

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
К75

Об авторах:

В.В. Кочагин – кандидат педагогических наук, учитель математики
ГБОУ «Школа № 1568 им. Пабло Неруды» г. Москвы
М.Н. Кочагина – кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей
математики и методики преподавания математики ИЦО ГАОУ ВО МГПУ

Кочагин, Вадим Витальевич.

К75 Математика / В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина. — Москва : Эксмо, 2019. — 288 с. — (Супермобильный тренажёр для подготовки к ЕГЭ).

ISBN 978-5-04-102936-4

Тренажёр предназначен для подготовки учащихся старших классов к ЕГЭ по математике.

Книга содержит более 1000 заданий разных типов и уровней сложности по всем темам, проверяемым на экзамене. QR-коды на полях позволяют получить мгновенный доступ к ответам и оперативно проверить знания. В конце пособия приводятся указания к решениям заданий части 2, вызывающих особые трудности.

Издание поможет учащимся выработать навыки выполнения заданий разных типов и успешно сдать ЕГЭ.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-102936-4

© Кочагин В.В., Кочагина М.Н., 2019
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2019

ВВЕДЕНИЕ

Эта книга адресована *учащимся 10—11-х классов* для подготовки к единому государственному экзамену. Материал данного пособия представлен в виде разделов, соответствующих основным темам школьного курса математики, присутствующим в ЕГЭ. Для каждой темы предложены задания части 1 и части 2 базового и профильного уровней. К заданиям части 2 даются указания. Для оперативного контроля знаний к каждому заданию на поле приводится QR-код с ответом. Для считывания QR-кодов необходимо наличие специального приложения на вашем телефоне, которое можно скачать бесплатно. Ответы также приводятся и в конце книги.

Если при решении заданий части 2 у вас возникли проблемы или вы сомневаетесь в решении, то будет полезно обратиться к указаниям, помещённым в конце пособия. Обращаем внимание, что в части 2 ЕГЭ по математике контролируется полное и обоснованное решение. С помощью QR-кода вы сможете проверить только ответ, а развёрнутое решение вы можете выполнить на черновике. С критериями оценивания заданий можно ознакомиться на сайте www.fipi.ru.

Тренировочные задания позволят учащимся систематически, при прохождении каждой темы, готовиться к этому экзамену. Достаточно будет в 10—11-х классах решать задания из этого пособия параллельно с темой по математике, изучаемой на школьных уроках, а в конце 11-го класса, в качестве повторения, — варианты ЕГЭ по математике.

Данное пособие может использоваться совместно с любым учебником алгебры и начала анализа для 10—11-х классов.

В структуре экзаменационной работы выделены две части, которые различаются по содержанию, форме записи ответа, степени сложности и числу заданий.

В данном учебном пособии также представлены две группы заданий. Формы записи ответов для разных заданий соответствуют формулировкам заданий в ЕГЭ.

Для каждого из заданий **первой части** ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Единицы измерений не пишут. В этом разделе содержатся задания базового уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа», а также задания из различных разделов математики с 5-го по 11-й класс.

Задания **второй части** требуют развернутого ответа. При оформлении решений обращают внимание на правильную запись хода решения, наличие обоснований и верный ответ. В эту группу включаются самые сложные задания по геометрии и алгебре 7—11-х классов повышенного и высокого уровней сложности.

Надеемся, что данное пособие поможет учителям математики эффективно организовать подготовку к ЕГЭ на своих уроках, а старшеклассникам — систематизировать знания по математике, самостоятельно подготовиться к экзамену и успешно его сдать.

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (10—11-е классы)

РАЗДЕЛ

1

1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

1.1. Преобразования тригонометрических выражений

Часть 1

Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–38 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1

Найдите значение выражения $3\sin^2\beta + 10 + 3\cos^2\beta$.

Ответ: _____



2

Найдите значение выражения $16 - 6\sin^2\beta - 6\cos^2\beta$.

Ответ: _____



3

Вычислите: $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$.

Ответ: _____





4

Вычислите: $\cos^2 15^\circ - \sin^2 75^\circ$.

Ответ: _____



5

Упростите выражение $\frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta} - 2\sin 2\beta + 0,29$.

Ответ: _____



6

Вычислите: $\left(\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}\right) \cdot \sqrt{3}$ при $x = \frac{5\pi}{6}$.

Ответ: _____



7

Дано: $\cos \beta = 0,8$ и $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\sin \beta$.

Ответ: _____



8

Дано: $\operatorname{tg} \beta = \frac{7}{24}$ и $180^\circ < \beta < 270^\circ$. Найдите: $\cos \beta$.

Ответ: _____

9

Дано: $\operatorname{ctg} \beta = -1\frac{1}{3}$. Найдите: $\cos 2\beta$.

Ответ: _____



10

Дано: $\cos \alpha = -0,6$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\sin \beta = -0,6$,
 $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\sin(\alpha - \beta)$.

Ответ: _____



11

Дано: $\cos \alpha = -0,6$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\sin \beta = -0,6$,
 $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\cos(\alpha + \beta)$.

Ответ: _____



12

Найдите значение выражения $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)$, если $\sin \beta = 0,11$.

Ответ: _____



13

Найдите значение выражения $\sin(180^\circ - \beta)$, если $\sin \beta = -0,24$.

Ответ: _____





14

Найдите значение выражения $\sin(270^\circ - \beta)$, если $\cos\beta = -0,41$.

Ответ: _____

Профильный уровень



15

Найдите значение выражения $\cos(\beta - 270^\circ)$, если $\sin\beta = 0,59$.

Ответ: _____



16

Найдите значение выражения $\operatorname{tg}^2(\alpha - \pi)$, если $\operatorname{ctg}\alpha = 2,5$.

Ответ: _____



17

Найдите значение выражения $\cos^2\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right)$, если $\sin\alpha = 0,2$.

Ответ: _____



18

Найдите значение выражения $\frac{\sin\left(\frac{13}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(6\pi + \alpha)}{1 + \sin(2\pi - \alpha)}$,
если $\operatorname{ctg}\alpha = 8$.

Ответ: _____

19

Найдите значение выражения
если $\operatorname{tg}\alpha = 0,25$.

$$\frac{\sin\left(\frac{9}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(5\pi + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) - 1},$$

Ответ: _____



20

Найдите значение выражения $\sin(\alpha - \beta) + 2\cos\alpha\sin\beta$,
если $\sin(\alpha + \beta) = 0,17$.

Ответ: _____



21

Найдите значение выражения $\cos(\alpha + \beta) + 2\sin\alpha\sin\beta$, если
 $\cos(\alpha - \beta) = 0,64$.

Ответ: _____



22

Найдите значение выражения
если $\alpha - \beta = 150^\circ$.

$$\left(\frac{\sin(\alpha + \beta) - 2\cos\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\sin\beta + \cos(\alpha + \beta)}\right) \cdot \sqrt{3},$$

Ответ: _____



23

Найдите значение выражения
если $\alpha + \beta = 120^\circ$.

$$\left(\frac{\cos(\alpha - \beta) - 2\cos\alpha\cos\beta}{2\cos\alpha\sin\beta + \sin(\alpha - \beta)}\right) \cdot 2\sqrt{3},$$

Ответ: _____





24

Упростите выражение $\cos(\pi + 2\alpha) + \sin(\pi + 2\alpha) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$.

Ответ: _____



25

Упростите выражение $\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

Ответ: _____



26

Упростите выражение $\frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} + \cos \alpha - \sin \alpha$.

Ответ: _____



27

Упростите выражение $19 + \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos^2 \alpha$.

Ответ: _____



28

Упростите выражение $4\sin^2 2\alpha + 16\sin^4 \alpha - 16\sin^2 \alpha$.

Ответ: _____

29

Упростите выражение $\frac{1 - 2\sin^2 \alpha}{2\operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)\cos^2(45^\circ - \alpha)}$.

Ответ: _____



30

Вычислите: $\frac{\sin \beta + \cos \beta}{(\sin \beta - \cos \beta)^{-1}}$, если $\sin 2\beta = -0,6$; $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3\pi}{4}$.

Ответ: _____



31

Вычислите: $\frac{\cos \beta - \sin \beta}{(\sin \beta + \cos \beta)^{-1}}$, если $\sin 2\beta = -0,8$; $\frac{3\pi}{4} < \beta < \pi$.

Ответ: _____



32

Вычислите: $16\operatorname{ctg}110^\circ\sin105^\circ\operatorname{tg}70^\circ\cos105^\circ$.

Ответ: _____



33

Вычислите: $12\operatorname{ctg}140^\circ\sin75^\circ\operatorname{tg}40^\circ\cos75^\circ$.

Ответ: _____





34

Вычислите: $\frac{1 - 2\sin^2 43^\circ}{\sin 176^\circ + \sin 4^\circ}$.

Ответ: _____



35

Вычислите: $\frac{2\cos^2 48^\circ - 1}{\sin 186^\circ - \sin 6^\circ}$.

Ответ: _____



36

Вычислите: $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos^4 75^\circ - \cos^4 15^\circ)$.

Ответ: _____



37

Найдите значение выражения $8\cos 2\beta$, если $2\cos 2\beta + 9\sin \beta - 4 = 0$.

Ответ: _____



38

Найдите значение выражения $\cos 2\beta$, если $3\cos 2\beta + 11\sin \beta - 7 = 0$.

Ответ: _____

Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

39

Вычислите: $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$.

Ответ: _____



40

Вычислите: $16\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$.

Ответ: _____



41

Вычислите: $\sin 54^\circ \sin 18^\circ$.

Ответ: _____



42

Найдите значение выражения $27\sin\alpha\cos\alpha$, если $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____



43

Найдите значение выражения $81(\sin^3\alpha + \cos^3\alpha)$, если $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____





44

Вычислите: $\frac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$, если $\operatorname{tg}\alpha = 3$.

Ответ: _____



45

Вычислите: $\frac{7\cos\alpha + 4\sin\alpha}{4\sin\alpha + 3\cos\alpha}$, если $4\sin 2\alpha = 15\sin^2\alpha + 1$.

Ответ: _____



46

Упростите: $3(\sin^4\alpha + \cos^4\alpha) - 2(\sin^6\alpha + \cos^6\alpha)$.

Ответ: _____

1.2. Тригонометрические функции

Часть 1

Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–42 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.



1

Вычислите: $\operatorname{tg} 390^\circ \cdot \sqrt{3}$.

Ответ: _____

2

Вычислите: $\sin\left(-\frac{7}{3}\pi\right) \cdot \sqrt{3}$.

Ответ: _____



3

Вычислите: $\cos\frac{11\pi}{6} \cdot \sqrt{3}$.

Ответ: _____



4

Вычислите: $\operatorname{ctg}(-300^\circ) \cdot 2\sqrt{3}$.

Ответ: _____



Профильный уровень

5

Какое число из промежутка $(2; 3)$ не входит в область определения функции $y = \operatorname{tg}(\pi x)$?

Ответ: _____



6

Какое число из промежутка $(1,4; 2,7)$ не входит в область определения функции $y = \operatorname{ctg}(\pi x)$?

Ответ: _____

