

УДК 373:51
ББК 22.1я721
С48

Слонимский, Лев Иосифович.

С48 Математика : сборник экзаменационных заданий с решениями и ответами для подготовки к единому государственному экзамену : базовый уровень / Л. И. Слонимский, И. С. Слонимская. — Москва: Издательство АСТ, 2021. — 268, [4] с.: ил. — (Сборник экзаменационных заданий для подготовки к ЕГЭ).

ISBN 978-5-17-133174-0

Вниманию учащихся 11 классов и учителей предлагается сборник экзаменационных заданий по математике с подробным разбором решений и ответами для подготовки к ЕГЭ базового уровня.

Задания в сборнике сгруппированы по темам в соответствии с официальными требованиями к контрольным измерительным материалам (КИМ) для проведения ЕГЭ базового уровня. По каждой теме предлагается несколько типов заданий. Приводится алгоритм решения и задачи для самостоятельного выполнения. В конце сборника помещены ответы.

Материал пособия позволит учащимся эффективно подготовиться к выполнению экзаменационной работы по математике в формате ЕГЭ базового уровня, а учителям — организовать успешную подготовку к итоговой аттестации.

**УДК 373:51
ББК 22.1я721**

ISBN 978-5-17-133174-0

© Слонимский Л. И., Слонимская И. С., 2020
© ООО «Издательство АСТ», 2020

Содержание

Предисловие	5
1. АЛГЕБРА	6
1.1. Числа и вычисления	6
1.1.1. Арифметические действия и их свойства	6
1.1.2. Округление чисел и проценты	9
1.1.3. Сравнение величин	25
1.1.4. Степени, корни и их свойства	36
1.1.5. Логарифмы и их свойства	40
1.1.6. Сравнение чисел	42
1.2. Основы тригонометрии	48
1.3. Уравнения и системы уравнений	50
1.3.1. Рациональные уравнения	50
1.3.2. Иррациональные уравнения	52
1.3.3. Показательные уравнения	53
1.3.4. Логарифмические уравнения	55
1.4. Неравенства и системы неравенств	56
1.4.1. Рациональные неравенства и метод интервалов	56
1.4.2. Показательные неравенства	62
1.4.3. Логарифмические неравенства	66
1.5. Текстовые задачи и методы их решения	71
1.5.1. Решение текстовых задач арифметическим методом	71
1.6. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений	76
2. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА	88
2.1. Функция и её производная	88
3. ГЕОМЕТРИЯ (ПЛАНИМЕТРИЯ)	106
3.1. Треугольник	106
3.2. Четырёхугольники	114
3.2.1. Параллелограмм	114

3.2.2. Прямоугольник, ромб и квадрат	117
3.2.3. Трапеция.	123
3.3. Окружность и круг	125
3.4. Измерение геометрических величин	134
3.4.1. Площадь квадрата, прямоугольника	134
3.4.2. Площадь параллелограмма и ромба, выпуклого четырёхугольника	141
3.4.3. Площадь треугольника	144
3.4.4. Площадь трапеции	147
3.4.5. Площадь круга, площадь сектора	148
4. ГЕОМЕТРИЯ (СТЕРЕОМЕТРИЯ)	150
4.1. Многогранники.	150
4.2. Тела вращения	157
4.3. Измерение геометрических величин в пространстве .	161
4.3.1. Площадь поверхности многогранника	161
4.3.2. Объёмы многогранников	168
4.3.3. Объёмы фигур вращения	176
5. АНАЛИЗ ДАННЫХ	186
5.1. Анализ данных, представленных в таблицах	186
5.2. Анализ данных, представленных на графиках и диаграммах	194
5.3. Оптимальный выбор.	203
6. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКИ	228
6.1. Вероятности событий. Классическое определение вероятности	228
6.2. Теоремы о вероятности событий	233
7. НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ	237
7.1. Задачи на логику.	237
7.2. Числа и их свойства	242
7.3. Задачи на смекалку.	247
ОТВЕТЫ	256
Справочные материалы	266

Предисловие

Данный сборник задач предназначен для подготовки к базовому экзамену по математике за курс средней школы.

Единый государственный экзамен по математике является одним из обязательных выпускных экзаменов в 11 классе средней общеобразовательной школы.

В отличие от профильного ЕГЭ по базовой математике не является вступительным экзаменом в вуз. Его выбирают те учащиеся, которые не собираются получать высшее образование, или те, кто поступает на специальности, для которых не требуется сдача экзамена по математике.

Базовый ЕГЭ по математике состоит из 20 заданий, охватывающих весь школьный курс математики. Оценка уровня знаний предмета проводится с помощью компьютера, поэтому проверяются только ответы. При решении можно использовать справочный материал, который учащиеся получают на экзамене вместе с заданием. Этот справочный материал мы приводим в конце пособия. Очень важно, чтобы ученик имел представление, какой набор формул будет у него под рукой.

В нашем пособии приводятся образцы экзаменационных заданий в соответствии с темами, по которым составлен демонстрационный вариант КИМ (контрольных измерительных материалов). К каждой теме даются несколько типов заданий. На каждый тип представлена задача с подробным разбором решения, за которой следуют несколько задач для тренировки. Для всех заданий в конце пособия размещены ответы для самопроверки.

Желаем всем выпускникам успехов на экзаменах!

Авторы

В связи с возможными изменениями в формате и количестве заданий рекомендуем в процессе подготовки к экзамену обращаться к материалам сайта официального разработчика экзаменационных заданий — Федерального института педагогических измерений: www.fipi.ru



1. АЛГЕБРА

1.1. Числа и вычисления

1.1.1. Арифметические действия и их свойства

Пример 1

Найдите значение выражения $5,1 : 1,7 \cdot 0,6$.

Решение.

$$5,1 : 1,7 \cdot 0,6 = \frac{5,1 \cdot 0,6}{1,7} = \frac{5,1 \cdot 0,6 \cdot 100}{1,7 \cdot 100} = \frac{51 \cdot 6}{17 \cdot 10} = \frac{3 \cdot 6}{10} = 1,8.$$

Ответ: 1,8.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найдите значение выражения $6,4 : 1,6 \cdot 5$.
2. Найдите значение выражения $4,2 : 1,4 \cdot 3,2$.
3. Найдите значение выражения $8,7 : 2,9 \cdot 15$.
4. Найдите значение выражения $9,1 : 1,3 \cdot 8$.
5. Найдите значение выражения $3,2 : 0,8 \cdot 13$.

Пример 2

Найдите значение выражения $40 \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{7}{8} + \frac{9}{20} \right)$.

Решение.

$$1) \frac{4^{\cancel{8}}}{5} - \frac{7^{\cancel{5}}}{8} + \frac{9^{\cancel{2}}}{20} = \frac{32 - 35 + 18}{40} = \frac{50 - 35}{40} = \frac{15}{40}.$$

$$2) 40 \cdot \frac{15}{40} = 15.$$

Ответ: 15.

Задачи для самостоятельного решения

6. Найдите значение выражения $18 \cdot \left(\frac{5}{9} + \frac{1}{3} - \frac{7}{6}\right)$.
7. Найдите значение выражения $36 \cdot \left(\frac{7}{12} + \frac{1}{4} - \frac{5}{18}\right)$.
8. Найдите значение выражения $24 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{6} - \frac{7}{8}\right)$.
9. Найдите значение выражения $15 \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{30} - \frac{7}{15}\right)$.
10. Найдите значение выражения $48 \cdot \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{6} + \frac{3}{8}\right)$.

Пример 3

Найдите значение выражения $\frac{41}{20} + 1\frac{1}{6} \cdot 1,2$.

Решение.

$$1) 1\frac{1}{6} \cdot 1,2 = \frac{7 \cdot 1,2}{6} = \frac{7 \cdot 12}{6 \cdot 10} = \frac{7 \cdot 2}{10} = 1,4.$$

$$2) \frac{41}{20} + 1,4 = 2\frac{1}{20} + 1,4 = 2\frac{5}{100} + 1,4 = 2,05 + 1,4 = 3,45.$$

Ответ: 3,45.

Задачи для самостоятельного решения

11. Найдите значение выражения $1\frac{2}{25} + 1,4 \cdot \frac{3}{35}$.
12. Найдите значение выражения $3\frac{2}{3} + 0,1 \cdot 3\frac{1}{3}$.
13. Найдите значение выражения $\left(-1\frac{1}{4}\right) + 3,6 \cdot 1\frac{5}{6}$.
14. Найдите значение выражения $\frac{10}{3} + 1,4 \cdot \frac{10}{21}$.
15. Найдите значение выражения $2\frac{7}{50} + 1,4 \cdot \frac{3}{10}$.

Пример 4

Найдите значение выражения $\frac{1,8}{1 + \frac{1}{11}}$.

Решение. 1) $1 + \frac{1}{11} = 1 \frac{1}{11} = \frac{12}{11}$.

2) $1,8 : \frac{12}{11} = \frac{1,8 \cdot 11}{12} = \frac{18 \cdot 11}{10 \cdot 12} = \frac{3 \cdot 11 \cdot 5}{2 \cdot 10 \cdot 5} = \frac{165}{100} = 1,65$.

Ответ: 1,65.

Задачи для самостоятельного решения

16. Найдите значение выражения $\frac{2}{1 + \frac{1}{9}}$.

17. Найдите значение выражения $\frac{0,9}{1 + \frac{1}{5}}$.

18. Найдите значение выражения $\frac{0,9}{1 + \frac{1}{8}}$.

19. Найдите значение выражения $\frac{1,5}{1 + \frac{1}{5}}$.

20. Найдите значение выражения $\frac{1,6}{1 + \frac{1}{9}}$.

Пример 5

Найдите значение выражения $6,72 : \left(3 \frac{2}{14} - \frac{12}{35}\right)$.

Решение.

1) $3 \frac{2^5}{14} - \frac{12^2}{35} = 3 \frac{10}{70} - \frac{24}{70} = 2 \frac{80}{70} - \frac{24}{70} = 2 \frac{56}{70} = 2 \frac{8}{10} = 2 \frac{4}{5}$.

2) $6,72 : 2 \frac{4}{5} = 6 \frac{72}{100} : 2 \frac{4}{5} = 6 \frac{18}{25} : 2 \frac{4}{5} = \frac{168}{25} : \frac{14}{5} = \frac{168 \cdot 5}{25 \cdot 14} =$

$$= \frac{84}{5 \cdot 7} = \frac{12 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{24}{10} = 2,4.$$

Можно второе действие выполнить в столбик с помощью десятичных дробей.

$$6,72 : 2\frac{4}{5} = 6,72 : 2,8 = 67,2 : 28.$$

$$\begin{array}{r|l} 67,2 & 28 \\ - 56 & \\ \hline 112 & \\ - 112 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ответ: 2,4.

Задачи для самостоятельного решения

21. Найдите значение выражения $43,05 : \left(6\frac{1}{12} - \frac{5}{6}\right)$.

22. Найдите значение выражения $(-8,68) : \left(3\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right)$.

23. Найдите значение выражения $21 : \left(4\frac{22}{35} - \frac{3}{7}\right)$.

24. Найдите значение выражения $11,61 : \left(3\frac{1}{8} - \frac{17}{40}\right)$.

25. Найдите значение выражения $16,72 : \left(4\frac{31}{40} - \frac{3}{8}\right)$.

1.1.2. Округление чисел и проценты

Пример 6

Сырок стоит 17 рублей. Какое наибольшее число сырков можно купить на 210 рублей?

Решение.

1) $17 \cdot 10 = 170$ (руб.) — 10 сырков.

2) $210 - 170 = 40$ (руб.) — остаток.

3) $17 \cdot 2 = 34$ (руб.) — 2 сырка.

Осталось 6 рублей. Этого не хватит ещё на один сырок.

Ответ: 12.

Задачи для самостоятельного решения

26. Сырок стоит 18 рублей. Какое наибольшее число сырков можно купить на 190 рублей?

27. Сырок стоит 14 рублей. Какое наибольшее число сырков можно купить на 190 рублей?

28. Сырок стоит 14 рублей. Какое наибольшее число сырков можно купить на 120 рублей?

29. Сырок стоит 17 рублей. Какое наибольшее число сырков можно купить на 130 рублей?

30. Сырок стоит 18 рублей. Какое наибольшее число сырков можно купить на 170 рублей?

Пример 7

В магазине покупатель отдал кассиру 1000 рублей за 21 шоколадку по цене 31 рубль за штуку. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

Решение.

1) $31 \cdot 21 = 651$ (руб.) — стоимость 21 шоколадки;

2) $1000 - 651 = 349$ (руб.) — сдача с 1000 рублей.

Ответ: 349.

Задачи для самостоятельного решения

31. В магазине покупатель отдал кассиру 1000 руб. за 34 шоколадки по цене 24 руб. за штуку. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

32. В магазине покупатель отдал кассиру 1000 руб. за 32 шоколадки по цене 29 руб. за штуку. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

33. В магазине покупатель отдал кассиру 1000 руб. за 33 шоколадки по цене 26 руб. за штуку. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

34. В магазине покупатель отдал кассиру 1000 руб. за 26 шоколадок по цене 27 руб. за штуку. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

35. В магазине покупатель отдал кассиру 1000 руб. за 25 шоколадок по цене 33 руб. за штуку. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

Пример 8

По тарифному плану «Просто для всех» компания сотовой связи снимает со счёта абонента 18 руб. каждый вечер. Если на счёте осталось меньше 18 руб., то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. В понедельник утром у Полины на счёте было 800 руб. Сколько дней (включая понедельник) она сможет пользоваться телефоном не пополняя счёт?

Решение.

$$800 : 18 = \frac{800}{18} = \frac{400}{9} = 44 \frac{4}{9} = 44 \frac{8}{18} = 44 \text{ (ост. 8)}.$$

Остатка 8 рублей не хватит для оплаты 45-го дня.

Ответ: 44.

Задачи для самостоятельного решения

36. По тарифному плану «Просто для всех» компания сотовой связи снимает со счёта абонента 12 руб. каждый вечер. Если на счёте осталось меньше 12 руб., то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. В понедельник утром у Полины на счёте было 400 руб. Сколько дней (включая понедельник) она сможет пользоваться телефоном не пополняя счёт?

37. По тарифному плану «Просто для всех» компания сотовой связи снимает со счёта абонента 22 руб. каждый

вечер. Если на счёте осталось меньше 22 руб., то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. В понедельник утром у Полины на счёте было 500 руб. Сколько дней (включая понедельник) она сможет пользоваться телефоном не пополняя счёт?

38. По тарифному плану «Просто для всех» компания сотовой связи снимает со счёта абонента 15 руб. каждый вечер. Если на счёте осталось меньше 15 руб., то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. В понедельник утром у Полины на счёте было 700 руб. Сколько дней (включая понедельник) она сможет пользоваться телефоном не пополняя счёт?

39. По тарифному плану «Просто для всех» компания сотовой связи снимает со счёта абонента 16 руб. каждый вечер. Если на счёте осталось меньше 16 руб., то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. В понедельник утром у Полины на счёте было 450 руб. Сколько дней (включая понедельник) она сможет пользоваться телефоном не пополняя счёт?

40. По тарифному плану «Просто для всех» компания сотовой связи снимает со счёта абонента 19 руб. каждый вечер. Если на счёте осталось меньше 19 руб., то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. В понедельник утром у Полины на счёте было 800 руб. Сколько дней (включая понедельник) она сможет пользоваться телефоном не пополняя счёт?

Пример 9

В летнем лагере 184 ребёнка и 26 воспитателей. В одном автобусе можно перевозить не более 40 пассажиров. Какое наименьшее количество автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

Решение.

1) $184 + 26 = 210$ (чел.) — общее количество пассажиров.

2) $40 \cdot 5 = 200$ (чел.) — количество пассажиров в 5 автобусах.

3) $210 - 200 = 10$ (чел.) — осталось пассажиров.

Нужен ещё один автобус.

4) $5 + 1 = 6$.

Ответ: 6.

Задачи для самостоятельного решения

41. В летнем лагере 171 ребёнок и 25 воспитателей. В одном автобусе можно перевозить не более 45 пассажиров. Какое наименьшее количество автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

42. В летнем лагере 172 ребёнка и 23 воспитателя. В одном автобусе можно перевозить не более 53 пассажиров. Какое наименьшее количество автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

43. В летнем лагере 181 ребёнок и 27 воспитателей. В одном автобусе можно перевозить не более 42 пассажиров. Какое наименьшее количество автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

44. В летнем лагере 151 ребёнок и 21 воспитатель. В одном автобусе можно перевозить не более 25 пассажиров. Какое наименьшее количество автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

45. В летнем лагере 182 ребёнка и 28 воспитателей. В одном автобусе можно перевозить не более 30 пассажиров. Какое наименьшее количество автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

Пример 10

Для покраски 1 кв. м потолка требуется 290 г краски. Краска продаётся в банках по 3 кг. Какое наименьшее количества банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 36 м²?

Решение.

1) $290 \cdot 36 = 10\,440$ (г) = 10,44 (кг).

2) $3 \cdot 4 = 12$ (кг).

3 банки краски не хватит, значит нужно 4 банки краски.

Ответ: 4.

Задачи для самостоятельного решения

46. Для покраски 1 кв. м потолка требуется 210 г краски. Краска продаётся в банках по 3 кг. Какое наименьшее количества банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 46 м²?

47. Для покраски 1 кв. м потолка требуется 280 г краски. Краска продаётся в банках по 2,5 кг. Какое наименьшее количества банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 61 м²?

48. Для покраски 1 кв. м потолка требуется 100 г краски. Краска продаётся в банках по 2,5 кг. Какое наименьшее количества банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 41 м²?

49. Для покраски 1 кв. м потолка требуется 160 г краски. Краска продаётся в банках по 1,5 кг. Какое наименьшее количества банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 64 м²?

50. Для покраски 1 кв. м потолка требуется 100 г краски. Краска продаётся в банках по 2,5 кг. Какое наименьшее количества банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 35 м²?

Пример 11

На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Хризантемы стоят 70 рублей за штуку. У Миши есть 590 рублей. Из какого наибольшего числа хризантем он может купить букет Свете на день рождения?

Решение.

1) $70 \cdot 8 = 560$ (руб.) — стоимость 8 роз.

2) $590 - 560 = 30$ (руб.) — остаток.

Денег хватит на 8 роз, но так как полагается дарить букет из нечётного числа цветов, то букет должен состоять из 7 роз.

Ответ: 7.

Задачи для самостоятельного решения

51. На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Хризантемы стоят 55 рублей за штуку. У Лёни есть 400 рублей. Из какого наибольшего числа хризантем он может купить букет Лене на день рождения?

52. На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Хризантемы стоят 50 рублей за штуку. У Игоря есть 510 рублей. Из какого наибольшего числа хризантем он может купить букет Бэлле на день рождения?

53. На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Хризантемы стоят 50 рублей за штуку. У Саши есть 410 рублей. Из какого наибольшего числа хризантем он может купить букет Марине на день рождения?

54. На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Хризантемы стоят 25 рублей за штуку. У Саши есть 120 рублей. Из какого наибольшего числа хризантем он может купить букет Лене на день рождения?

55. На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Хризантемы стоят 80 рублей за штуку. У Миши есть 300 рублей. Из какого наибольшего числа хризантем он может купить букет Гале на день рождения?

Пример 12

На пост председателя школьного совета претендовали два кандидата. В голосовании приняли участие 99 человек. Голоса между кандидатами распределились в отношении 3 : 8. Сколько голосов получил победитель?