Базовые функциональные компоненты мехатронных систем по степени интеграции подразделяются на модули движения (МД), электромеханические модули движения (ЭМД) и мехатронные модули движения (ММД), краткие признаки которых применительно к электромеханическим модулям движения, сформулированные в [1.7, 1.8], следующие.

Модуль движения (МД) конструктивно и функционально представляет собой устройство, включающее в себя механическую и электротехническую части, которое можно использовать индивидуально и в различных комбинациях с другими модулями в составе мехатронной системы. Модуль движения включает в себя механическое устройство и электрический двигатель с источником питания. Примерами таких модулей движения являются электродвигатель-редуктор, электродвигатель-колесо, электродвигатель-барабан, электродвигатель-шпиндель и т. д.

Электромеханический модуль движения (ЭМД) конструктивно и функционально представляет собой устройство, включающее в себя механическую, электромеханическую и электрическую части, которое можно использовать индивидуально и в различных комбинациях с другими модулями в составе мехатронной системы. Отличительным признаком ЭМД от МД является наличие в нем силового полупроводникового преобразователя (СПП, рис. 1.1.1) датчиков для контроля величин (параметров), характеризующих модуль движения, и электронных блоков для обработки и усиления сигналов датчиков. То есть по сравнению с МД ЭМД дополняется информационным устройством, преобразующим контролируемую величину в сигнал, удобный для измерения, дальнейшей передачи, хранения и обработки. Примеры электромеханических модулей движения: электромеханические устройства, интегрирующие электродвигатели и различные преобразователи движения (винтовые, червячные, планетарные, волно-

вые и т. п.), дополненные необходимыми датчиками (преобразователями механических величин в электрические сигналы).

Электромеханические модули движения являются функциональными «кубиками», из которых можно компоновать сложные мехатронные системы.

Мехатронный модуль движения (ММД) – конструктивно и функционально самостоятельное устройство с синергетической интеграцией механической, электрической (электротехнической), информационной и компьютерной (электронной) частей, которое можно использовать индивидуально и в различных комбинациях с другими модулями в составе мехатронной системы. То есть по сравнению с ЭМД в конструкцию ММД дополнительно встраивают микропроцессорное вычислительное устройство, что придает модулю интеллектуальные свойства и является отличительным признаком от ЭМД.

Взаимную интеграцию рассмотренных модулей движения поясняет рис. 1.1.1. Из его анализа следует, что наибольшими синергетическими признаками обладают мехатронные модули движения, которые являются главными конструктивными компонентами современных мехатронных систем. Мехатронные модули движения по своим функциональным возможностям идентичны традиционным электроприводам с компьютерным управлением (цифровым электроприводам), отличаясь от них только конструктивным интеграционным исполнением.

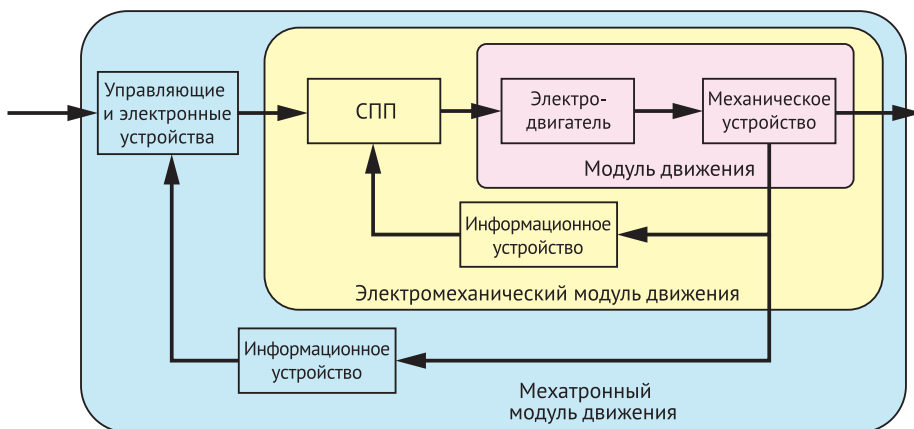


Рис. 1.1.1. Интеграция различных типов модулей движения

Это позволяет рассматривать их как цифровые электроприводы [1.7] (рис. 1.1.2).

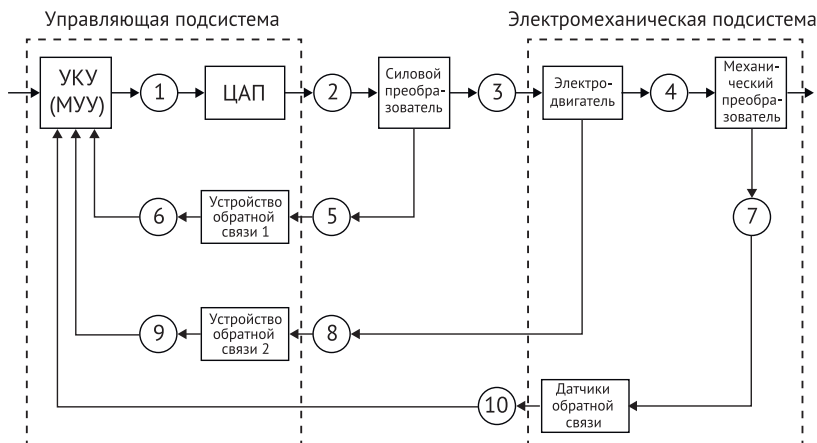


Рис. 1.1.2. Блок-схема мехатронного модуля движения как цифрового электропривода

В обобщенном варианте цифровой электропривод может включать в себя следующие основные элементы (рис. 1.1.2):

- устройство компьютерного управления движением (УКУ), называемое также микропроцессорным управляющим устройством (МУУ), – его функциональной задачей является информационное преобразование (обработка цифровых сигналов, цифровое управление, расчет управляющих воздействий, обмен данными с периферийными устройствами);
- цифроаналоговый преобразователь (ЦАП), реализующий функцию информационно-электрического преобразования;
- промежуточные усилительные элементы (драйверы), связывающие ЦАП с силовым преобразователем;
- силовой преобразователь [управляемый выпрямитель или широтно-импульсный преобразователь (ШИП)] для двигателей постоянного тока; автономный инвертор – для двигателей переменного тока);
- электродвигатель постоянного или переменного тока;
- механический преобразователь, который реализует заданное управляемое движение и взаимодействует с внешними объектами (редуктор, вариатор или непосредственно мотор-шпиндель);
- устройство обратной связи 1, которое используют для контроля текущих значений напряжений и токов в силовом преобразователе, а также управляющих функций (например, для организации контура управления моментом, развиваемым приводом);
- устройство обратной связи 2, которое используют для контроля текущих значений напряжения и тока электродвигателя, а при необходимости – подключения активных корректирующих звеньев (или пассивных RC-цепочек, например по току);

- датчики обратной связи по положению и скорости движения выходного звена механического устройства, выполняющие функции механико-информационного преобразования;
- интерфейсные устройства, обозначенные на блок-схеме как 1-10.

В зависимости от физической природы входных и выходных переменных интерфейсные блоки могут быть как механическими преобразователями движения, так и содержать электронные аппаратно-программные компоненты. Примерами механических интерфейсов являются передачи и трансмиссии, связывающие входное механическое устройство с двигателями (интерфейс 4) и датчиками обратной связи (интерфейсы 7).

Интерфейсные электронные устройства расположены на входах и выходах УКУ (МУУ) и предназначены для его сопряжения со следующими элементами:

- с ЦАП (интерфейс 1) и далее с силовым преобразователем (интерфейс 2);
- с датчиками обратной связи (интерфейс 7), которые в случае применения сенсоров с аналоговым выходным сигналом строятся на основе АЦП;
- с устройствами обратной связи для контроля электрических сигналов в силовом преобразователе и электродвигателе (интерфейсы 6, 9 на основе АЦП).

Модули движения строятся на базе электрических двигателей [постоянного и переменного (асинхронные, синхронные) тока]. Наряду с таким преимущественным подходом в мехатронных системах находят применение модули движения на основе линейных двигателей переменного тока и соленоидных приводных устройств [1.9].

1.2. Математические модели мехатронных модулей движения

Мехатронные модули движения (цифровые электроприводы) (рис. 1.1.2) содержат непрерывные и дискретные (цифровые) элементы, которые с целью их анализа и синтеза интерпретируют в виде математических моделей. Под термином математическая модель понимается записанная в форме аналитических соотношений совокупность знаний о конкретном техническом устройстве. В нижеследующих подпунктах данного параграфа рассмотрены модели, которые используются в настоящем учебном пособии.

1.2.1. Математические модели непрерывных элементов

Модели непрерывных элементов мехатронных модулей движения могут быть представлены в виде: обыкновенных дифференциальных уравне-

ний, передаточных функций, частотных характеристик, структурных схем (графоаналитических моделей) и пространства состояний [1.10–1.13, 1.20].

Дифференциальное уравнение системы с входной переменной $u(t)$ и выходной $x(t)$ в общем случае имеет вид¹:

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{d}{dt} + b_0 u, \quad (1.2.1)$$

где $a_0 \dots a_n, b_0 \dots b_m$ – константы, зависящие от физических параметров системы.

При проектировании мехатронных модулей движения используют как известные (изученные), так и вновь разрабатываемые компоненты (элементы, устройства). Динамические свойства многих известных элементов изучены, и их математические модели приведены в специальной литературе (учебниках, каталогах, справочниках). Если в мехатронном модуле движения используется элемент, математическое описание которого не изучено, то проектировщику приходится решать задачу его определения. Чаще всего подобные задачи сводятся к отысканию математической модели в виде дифференциального уравнения с помощью аналитических методов, которые базируются на физических законах функционирования исследуемого элемента. При математическом описании несложных механических устройств (с малым количеством степеней свободы), входящих в состав модуля движения, используют второй закон Ньютона или принцип Даламбера. Для устройств с большим количеством степеней свободы применяют основополагающие принципы аналитической механики (принципы возможных – виртуальных перемещений, принцип Даламбера–Лагранжа), обобщенные уравнениями Лагранжа второго рода. При построении моделей электромеханических элементов и устройств для отыскания описания их механических составляющих используют методы классической механики, а для описания электромеханических составляющих – законы Кирхгофа, Фарадея и Ленца. Поясним изложенное выше на следующем примере.

Пример 1.2.1. Необходимо определить математическую модель соленоидного актуатора как функционального элемента мехатронного модуля движения (рис. 1.2.1), отображающую динамические свойства его механической и электрической частей.

¹ Символ t в обозначениях переменных говорит, что они являются функциями времени. Для упрощения записи в уравнениях (1.2.1) его можно не указывать.

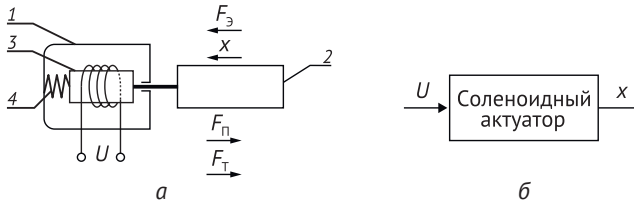


Рис. 1.2.1. Схематичное представление соленоидного актуатора:
 а – конструктивная схема; б – функциональная схема;
 1 – актуатор; 2 – рабочий механизм; 3 – соленоид; 4 – пружина

Для вывода искомой модели воспользуемся вторым законом Ньютона и вторым законом Кирхгофа.

На основе второго закона Ньютона запишем уравнение движения подвижных масс актуатора:

$$m\ddot{x} = F_3 - F_T - F_{\text{п}}, \quad (1.2.2)$$

где m – масса подвижных частей рассматриваемой динамической системы (сердечника, штока, рабочего механизма); F_3 – электромагнитная сила, создаваемая соленоидом; F_T – сила вязкого трения; $F_{\text{п}}$ – сила, создаваемая пружиной.

Для упрощения примем, что сила соленоида линейно зависит от величины тока I в его обмотке:

$$F_3 = kl, \quad (1.2.3)$$

где k – постоянный коэффициент, зависящий от конструктивных параметров соленоида (количество витков обмотки, материала сердечника, его конфигурации и др.).

Сила вязкого трения:

$$F_T = q\dot{x}, \quad (1.2.4)$$

где q – коэффициент вязкого трения.

В актуаторе применена пружина с линейной характеристикой, для которой сила

$$F_{\text{п}} = cx, \quad (1.2.5)$$

где c – коэффициент упругости пружины.

С учетом уравнений (1.2.3–1.2.5) уравнение (1.2.2) примет вид:

$$m\ddot{x} = kI - q\dot{x} - cx,$$

или в канонической форме как

$$T_2^2 \ddot{x} + T_1 \dot{x} + x = k_m I, \quad (1.2.6)$$

где $T_1 = \frac{q}{c}$ (с); $T_2 = \sqrt{\frac{m}{c}}$ (с); $k_m = \frac{k}{c}$ (м/А) – постоянные времени и передаточный коэффициент модели звена, соответствующего механической части актуатора.

Для определения уравнения Кирхгофа рассмотрим электрическую схему соленоида (рис. 1.2.2).

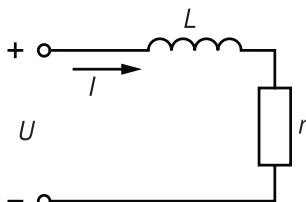


Рис. 1.2.2. Схема электрической цепи актуатора

Уравнение Кирхгофа, соответствующее рис. 1.2.2 и отображающее динамические свойства электрической части актуатора, имеет следующий вид:

$$L\dot{I} + Ir = U,$$

где L, r – соответственно индуктивность и активное сопротивление обмотки соленоида.

После преобразования последнего уравнения к канонической форме оно примет следующий вид:

$$T\dot{I} + I = k_{\text{эл}} U, \quad (1.2.7)$$

где $T = \frac{L}{r}$ (с); $k_{\text{эл}} = \frac{1}{r}$ ($1/\text{Ом}$) – постоянная времени и передаточный коэффициент модели звена, соответствующего электрической части актуатора.

Таким образом, получена математическая модель соленоидного актуатора в виде системы дифференциальных уравнений (1.2.6) и (1.2.7), которые путем алгебраических преобразований можно свести к одному дифференциальному уравнению, отображающему связь выходной величины x – перемещения штока актуатора, сочлененного жестко с рабочим механизмом, и входной величины U – напряжением на обмотке соленоида. По причине громоздкости таких преобразований формирование единой математической модели сведением уравнений (1.2.6) и (1.2.7) к одному дифференциальному уравнению в примере не рассматривается, поскольку эта задача решается значительно проще на основе математического аппарата передаточных функций и структурных схем, основные положения которого рассматриваются ниже.

Передаточные функции базируются на таких понятиях, как оригинал и изображение функции. Если оригинал $f(t)$ представляет собой функцию времени t , то ее изображение $F(s)$ есть функция комплексной переменной $s = c + j\omega$. Эта функция определяется прямым интегральным преобразованием Лапласа

$$L[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt, \quad (1.2.8)$$

где L – символ прямого преобразования Лапласа.

Применение преобразования Лапласа к дифференциальным уравнениям позволяет представить их в виде алгебраических уравнений. Дифференциальные уравнения существенно упрощаются при нулевых начальных условиях, поскольку изображения производных функции $f(t)$ при нулевых начальных условиях определяются достаточно просто как:

$$\begin{cases} L[f'(t)] = sF(s); \\ L[f''(t)] = s^2F(s); \\ \dots \\ L[f^n(t)] = s^nF(s). \end{cases} \quad (1.2.9)$$

Примечание. В формулах (1.2.8) и (1.2.9) для оригиналов и изображений использованы общепринятые обозначения соответственно $f(t)$ и $F(s)$. То есть оригиналы обозначают строчными буквенными символами, а изображения – заглавными. Выполнить такое соотношение обозначений на практике не всегда представляется возможным по той причине, что зачастую при математическом описании реальных элементов и объектов управления их входные и выходные величины (переменные) наряду со строчными буквами обозначают заглавными буквами. В таких случаях для выбора символического обозначения изображений можно руководствоваться следующим: $f(t) \Rightarrow f(s)$ или $F(t) \Rightarrow F(s)$.

Передаточную функцию получают на основе дифференциального уравнения после применения к нему преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях, используя следующее правило: исходное дифференциальное уравнение с помощью (1.2.9) переводят в область изображения, выносят из правой и левой частей уравнения за скобку изображения входной и выходной величины (переменной). Передаточную функцию определяют как отношение изображения выходной величины к изображению входной величины.

Передаточная функция, полученная на основе уравнения (1.2.1) при нулевых начальных условиях с помощью преобразования Лапласа (1.2.8), записывается в виде:

$$W(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{b_m(s)^m + b_{m-1}(s)^{m-1} + \dots + b_1(s) + b_0}{a_n(s)^n + a_{n-1}(s)^{n-1} + \dots + a_1(s) + a_0}, \quad (1.2.10)$$

где $X(s), U(s)$ – изображение соответственно выходной переменной x и входной u при нулевых начальных условиях.

Поясним это правило несколько подробнее на следующем примере.

Пример 1.2.2. Необходимо определить передаточную функцию элемента, динамические свойства которого описываются следующим дифференциальным уравнением с нулевыми начальными условиями:

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = bx(t), \quad (1.2.11)$$

где $y(t), x(t)$ – выходная и входная величины; a_0, \dots, a_2, b – постоянные коэффициенты.

Преобразуем уравнение (1.2.11) по Лапласу как

$$a_2 s^2 y(s) + a_1 s y(s) + a_0 y(s) = bx(s), \quad (1.2.12)$$

где $y(s)$ и $x(s)$ – изображения по Лапласу $y(t)$ и $x(t)$ при нулевых начальных условиях.

Вынесем из правой и левой частей уравнения (1.2.12) соответственно $y(s)$ и $x(s)$, в результате чего получим:

$$y(s)(a_2 s^2 + a_1 s + a_0) = x(s)b. \quad (1.2.13)$$

Из уравнения (1.2.13) находим изображение $y(s)$:

$$y(s) = \frac{b}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} x(s). \quad (1.2.14)$$

Уравнение (1.2.14) определяет связь изображения $y(s)$ выходной величины с изображением $x(s)$ входной величины посредством оператора

$$\frac{b}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.$$

Его называют передаточной функцией и обозначают как

$$W(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{b}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}. \quad (1.2.15)$$

Передаточная функция (1.2.15), представляющая математическую модель элемента, исходной моделью которого является дифференциальное уравнение (1.2.11), полностью характеризует его динамические свойства,

которые определяются только параметрами элемента и не зависят от начальных условий и значений входного воздействия.

Структурные схемы – графоаналитические математические модели представляют не только математические зависимости, отображающие динамические свойства элементов, но и графически с помощью стрелок показывают направление прохождения сигналов, а также обозначения последних в виде изображений по Лапласу, размещенных над стрелками. Для физической наглядности на структурных схемах допускается вместо изображений записывать их оригиналы как на функциональных схемах. Структурные схемы линейных элементов формируются на основе их функциональных схем и передаточных функций. Практический подход построения структурных схем иллюстрирует следующий пример.

Пример 1.2.3. Необходимо составить структурную схему соленоидного актуатора из примера 1.1.1.

После преобразования уравнений (1.2.6) и (1.2.7) по Лапласу при нулевых начальных условиях они примут следующий вид:

$$T_2^2 s^2 x(s) + T_1 s x(s) + x(s) = k_M I(s);$$

$$T s I(s) + I(s) = k_{эл} U(s).$$

Используя запись последних уравнений как

$$x(s)[T_2^2 s^2 + T_1 s + 1] = k_M I(s);$$

$$I(s)[T s + 1] = k_{эл} U(s),$$

получим передаточную функцию соответственно для механической и электрической частей соленоидного актуатора:

$$W_M(s) = \frac{x(s)}{I(s)} = \frac{k_M}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1}; \tag{1.2.16}$$

$$W_{эл}(s) = \frac{I(s)}{U(s)} = \frac{k_{эл}}{T s + 1}. \tag{1.2.17}$$

Таким образом, структурная модель актуатора представляет собой последовательную совокупность апериодического звена первого порядка и звена второго порядка (рис. 1.2.3).

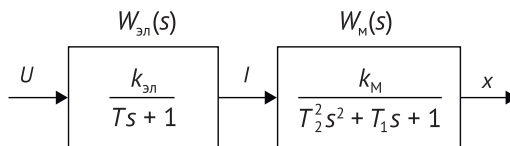


Рис. 1.2.3. Структурная схема соленоидного актуатора

Кроме рассмотренного метода, структурные схемы можно составлять непосредственно на основе дифференциальных уравнений, разрешенных относительно старшей производной при нулевых начальных условиях и записанных в операторной форме, используя следующие обозначения:

$$\frac{d}{dt} = s, \frac{d^2}{dt^2} = s^2, \dots, \frac{d^n}{dt^n} = s^n,$$

где под символом s , в отличие от аналогичного символа, используемого в прямом интегральном преобразовании Лапласа (1.2.8), понимается операция дифференцирования.

Сущность такого подхода иллюстрирует следующий пример.

Пример 1.2.4. Необходимо составить структурную схему элемента, динамические свойства которого описываются дифференциальным уравнением (1.2.11), записанным в операторном виде как

$$a_2 s^2 y(t) + a_1 s y(t) + a_0 y(t) = b x(t). \tag{1.2.18}$$

Разрешим уравнение (1.2.18) относительно старшей производной:

$$s^2 y(t) = -\frac{a_1}{a_2} s y(t) - \frac{a_0}{a_2} y(t) + \frac{b}{a_2} x(t). \tag{1.2.19}$$

Изобразим уравнение (1.2.19) в виде суммирующего звена (рис. 1.2.4).

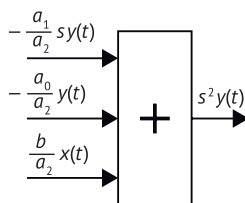


Рис. 1.2.4. Структурная схема уравнения (1.2.19) в виде сумматора

Представим компоненты правой части уравнения (1.2.19) элементарными структурными схемами в виде пропорциональных звеньев (рис. 1.2.5).

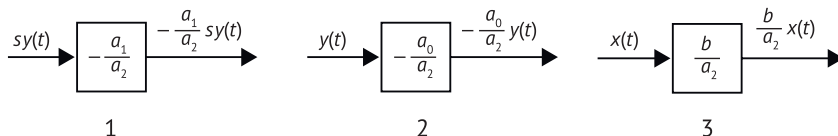


Рис. 1.2.5. Структурные схемы составляющих правой части уравнения (1.2.19)

Визуальный анализ элементарных структурных схем, приведенных на рис. 1.2.5, показывает, что на вход звена 1 необходимо подавать произ-

водную $sy(t)$, а на вход звена 2 – непосредственно искомую функцию $y(t)$. Значение $sy(t)$, очевидно, можно получить путем однократного интегрирования второй производной $s^2y(t)$, а значение $y(t)$ – соответственно ее двукратным интегрированием. Для этого структурную схему (рис. 1.2.4) дополним двумя последовательно включенными интеграторами, как показано на рис. 1.2.6 (интеграторы обозначают графическим символом интеграла – \int или в виде аналитической записи – $1/s$).

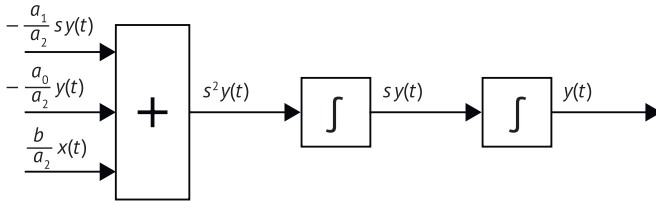


Рис. 1.2.6. Промежуточная структурная схема уравнения с добавлением двух интеграторов

Объединяя рис. 1.2.5 и 1.2.6 в одну схему и соединяя выходы интеграторов с соответствующими звеньями структурных схем, получим окончательную структурную схему звена, описываемого дифференциальным уравнением (1.2.11), в виде, показанном на рис. 1.2.7.

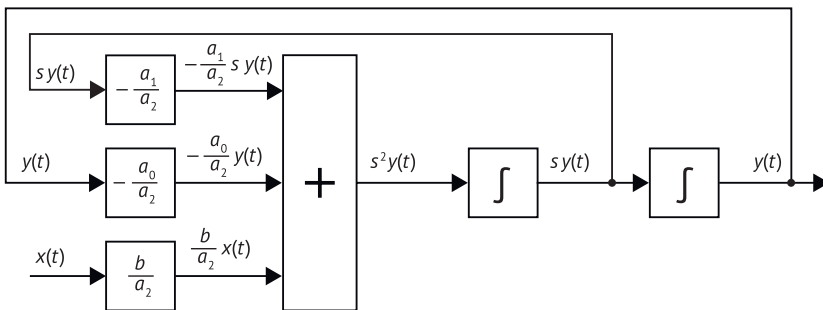


Рис. 1.2.7. Структурная схема звена, описываемого линейным дифференциальным уравнением (1.2.11)

Из анализа рассмотренных методов построения структурных схем следует, что первый метод (на основе передаточных функций) проще второго метода (на основе дифференциальных уравнений). По этой причине для линейных систем преимущественное распространение нашел первый метод. Второй метод предпочтителен при составлении структурных схем звеньев, элементов, систем, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями, поскольку математический аппарат передаточных функций, как известно, можно применять только к линейным системам.

Иллюстрацию использования второго метода применительно к нелинейным дифференциальным уравнениям рассмотрим на примере некоторого звена, описываемого при нулевых начальных условиях следующим нелинейным дифференциальным уравнением, представленным в операторной форме:

$$a_2 s^2 y(t) + a_1 s y(t) [1 + c y^2(t)] + a_0 y(t) = k u(t). \tag{1.2.20}$$

Методика решения поставленной задачи аналогична поэтапной методике, примененной выше к линейному уравнению. Поэтому, опуская все промежуточные этапы, на основе исходного уравнения (1.2.20), разрешенного относительно старшей производной как

$$s^2 y(t) = -\frac{a_1}{a_2} s y(t) - \frac{a_1 c}{a_2} y^2(t) s y(t) - \frac{a_0}{a_2} y(t) + \frac{k}{a_2} u(t), \tag{1.2.21}$$

изобразим его окончательную структурную схему в виде, показанном на рис. 1.2.9, где выделенный пунктиром контур отображает его нелинейный член $-\frac{a_1 c}{a_2} y^2(t) s y(t)$.

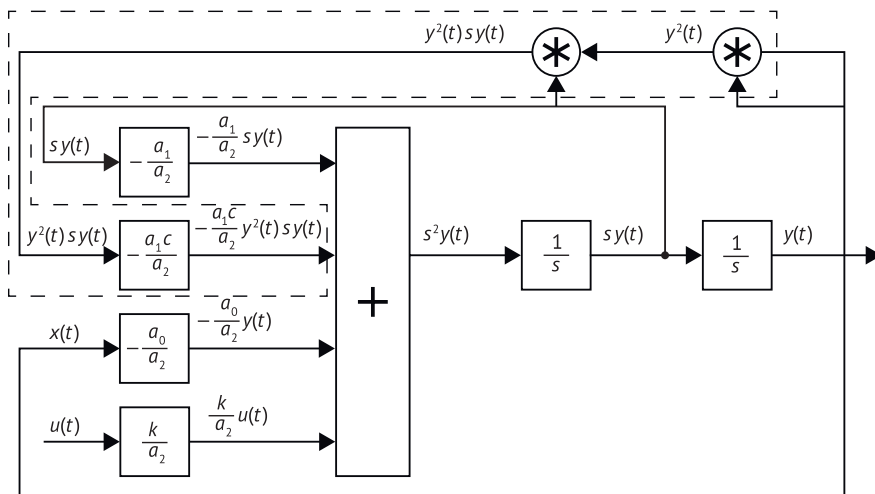


Рис. 1.2.8. Структурная схема звена, описываемого нелинейным дифференциальным уравнением (1.2.20)

Частотные характеристики получают на основе передаточных функций путем подстановки в них $s = j\omega$ и последующих преобразований. Так, для передаточной функции (1.2.10) АФЧХ после такой подстановки примет следующий вид:

$$H(j\omega) = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \dots + b_1(j\omega) + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\omega) + a_0}, \quad (1.2.22)$$

и после преобразования (1.2.22), с учетом правил действия с комплексными числами, запишется в комплексном виде как

$$H(j\omega) = \text{Re}(\omega) + j\text{Im}(\omega),$$

где $\text{Re}(\omega)$ и $\text{Im}(\omega)$ – соответственно вещественная и мнимая части АФЧХ.

АФЧХ может быть записана и в показательной форме как

$$H(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad (1.2.23)$$

где

$$A(\omega) = \sqrt{[\text{Re}(\omega)]^2 + [\text{Im}(\omega)]^2} - \text{АЧХ}; \quad (1.2.24)$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \frac{\text{Im}(\omega)}{\text{Re}(\omega)} - \text{ФЧХ}. \quad (1.2.25)$$

Кроме рассмотренных частотных характеристик, в теории и практике автоматических систем широкое распространение нашли их аналоги в виде логарифмических частотных характеристик.

Пространства состояний. Кроме рассмотренных выше математических моделей в виде дифференциальных уравнений, применяют полученные на их основе *математические модели в векторно-матричной форме (уравнения в пространстве состояний)*. Такие модели в основном применяют к замкнутым линейным автоматическим системам. Их сущность заключается в следующем.

Состояние любой линейной автоматической системы во времени, при определенных значениях входных воздействий (координат) $g_1 \dots g_m$, можно характеризовать не только выходными величинами системы $y_1 \dots y_k$, но и ее промежуточными («внутренними») переменными $x_1 \dots x_n$. Число этих переменных равно порядку n исходной системы дифференциальных уравнений (1.2.11). После перевода исходной системы дифференциальных уравнений в форму Коши, с учетом входных, промежуточных и выходных координат, получают n -мерный вектор состояния, множество возможных сочетаний которого образует векторное пространство, называемое пространством состояний системы (рис. 1.2.9).

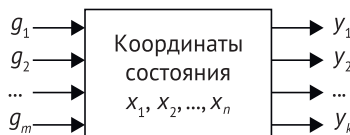


Рис. 1.2.9. К понятию пространства состояний системы

В общем случае линейную автоматическую систему (рис. 1.2.9) можно описать системой дифференциальных уравнений в векторной форме:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bg; \\ y = Cx, \end{cases} \quad (1.2.26)$$

где x – вектор состояния системы, y – вектор выходных величин, g – вектор внешних воздействий (задающих и возмущающих), а именно:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_k \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} g_1 \\ \dots \\ g_m \end{bmatrix}.$$

Через A, B, C обозначены:

- собственная параметрическая матрица системы

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix};$$

- входная матрица системы

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & \dots & b_{nm} \end{bmatrix};$$

- выходная матрица системы

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{k1} & \dots & c_{kn} \end{bmatrix}.$$

Свободное движение системы (без внешних воздействий) согласно (1.2.26) описывается векторно-матричным уравнением

$$\dot{x} = Ax, \quad (1.2.27)$$

или в развернутом виде системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n; \\ \dots; \\ \dot{x}_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n. \end{cases} \quad (1.2.28)$$

Для реализации моделей в векторно-матричной форме в библиотечном фонде ПО SimInTech имеется блок *Переменные состояния*.

1.2.2. Математические модели цифровых элементов

К цифровым элементам мехатронных модулей движения (рис. 1.1.2) относятся микропроцессорное управляющее устройство (МУУ), аналого-цифровые и цифроаналоговые преобразователи (АЦП и ЦАП). АЦП преобразуют аналоговые сигналы в цифровые. Эти сигналы обрабатываются в МУУ в соответствии с предписанным алгоритмом управления. Выходные сигналы МУУ в ЦАП трансформируются в непрерывные сигналы. Статические характеристики АЦП и ЦАП являются нелинейными, которые при большой разрядности преобразователей принято аппроксимировать линейными характеристиками. **При таком допущении для формирования математических моделей цифровых элементов используют математический аппарат импульсных систем с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ).** С его привлечением модели цифровых элементов мехатронных модулей движения могут быть представлены разностными уравнениями, передаточными функциями, частотными характеристиками и структурными схемами [1.14–1.17]. Из этих моделей, при использовании компьютерных технологий моделирования и проектирования мехатронных модулей движения в среде SimInTech, преимущественное применение находят структурные схемы, базисом которых являются дискретные передаточные функции, основные сведения о которых рассмотрены далее по тексту.

Дискретные передаточные функции определяют с помощью дискретного преобразования Лапласа, которое в теории импульсных систем представлено в виде D-преобразования или Z-преобразования. В настоящем пособии рассматривается последнее, поскольку оно применено при формировании моделей дискретных элементов в среде SimInTech. Сущность Z-преобразования следующая [1.17].

Пусть имеется непрерывная функция времени $f(t)$ и соответствующая ей решетчатая функция $f(n, T)$, значения которой определены через интервал T (рис. 1.3.1).

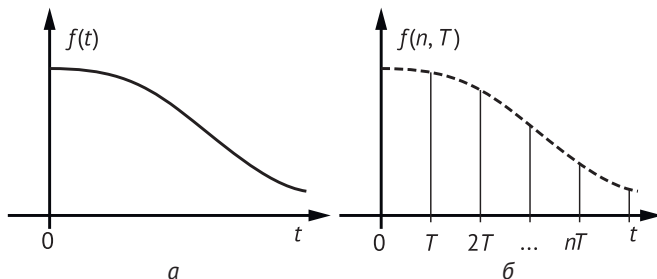


Рис. 1.3.1. Графики непрерывной (а) и решетчатой (б) функций времени

Как известно, непрерывную функцию времени можно представить в виде изображения с помощью прямого интегрального преобразования

Лапласа (1.2.8). Если в формулу (1.2.8) подставить конечный интервал времени $\Delta t = T$ и текущее время выразить как $t = nT$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ – порядковый номер дискреты, то интеграл (1.2.8) можно заменить суммой

$$\tilde{F}(s) = \sum_{n=0}^{n=\infty} f(nT)e^{-snT}T \quad \text{или} \quad \tilde{F}(s) = T \sum_{n=0}^{n=\infty} f(nT)e^{-snT}. \quad (1.3.1)$$

После введения обозначения $e^{sT} = z$ (1.2.6) примет вид:

$$\tilde{F}(s) = T \sum_{n=0}^{n=\infty} f(nT)z^{-n}.$$

Второй сомножитель правой части последнего выражения называют односторонним Z-преобразованием импульсной функции и обозначают как

$$Z[f(nT)] = F(z) = \sum_{n=0}^{n=\infty} f(nT)z^{-n}. \quad (1.3.2)$$

На основе (1.3.2) составлены таблицы Z-преобразований различных функций, которые приводятся в справочной литературе. Преобразования от некоторых из них приведены в табл. 1.1.1.

Таблица 1.1.1. Преобразования Лапласа $F(s)$ и $F(z)$ некоторых функций

$f(t)$	$F(s)$	$F(z)$
$1(t)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
t^2	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{T^2z(z+1)}{(z-1)^3}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha}$	$\frac{z}{z-e^{-\alpha T}}$
$1 - e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s(1+\alpha s)}$	$\frac{(1 - e^{-\alpha T})z}{(z-1)(z - e^{-\alpha T})}$

Z-преобразование (1.3.2) дает возможность находить дискретные передаточные функции элементов импульсных систем по аналогии с передаточными функциями непрерывных систем как

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}, \quad (1.3.3)$$

где $W(z)$ – дискретная передаточная функция (элемента, звена разомкнутой системы); $Y(z)$, $X(z)$ – Z-преобразование соответственно выходной и входной величин при нулевых начальных условиях.

Если известны передаточные функции непрерывных элементов и звеньев, то на их основе можно достаточно просто определять их дискретные передаточные функции, используя формальную запись [1.17]

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = Z[W(s)]. \quad (1.3.4)$$

Поясним изложенный выше метод на следующем примере.

Пример 1.3.1. Необходимо найти дискретную передаточную функцию с интервалом дискретности T на основе передаточной функции апериодического звена первого порядка

$$W(s) = \frac{k}{T_0 s + 1}. \quad (1.3.5)$$

Для нахождения дискретной передаточной функции воспользуемся формулой (1.3.4) и запишем:

$$W(z) = Z[W(s)]. \quad (1.3.6)$$

Приведем передаточную функцию (1.3.5) к табличному виду (табл. 1.1):

$$W(s) = \frac{k}{T_0 s + 1} = \frac{k}{T_0} \left(\frac{1}{s + \alpha} \right), \quad (1.3.7)$$

$$\text{где } \alpha = \frac{1}{T_0}.$$

В (1.3.7) выражению в квадратных скобках, согласно табл. 1.3.1, соответствует дискретное Z-преобразование следующего вида:

$$Z\left(\frac{1}{s + \alpha}\right) = \frac{z}{z - e^{-\alpha T}} = \frac{z}{z - e^{-T/T_0}}.$$

С учетом последнего выражения искомая дискретная передаточная функция (1.3.6) запишется как

$$W(z) = \frac{k}{T_0} \frac{z}{z - e^{-T/T_0}}. \quad (1.3.8)$$

С помощью Z-преобразования (1.3.2) для большинства непрерывных передаточных функций определены их дискретные аналоги [1.10], которые приводятся в справочной литературе. Ниже в табл. 1.1.2 приведены некоторые передаточные функции $W(s)$ и их дискретные аналоги $W(z)$, которые могут быть использованы при формировании моделей управляющих алгоритмов МУУ и корректирующих алгоритмов в устройствах обратной связи интеллектуальных модулей движения (рис. 1.1.2).

Таблица 1.1.2. Передаточные функции $W(s)$ и $W(z)$

№ п/п	$W(s)$	$W(z)$
1	k	k
2	$\frac{k}{s}$	$\frac{kz}{z-1}$
3	$\frac{k}{s^2}$	$\frac{kTz}{(z-1)^2}$
4	$\frac{k}{T_0s+1}$	$\frac{k}{T_0} \frac{z}{z-e^{-T/T_0}}$
5	$\frac{k(T_0s+1)}{s}$	$\frac{k(T_0+1)[z-T_0/(T_0-1)]}{(z-1)^2}$
6	$\frac{k(T_0s+1)}{s^2}$	$\frac{kT_0z(z+T/T_0-1)}{(z-1)^2}$
7	$\frac{k(T_1s+1)}{T_2s+1}$	$\frac{k}{T_2} \left[T_1 + \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) \frac{z}{z-e^{-T/T_2}} \right]$
8	$\frac{k(T_1s+1)}{s(T_2s+1)}$	$\frac{kT_1}{T_2} \frac{z[z+T_1/T_2(1-e^{-T/T_2})-1]}{(z-1)(z-e^{-T/T_2})}$
9	$\frac{k(T_1s+1)}{s^2(T_2s+1)}$	$k \left[\frac{Tz}{(z-1)^2} + \frac{(T_1-T_2)(1-e^{-T/T_1})z}{(z-1)(z-e^{-T/T_1})} \right]$

В теории и практике дискретных систем используют и другой метод определения дискретных передаточных функций $W(z)$, отличающийся простотой по сравнению с описанным выше методом на основе Z-преобразования. Его сущность состоит в следующем: в аналоговой передаточной функции $W(s)$ символ s (его отождествляют с оператором дифференцирования) заменяется аппроксимацией производной при ее численном определении. Вид этой аппроксимации зависит от численного метода интегрирования, используемого при расчете управляющего алгоритма. Подробно этот метод рассмотрен в разделе А.2 приложения А.

Математический аппарат передаточных функций импульсных систем позволяет находить математические модели цифровых элементов и звеньев в виде **структурных схем**, принципы построения которых аналогичны описанным выше принципам применительно к непрерывным элементам.

Рассмотренные выше математические модели аналоговых и дискретных элементов электромеханических модулей движения не учитывают их нелинейные свойства, которые при определенных условиях существенным образом могут влиять на адекватность линейных математических моделей реальным проектируемым мехатронным модулям движения. Основными факторами, формирующими нелинейные свойства большинства элемен-

тов и устройств, входящих в состав мехатронных модулей движения, являются:

- ограничения входных или выходных величин в электронных усилителях и преобразователях, ограничения напряжения питания электрических двигателей, а также ограничения перемещений в отдельных механических элементах;
- нечувствительность измерительных устройств и датчиков в начале измерения регулируемой (управляемой) величины;
- зазоры и люфты в механических трансмиссиях, сопрягающих вал электродвигателя с рабочим механизмом (в муфтах и редукторах);
- процесс квантования сигнала в АЦП с небольшим количеством разрядов (меньше шести).

Влияние перечисленных факторов подробно рассмотрено в п. 4.4 главы 4.

1.3. Задачи, концепция и этапы модельного проектирования модулей движения в среде SimInTech

В [1.7, 1.8] изложены основные положения и методики проектирования элементов электромеханической подсистемы интеллектуальных мехатронных модулей движения (рис. 1.1.2). Отдельные методики расчета и выбора электромеханических преобразователей (двигателей) приведены в [1.18, 1.20]. В этих работах также рассмотрены вопросы проектирования элементов управляющей подсистемы и в целом мехатронных модулей движения как замкнутых цифровых электроприводов на основе классической теории автоматического управления с применением компьютерных технологий автоматизированного проектирования в среде Matlab&Simulink. В данном учебном пособии рассматриваются аналогичные вопросы проектирования интеллектуальных модулей движения как цифровых электроприводов в отечественной программной среде SimInTech. Этот вопрос проектирования по своей сути сводится к синтезу оптимальных управляющих алгоритмов МУУ (рис. 1.1.2) с привлечением функциональных модулей среды SimInTech, обеспечивающих параметрическую оптимизацию как непрерывных, так и дискретных систем.

В основу концепции синтеза оптимальных алгоритмов функционирования управляющих подсистем мехатронных модулей движения положен так называемый метод «переоборудования регулятора» [1.8, 1.14, 1.21], сущность которого состоит в том, что первоначально оптимальный алгоритм (закон) управления определяется применительно к аналоговой модели модуля движения. Затем на его основе с привлечением моделей, рассмотренных выше в п. 1.2.2, определяется дискретная модель управляющего

алгоритма модуля движения как цифрового электропривода. В качестве управляющих алгоритмов чаще всего применяются типовые законы регулирования (управления), наряду с которыми в некоторых случаях могут использоваться и более сложные алгоритмы. В последнем случае для определения их структур и параметров целесообразно использовать известные в линейной теории непрерывных систем автоматического управления методы синтеза корректирующих устройств на основе логарифмических частотных характеристик.

При синтезе оптимальных алгоритмов управления управляющей подсистемы мехатронного модуля движения можно руководствоваться рассмотренными ниже поэтапными рекомендациями.

Этап 1. Разработка упрощенной принципиальной и функциональной схемы модуля движения. Для графического отображения сопряжения элементов и средств, входящих в модули движения, как в общем случае в любые системы автоматики, используют так называемые принципиальные схемы, которые составляют с помощью условных обозначений механических, электрических и других устройств любой физической природы. Принципиальная схема позволяет изучить принципы работы модуля движения, на ее основе можно выполнить необходимые расчеты, а также практически создать реальный мехатронный модуль. При решении задач синтеза алгоритма функционирования МУУ принципиальные схемы необходимы в основном для изучения принципа работы модуля движения. Для этого достаточно располагать принципиальной схемой, отображающей только принципы работы элементов и их взаимосвязь (без отображения конкретных конструктивных параметров и числовых характеристик). Такую схему принято называть **упрощенной принципиальной схемой**. В качестве примера подобной схемы (в эскизном варианте) можно рассматривать схему, показанную на рис. 1.2.1а.

Разработка принципиальных схем – творческий процесс, требующий определенных знаний как принципов построения замкнутых систем автоматического управления, так и принципов работы большого многообразия элементов автоматики и микропроцессорных средств. Поэтому успех в формировании конкретной принципиальной схемы будет определяться уровнем подготовки и опытом разработчика. Непосредственно процесс разработки принципиальной схемы включает в себя:

- детальное изучение объекта (узла, механизма, устройства), с которым в общей мехатронной системе сопрягается проектируемый модуль движения;
- выбор технических средств для конкретного модуля движения в соответствии с его блок-схемой (рис. 1.1.2); при выборе технических средств, входящих в электромеханическую подсистему, следует пользоваться [1.7, 1.8], а для выбора устройств управляющей подси-

стемы и силовых преобразователей – специальной литературой по микропроцессорным устройствам и электронной технике;

- непосредственное формирование общего графического изображения, отображающего взаимосвязь выбранных элементов и устройств между собой в соответствии с блок-схемой (рис. 1.1.2), принципами работы и построения САУ с микроЭВМ (см. раздел А.1 приложения А);
- определение физических величин (координат) на входах и выходах составных элементов и устройств модуля движения.

На основе подготовленной упрощенной принципиальной схемы модуля движения составляется его **функциональная схема**, представляющая графическое изображение из совокупности конструктивно обособленных элементов модуля в виде прямоугольников с указанием однолинейных стрелочных связей между ними и физических величин сигналов, которые передаются по этим связям. Практическую методику составления упомянутых выше схем модулей движения иллюстрирует следующий пример.

Пример 1.4.1. На основе приведенного ниже описания необходимо составить упрощенную принципиальную и функциональную схему мехатронного модуля движения, входящего в состав мехатронного устройства.

В прецизионной поточной линии по изготовлению печатных плат, являющейся мехатронной системой, имеется технологическая операция для автоматической подготовки отверстий в платах с помощью специальной сверлильной установки. Горизонтальное перемещение рабочего стола этой установки с размещенной на нем платой по координате X и Y осуществляется двумя идентичными мехатронными интеллектуальными модулями движения. В качестве исполнительных устройств в модулях движения использованы соленоидные актуаторы (см. пример 1.2.1), штоки которых непосредственно связаны с рабочим столом.

Управление модулями движения осуществляется головным компьютером (микроЭВМ верхнего уровня) по заданной программе, соответствующей схеме размещения отверстий на плате. Каждый модуль движения управляется автономным одноплатным микроконтроллером. Алгоритм управляющей программы контроллера обеспечивает реализацию определенного закона управления, в качестве которого может быть использован один из типовых законов управления или более сложный. Его принято интерпретировать в виде виртуального алгоритмического блока (звена). Помимо реализации предписанного закона управления, управляющая программа должна обеспечивать вычислительную операцию сравнения задающего сигнала, поступающего из микроЭВМ верхнего уровня, с сигналом главной обратной связи. АЦП и ЦАП, используемые в цифровой части модуля движения, имеют разную разрядность.

В качестве управляемого выпрямителя использован однофазный тиристорный выпрямитель. Для усиления выходного сигнала управляющей

подсистемы (рис. 1.1.2) применен операционный усилитель. Контроль горизонтальных перемещений стола по каждой координате обеспечивается посредством резистивных потенциометрических датчиков линейных перемещений.

Основываясь на анализе приведенного описания, базируясь на общих принципах построения САУ с микроЭВМ (см. приложение А) и представляя некоторые элементы и устройства в виде четырехполюсников, упрощенную принципиальную схему мехатронного модуля движения по одной из координат можно изобразить в виде, показанном на рис. 1.4.1а, а построенную на ее основе функциональную схему – на рис. 1.4.1б.

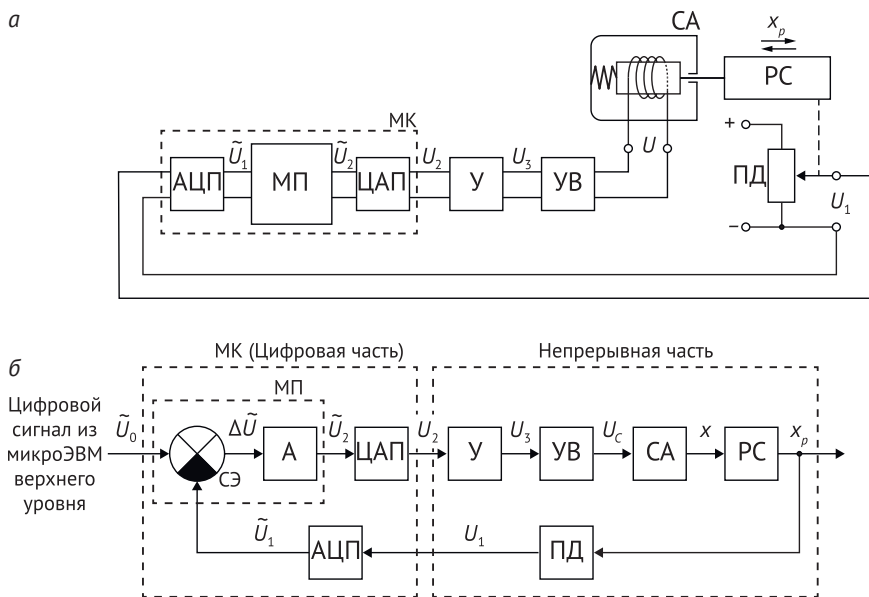


Рис. 1.4.1. Упрощенная принципиальная (а) и функциональная (б) схемы интеллектуального мехатронного модуля движения по координате $X(Y)$:

РС – рабочий стол (объект управления); СА – соленоидный актуатор;
 УВ – управляемый выпрямитель; У – усилитель; ПД – потенциометрический датчик;
 МК – микроконтроллер; МП – микропроцессор; СЭ – сравнивающий элемент виртуальный; x – перемещение штока актуатора; x_p – перемещение рабочего стола;
 \tilde{U}_0 – задающий цифровой сигнал; $\Delta\tilde{U}$ – цифровой сигнал рассогласования;

U_1, U_2, U_3, U_c – промежуточные непрерывные сигналы;

\tilde{U}_1, \tilde{U}_2 – промежуточные цифровые сигналы

Модуль движения обеспечивает управление перемещением рабочего стола x в соответствии с заданным цифровым сигналом \tilde{U}_0 , который формируется программными средствами в микроЭВМ верхнего уровня. То есть при изменении задающего сигнала \tilde{U}_0 рабочий стол однозначно

меняет значение координаты x_p в неподвижной горизонтальной системе координат $X O Y$.

В цифровой части модуля движения обработка информации производится в двоичных кодах. АЦП кодируют аналоговые сигналы обратной связи U_1 в цифровой сигнал \tilde{U}_1 , который поступает на вход контроллера. На другой его вход подается цифровой задающий сигнал \tilde{U}_0 . В микропроцессоре контроллера выполняется операция вычисления сигнала рассогласования $\Delta\tilde{U} = \tilde{U}_0 - \tilde{U}_1$ и реализуется предписанный алгоритм управления (на функциональной схеме эти операции условно отображены соответственно в виде виртуального сравнивающего элемента (СЭ) и виртуального алгоритмического блока (А)). Выходная величина контроллера \tilde{U}_2 в двоичном коде подается на вход ЦАП и с его помощью превращается в непрерывную величину U_2 , представляющую собой электрический сигнал в виде напряжения. Затем этот сигнал поступает на непрерывную часть системы, проходя через которую, формирует на выходе модуля движения значение координаты x , соответствующее задающему воздействию \tilde{U}_0 .

Этап 2. Формирование дискретной и непрерывной структурной математической модели модуля движения. Методологический подход при формировании дискретной структурной модели модуля движения предусматривает вначале определение передаточных функций каждого его элемента в соответствии с функциональной схемой модуля. При этом передаточная функция виртуального блока контроллера обозначается в обобщенном виде как $W_A(z)$, определение конкретного аналитического содержания которой является предметом структурно-параметрического синтеза мехатронного модуля движения. Затем после замещения сокращенных обозначений каждого элемента в функциональной схеме (рис. 1.4.1б) соответствующими передаточными функциями (см. п. 1.2.1 и приложение А) формируется структурная математическая модель модуля движения.

Непрерывный аналог дискретной части модели модуля движения формируется путем замены цифровой ее составляющей алгоритмическим блоком (звеном) передаточной функции $W_A(s)$. Конкретный вид передаточной функции и числовые значения ее параметров определятся в результате структурно-параметрического синтеза модуля на основе известных методов синтеза корректирующих устройств линейных САУ. Для демонстрации описанного выше подхода рассмотрим следующий пример.

Пример 1.4.2. Необходимо сформировать дискретную и непрерывную структурную математическую модель интеллектуального модуля движения, рассмотренного в примере 1.4.1.

Определим математические модели элементов непрерывной части мехатронного модуля движения, начав с объекта управления (рис. 1.4.1).

Объектом управления в рассматриваемом модуле движения, представляющим замкнутый электрический привод (замкнутую САУ), является рабочий стол (РС). Поскольку он жестко связан со штоком соленоидного актуатора, то его динамические свойства будут определяться динамикой актуатора, и в качестве общей математической модели функциональных блоков СА и РС (рис. 1.4.1) можно использовать структурную модель, определенную в примере 1.2.3 (рис. 1.2.3).

Передаточная функция потенциометрического датчика линейных перемещений (ПД), являющегося безынерционным устройством [1.10], имеет вид:

$$W_{\text{пд}}(s) = \frac{U_1(s)}{x(s)} = k_{\text{пд}}, \quad (1.4.1)$$

где $k_{\text{пд}}$ – передаточный коэффициент датчика, В/м.

Передаточная функция усилителя (У) и управляемого выпрямителя (УВ) [1.10] – соответственно:

$$W_{\text{у}}(s) = \frac{U_3(s)}{U_2(s)} = k_{\text{у}}; \quad (1.4.2)$$

$$W_{\text{уб}}(s) = \frac{U(s)}{U_3(s)} = \frac{k_{\text{уб}}}{T_{\text{уб}}s + 1}, \quad (1.4.3)$$

где $k_{\text{у}}$, $k_{\text{уб}}$, $T_{\text{уб}}$ – передаточные коэффициенты (единицы измерения безразмерные) и постоянная времени, с.

Руководствуясь п. 4.3 главы 4, определим математические модели элементов цифровых преобразователей дискретной части мехатронного модуля движения в виде передаточных функций для АЦП и ЦАП соответственно:

$$W_{\text{АЦП}}(z) = k_{\text{АЦП}}; \quad (1.4.4)$$

$$W_{\text{ЦАП}}(z, s) = k_{\text{ЦАП}} W_{\text{э}}(z, s), \quad (1.4.5)$$

где $k_{\text{АЦП}}$, $k_{\text{ЦАП}}$, $W_{\text{э}}(z, s)$ – соответственно коэффициенты передачи и передаточная функция экстраполятора.

Модель алгоритмического блока в общем виде представим дискретной передаточной функцией $W_{\text{А}}(z)$.

Заменяя в функциональной схеме (рис. 1.4.1б) условные обозначения элементов на их передаточные функции, приведенные выше, и дополнив схему двумя звеньями с символом T , получим искомую структурную математическую модель (рис. 1.4.2).

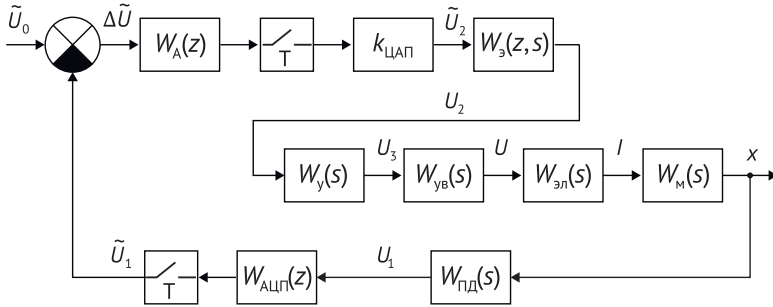


Рис. 1.4.2. Структурная математическая модель интеллектуального мехатронного модуля движения по координате $X(Y)$: звенья, обозначенные символом T , отображают операцию квантования по времени

Для формирования непрерывного аналога дискретной модели (рис. 1.4.2) следует исключить из нее все его элементы, относящиеся к цифровой части, и затем вместо них ввести алгоритмический блок (звено) с передаточной функцией $W_A(s)$. В результате получим непрерывный аналог дискретной модели (рис. 1.4.3).

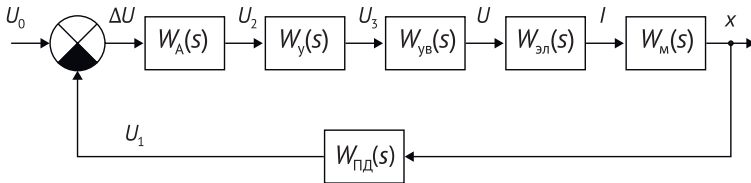


Рис. 1.4.3. Непрерывная структурная математическая модель интеллектуального мехатронного модуля движения

Этап 3. Определение структуры непрерывного алгоритма управления модуля движения, его параметров и критериев оптимизации.

Структура и числовые параметры алгоритма управления должны выбираться так, чтобы они обеспечивали необходимые показатели качества, исходя из требований, предъявляемых к технологическому процессу. Их определение сводится к решению достаточно сложных оптимизационных задач, требующих от проектировщика специальной подготовки в области знаний теории оптимальных систем управления и практических навыков ее использования. Наличие в программной среде SimInTech специальных блоков, предназначенных для решения вопросов параметрических оптимизационных динамических систем, позволяет решать задачи структурно-параметрического синтеза управляющих алгоритмов намного проще, базируясь на общих понятиях и подходах, краткая сущность которых изложена далее по тексту.

Оптимальной называют автоматическую систему с наилучшими качествами управления по каким-либо показателям. Например, оптимальная по быстродействию САУ осуществляет наиболее быстрый переход из одного установившегося состояния в другое; система, оптимальная по среднеквадратичному отклонению регулируемой величины от ее заданного значения, обеспечивает наивысшую в определенных условиях точность регулирования.

Для каждой конкретной оптимальной системы устанавливают определенный **критерий оптимальности**, под которым понимают некое число, зависящее от параметров системы или алгоритма ее функционирования. Критерий оптимальности, выражаемый в какой-либо математической форме, составляют так, чтобы посредством его минимизации получить удовлетворительные результаты управления.

С целью достижения наилучших показателей качества оптимизацию автоматических систем чаще всего проводят на основе временных характеристик (см. п. 3.4 главы 3) или с помощью интегральных методов. При оптимизации по временным переходным характеристикам в качестве критериев оптимальности могут быть, например, приняты максимальное отклонение управляемой величины и время регулирования при заданном значении «трубки». При оптимизации на основе интегральных показателей качества процесса управления как критерий оптимальности может рассматриваться функционал

$$S_1 = \int_0^{\infty} \Delta x^2 dt, \quad (1.4.6)$$

где $\Delta x = x_0 - x$ – сигнал рассогласования, представляющий функцию времени: $\Delta x = f(t)$; x_0 и x – соответственно задающий сигнал и сигнал обратной связи системы.

Функционал (1.4.6) однозначно зависит от среднего квадратического отклонения управляемой величины (средней квадратической ошибки) и геометрически интерпретируется как площадь S под графиком $\Delta x^2 = f^2(t)$ (рис. 1.4.4).

Иногда оптимизация на основе функционала (1.4.6) не дает положительного результата – в процессе моделирования получается затянувшийся колебательный процесс. Это объясняется следующим: квадратичный интегральный показатель качества (1.4.6) оценивает переходный процесс по сумме площадей под графиком Δx^2 . При определенных условиях монотонный и колебательный процессы могут иметь такое соотношение площадей, при котором колебательный переходный процесс представляется лучшим, чем монотонный. В таком случае следует использовать более сложную интегральную оценку качества в виде функционала

$$S_2 = \int_0^{\infty} \left[\Delta x^2 + T^2 \left(\frac{d\Delta x}{dt} \right)^2 \right] dt, \quad (1.4.7)$$

где T – постоянная времени идеализированного экспоненциального переходного процесса.

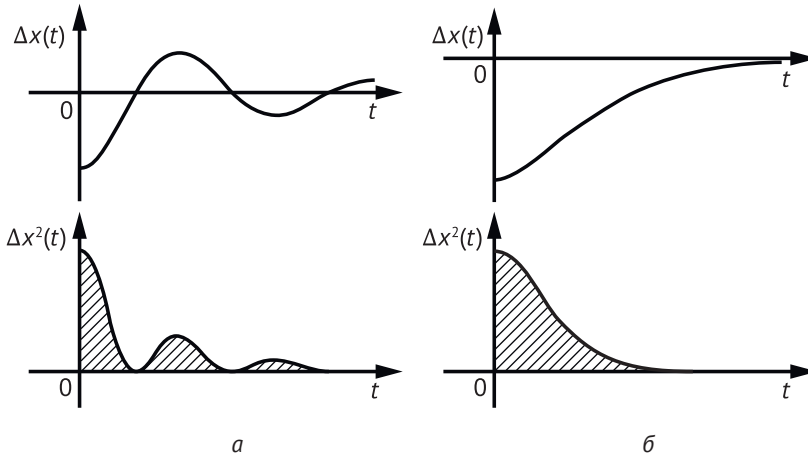


Рис. 1.4.4. К геометрической интерпретации функционала (1.4.6) при переходном процессе: а – колебательном; б – аperiodическом

Критерий оптимальности (1.4.7), в отличие от оценки (1.4.6), учитывает плавность переходного процесса за счет скорости изменения управляемой величины. Рассматривая постоянную времени T как варьируемый параметр, посредством его подбора в процессе компьютерной оптимизации системы можно получить требуемый оптимальный переходный процесс управления. При этом граничное максимальное значение T следует задавать ориентировочно с учетом значения требуемой длительности времени регулирования.

При такой оптимизации, называемой *параметрической*, из множества возможных переходных процессов системы для различных оптимизируемых параметров выбирается переходный процесс с минимальным значением одного или нескольких показателей качества. Поясним рассмотренные выше понятия и определения на следующем примере.