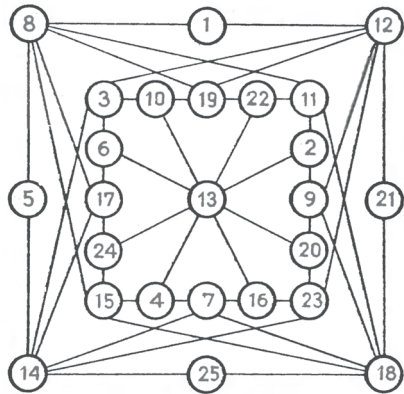


Часть 1

# УДИВИТЕЛЬНЫЙ МИР ЧИСЕЛ



Торопись, ведь дни проходят,  
Ты у времени в гостях.  
Не рассчитывай на помощь,  
Помни: всё в твоих руках.

*Юстас Палецкис*

---

---

## **ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОЙ ЧАСТИ**

---

---

Две стихии господствуют в математике — числа и фигуры с их бесконечным многообразием свойств и взаимосвязей. Задача — это почти всегда поиск, раскрытие каких-то свойств и отношений, а средства её решения — это интуиция и догадка, эрудиция и владение методами математики. Эти же качества человеческого ума воспитываются, укрепляются, обогащаются у каждого, кто регулярно отдает часть своего досуга умственной гимнастике, и лучшим видом которой является решение математических головоломок, ребусов, задач с интригующим содержанием.

В первой части книги предпочтение отдано стихии чисел. Такая одноплановость состава задач не уменьшает ни удовольствия, ни пользы от самостоятельного поиска их решения и даже от ознакомления с решениями, приведенными в книге: какое-либо из них может оказаться более изящным, чем свое.

Само возникновение понятия числа — одно из гениальнейших проявлений человеческого разума. Действительно, числа не только что-то измеряют, сравнивают, вычисляют, но даже рисуют, проектируют, сочиняют, играют, делают умозаключения, выводы.

Самые древние по происхождению числа – натуральные. «Ручейки» натуральных чисел, сливаясь, порождают безбрежный океан вещественных и разного рода особых специальных чисел.

Внутренняя красота разнообразных свойств первых обитателей этого океана – вещественных чисел – привлекла к ним внимание автора предлагаемых умственно-гимнастических упражнений. Искомое тут почти всегда число или какое-либо свойство чисел определенного вида. Некоторое пристрастие автора к большим числам вполне созвучно космической эре цивилизации. Работа с такими числами потребует обращения к справочникам, таблицам и калькуляторам, а этот навык необходим в наше время каждому.

Некоторые из предлагаемых задач близки по форме и содержанию задачам школьных учебников. Другие – по трудности – на ступеньку выше, оставаясь все же в границах доступности для учащихся 9–11 классов и всех, окончивших школу. Но и те, и другие задачи нацелены на проникновение разумом в удивительный мир чисел, на раскопку его богатств, на возбуждение математической любознательности и собственной инициативы. Упражняйтесь!

---

---

## В МАТЕМАТИКУ ТРОПИНКИ ОДОЛЕЙТЕ БЕЗ ЗАПИНКИ

---

---

### Тропинка наблюдений и поиска закономерностей

---

Зеленый огонек светофора, открывающего доступ к математике, зажигается для нас еще в раннем детстве вместе с таблицей умножения. И не только потому, что с помощью таблицы умножения мы начинаем учиться вычислять и преобразовывать математические выражения. Таблица умножения является одной из форм проявления закономерностей, правильностей, управляющих жизнью и направляющих нашу умственную деятельность.

Вот выучил мальчик таблицу умножения. Радость познания и жажда исследований побудили его выписать в свою тетрадь последние цифры произведения чисел 0, 1, 2, ... , 9 на 7:

0, 7, 4, 1, 8, 5, 2, 9, 6, 3. (\*)

$$7 \times 0 = \mathbf{0} \qquad 7 \times 5 = \mathbf{35}$$

$$7 \times 1 = \mathbf{7} \qquad 7 \times 6 = \mathbf{42}$$

$$7 \times 2 = \mathbf{14} \qquad 7 \times 7 = \mathbf{49}$$

$$7 \times 3 = \mathbf{21} \qquad 7 \times 8 = \mathbf{56}$$

$$7 \times 4 = \mathbf{28} \qquad 7 \times 9 = \mathbf{63}$$

Вычитая из каждого последующего числа предыдущее, он обнаруживает ритмичную последовательность разностей:

7, −3, −3, опять 7, −3, −3 и опять 7, −3, −3.

Простое действие вычитания сотворило гармонию чисел!

Продолжая наблюдения, мальчик устанавливает дополнительно, что, переписав последовательность (\*) в обратном порядке, он получает строку последних цифр результатов в таблице умножения на 3.

$3 \times 1 = 3$	$3 \times 6 = 18$
$3 \times 2 = 6$	$3 \times 7 = 21$
$3 \times 3 = 9$	$3 \times 8 = 24$
$3 \times 4 = 12$	$3 \times 9 = 27$
$3 \times 5 = 15$	$3 \times 0 = 0$

Мы можем сказать теперь, что этот мальчик вышел на одну из тропинок к математике, тропинку находок и маленьких открытий, объявившихся при помощи наблюдений незнакомых для себя соотношений и связей между числами или фигурами. Математика, в сущности, и занимается изучением и классификацией всевозможных закономерностей.

Что же касается искусства вычислений и преобразований, то оно всего лишь рабочее орудие математика. Впрочем, владеть им надо в совершенстве. Гаусс — «король математиков» — никогда не избегал вычислений, даже любил вычислять. Многие из его ранних открытий являются результатом наблюдений и изучения своих кропотливых вычислений.

От наблюдений над разностями чисел одного из столбиков таблицы умножения естествен шаг к испытаниям «на разность» какого-либо набора произвольно взятых чисел.

Возьмем наугад четыре натуральных числа  $a_1, a_2, a_3, a_4$  и вычислим абсолютные значения четырех разностей «по кругу»:

$$|a_1 - a_2|, |a_2 - a_3|, |a_3 - a_4|, |a_4 - a_1|.$$

С получившимися разностями произведем аналогичные вычисления и, повторив эту процедуру несколько раз — совсем не так уж много, — доберемся, к удивлению, всегда до четырех нулей!

Можно нарочно взять числа с контрастными разностями, например такие: 5, 1012, 98, 96, но процедура вычислений никогда не получается длительной. В данном случае

$$|5 - 1012| = 1007$$

$$|1012 - 98| = 914$$

$$|98 - 96| = 2$$

$$|96 - 5| = 91$$

$$|1007 - 914| = 93$$

$$|914 - \dots$$

5	1012	98	96	
1007	914	2	91	
93	912	89	916	
819	823	827	823	
4	4	4	4	
0	0	0	0	— всего
				пять шагов.

Мы брали много других исходных «квартетов» чисел, и ни разу нам не потребовалось более 12 шагов!

Но ведь все множество натуральных чисел не испытаешь! Поэтому экспериментально обнаруженный феномен еще нельзя считать закономерным, пока не убедишься в его всеобщности. Попробуйте! Если самостоятельный поиск обоснования закономерного, а не случайного превращения четверок разностей в нули не приведет вас к успеху, загляните в решение задачи «Безошибочный прогноз» (с. 241).

Иной результат наблюдается для серии разностей в случае комплекта из трех произвольных натуральных чисел: в финале всегда получаются две единицы и нуль в том или ином чередовании.

**П р и м е р.** Пусть исходная тройка чисел  $R_0 = (7, 12, 1)$ .

---

---

## **ЗДЕСЬ ЗАГАДКИ И ШАРАДЫ. ЗА РАЗГАДКУ – ДВЕ НАГРАДЫ**

---

---

Первая награда – удовольствие от систематических упражнений своей находчивости, наблюдательности, логического мышления; вторая награда – радость раскрытия «секретов» загадочного содержания математических головоломок.

Иногда мы с трудом находим правильный ответ на поставленный вопрос только потому, что не приучили мысль сворачивать от привычного направления. Что вы скажете, например, о таком происшествии?

### **1 У реки**

Два человека подошли к реке. У пустынного берега стояла лодка, в которой мог поместиться только один человек. Все же оба туриста без всякой помощи переправились на этой лодке через реку и продолжили свой путь. Как они это сделали?

«Невозможно», или «Неправдоподобно», или «Тут что-то недоговорено» – такие ответы свидетельствуют лишь о том, что отвечающий размышляет по ранее сложившемуся у него шаблону.

Подумайте еще. Еще раз и еще раз прочитайте наш рассказ...

Ну вот, надеемся, и стало вам ясно, что есть же еще и такая возможность... Впрочем, проверьте совпадение вашего ответа с нашим.

### **2 Почему три ноги?**

Почему штативы к фотографическим аппаратам, землемерным инструментам и рояли имеют три ноги, а не четыре?

### 3 Сказочная семья

У Мальчика-с-пальчик из сказки Ш. Перро было шесть братьев. Автор сказки почему-то не пожелал сообщить нам, что в действительности в этой семье дровосека у каждого из семи братьев было по семь сестриц. Сколько же всего братьев и сестер в этой сказочной семье?

### 4 Есть ли такой человек?

Есть ли на Земле человек, утроенный квадрат возраста которого ровно на 14 лет меньше квадрата вашего, читатель, возраста или возраста вашей мамы? (Считать только целое число лет.)

### 5 Мозаика из треугольников

Сосчитайте, сколько треугольников в фигуре, изображенной на рисунке 1.10.

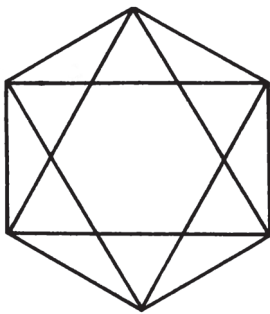


Рис. 1.10

### 6 Бриллианты и весы

В коробке лежат 242 бриллианта, из которых один природного происхождения, остальные — его копии, изготовленные в лаборатории (искусственные). Массы искусственных бриллиантов одинаковы, масса природного немного меньше. Придумайте систему действий для выделения природного бриллианта при помощи пяти взвешиваний на чашечных весах без гирь и разновесов.





### 7 Разлейте молоко

В вашем распоряжении имеются четыре емкости: 200 г, 400 г, 600 г, 800 г — все цилиндрической формы. Емкость, вмещающая 400 г, наполнена молоком, остальные — пустые. Пользуясь только этими емкостями, разлейте молоко так, чтобы в каждой емкости-цилиндре оказалось ровно по 100 г.



### 8 Интересные дроби

Имеются две дроби, из которых одна в  $k$  раз больше другой. Каждую дробь мальчик возвел в степень  $p$  и результаты сложил, а девочка возвела их в степень  $n$  и результаты сложила. Обе суммы оказались равными. Найдите эту пару интересных дробей в общем виде и при  $k = 2$ ,  $n = 3$ ,  $p = 4$ .

# ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

## Часть 1. УДИВИТЕЛЬНЫЙ МИР ЧИСЕЛ

### К главе 1.2

1. Двое подошли к разным берегам реки. Поэтому сначала переправился один, а затем в той же лодке другой.
2. Из геометрии знаем, что три точки определяют единственную плоскость. Значит, трехногие аппараты или инструменты, поставленные даже на неровные места, не качаются.
3. У каждого из семи братьев одни и те же семь сестер. Значит, всего братьев и сестер в этой семье — 14 человек.
4. Нет. Уравнение  $3a^2 + 14 = b^2$  не имеет решения в целых числах. Действительно, число  $3a^2 + 14 = 3a^2 + 12 + 2 = 3(a^2 + 4) + 2$  имеет вид  $3n + 2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Но квадрат целого числа ( $b^2$ ) либо имеет вид  $3n$ , либо  $3n + 1$ , но никогда  $3n + 2$ .
5. 32.
6. Кладем на чашки весов по 81 бриллианту. Это взвешивание выделяет 81 или 80 бриллиантов. Второй раз на чашки весов кладем по 27 бриллиантов из группы выделенных. Это взвешивание выделяет 27 или 26 бриллиантов. Третий раз на чашки весов кладем по 9 бриллиантов из группы выделенных. Так выделяем 9 или 8 бриллиантов. Четвертый раз на чашки весов кладем по 3 бриллианта и выделяется 3 или 2 бриллианта. Наконец, в пятый раз кладем на весы по одному бриллианту и определяем, какой из них природный.
7. Первоначально из емкости 400 г выливаем молоко в 200-граммовую емкость до наполнения. В 400-граммовой емкости осталось 200 г молока. Наклоняя цилиндр емкостью 200 г, выливаем молоко из него в 600-граммовую емкость до тех пор, пока уровень молока в цилиндре емкостью 200 г не совпадет с диагональю осевого сечения этого цилиндра. В результате в емкостях 200 г и 600 г получится по

---

---

# ОГЛАВЛЕНИЕ

---

---

<b>Часть 1. УДИВИТЕЛЬНЫЙ МИР ЧИСЕЛ .....</b>	<b>3</b>
Предисловие к первой части .....	5
<b><i>Глава 1.1. В математику тропинки одолейте без запинки.....</i></b>	<b>7</b>
Тропинка наблюдений и поиска закономерностей .....	7
Тропинка проб и ошибок.....	11
Тропинка отсеивания несущественного .....	13
Пересечение тропинок .....	14
Разветвление тропинок.....	16
В путь по тропинкам МАТЕМАТИКИ .....	20
<b><i>Глава 1.2. Здесь загадки и шарady. За разгадку – две награды .....</i></b>	<b>21</b>
1. У реки.....	21
2. Почему три ноги? .....	21
3. Сказочная семья .....	22
4. Есть ли такой человек?.....	22
5. Мозаика из треугольников.....	22
6. Бриллианты и весы.....	22
7. Разлейте молоко .....	23
8. Розы .....	23
9. Интересные дроби.....	24
10. У кого живет сорока?.....	24
11. Коварная задача папы .....	25
12. Перетягивание каната .....	27
13. Головоломки со спичками.....	28
14. Нужен ваш арбитраж.....	29

---

15. Пять двоек.....	30
16. Женственные и мужественные .....	30
17. Легенда о Чохбилмише и шахматах .....	30
18. Три феи: добра, красоты и ума .....	31
19. Иванушка и коварная принцесса.....	32
20. Кто одноклассница Толи? .....	32
21. Числовая загадка .....	33
22. Памятные даты .....	33
23. В XXI веке .....	34
<b>Глава 1.3. И фокусы покажем, и секрет расскажем.....</b>	<b>35</b>
1. Таинственные цифры .....	35
2. Первый числовой фокус.....	37
3. Второй числовой фокус.....	37
4. Отгадать число, ничего не спрашивая.....	38
5. Таинственные квадраты в календаре .....	38
6. «Лесной» фокус.....	39
7. С Днем рождения! .....	40
8. По шучьему веленью, по моему хотенью .....	40
9. Хочешь показывать фокус – сам прояви догадку .....	41
<b>Глава 1.4. Наш конструктор числовой, поработай головой! .....</b>	<b>43</b>
1. Ай да четверки! .....	44
2. Сотворение красоты.....	45
3. Числа-диковинки .....	45
4. Шестизначное число .....	47
5. Все десять цифр .....	47
6. Сумма равна произведению .....	47
7. Только по догадке .....	48
8. Тройка, семерка и... только .....	48
9. Красивые цепочки равенств .....	48
10. Фигурное размещение чисел.....	48
11. Напрасные надежды и ... ..	49

12. Утешение..... 49  
13. Трюк клоуна..... 49

**Глава 1.5. Ситуации в жизни такие: либо сложные, либо простые .. 51**

1. Первая мать-героиня..... 51  
2. Трое друзей..... 51  
3. Кто где живет? ..... 52  
4. «Вы ошиблись в подсчете» ..... 52  
5. Загадочный ответ прохожего ..... 52  
6. Три лягушки..... 52  
7. На базаре..... 52  
8. Такие дощечки ..... 53  
9. Две сестры..... 53  
10. Дедушка и внучка ..... 53  
11. Лиса и овчарка ..... 53  
12. На ферме ..... 53  
13. Футбол и гандбол..... 54  
14. Встретились дважды ..... 54  
15. Сколько у мамы дочерей и сыновей?..... 55  
16. Три велосипедиста ..... 55  
17. Он и Она..... 56  
18. Какое число надо вычесть? ..... 56  
19. Какова ширина озера?..... 56  
20. Разделить поровну ..... 56  
21. Как будем разрезать арбузы?..... 57  
22. Установите фамилии ..... 57  
23. Как определил ошибку Чохбилмиш? ..... 57  
24. Из жизни Дефурнеля..... 57  
25. Математика вокруг нас..... 58  
26. Кемпинг плюс спортплощадка ..... 59  
27. Вот как перевозят соль ..... 59  
28. Кавказская семья ..... 60  
29. Арифметика на почте ..... 60

30. Туристы возвращаются в Москву.....	61
31. В Крыму .....	61
32. Букет для актеров.....	61
33. Состязание в спортивной ходьбе .....	62

**Глава 1.6. Натуральное число в арифметику вошло, тайн немало принесло..... 63**

1. Таких чисел только два .....	63
2. Еще два числа .....	63
3. Трехзначное число .....	63
4. И такие есть числа .....	63
5. Сколько страниц в книге?.....	64
6. Нумерация страниц.....	64
7. Сооружение для лаборатории .....	64
8. Утроение без умножения.....	65
9. Около пятисот нулей! Правдоподобно? .....	65
10. Можно доказать.....	65
11. Сумма пятизначных чисел .....	65
12. «Избранные» числа.....	65
13. Числа в различных системах счисления .....	66
14. «Странные» результаты .....	67
15. Премия за изобретение .....	67
16. Безошибочный прогноз .....	68

**Глава 1.7. Это ребусы из цифр, буквы, звездочки – их шифр..... 69**

1. Девять в квадрате .....	71
2. Лоб три сам .....	71
3. Ж –Ж– Ж! .....	71
4. Зашифрованные жуки .....	71
5. Семейство, спрятавшееся в «БАКУ» .....	72
6. Арифметические дорожки .....	72
7. Три уравнения в форме ребусов .....	73
8. И «хвост», и «грива» .....	73

9. Поиграем в прятки .....	73
10. Меняем четыре буквы на четыре цифры .....	74
<b>Глава 1.8. Ребусы «кросснамбер», а еще – «чайннамбер» .....</b>	<b>75</b>
<b><u>Числа с именем</u> .....</b>	<b>75</b>
<b><u>Числа с прилагательными</u> .....</b>	<b>75</b>
1. Кросснамбер $3 \times 3$ .....	77
2. Кросснамбер $4 \times 4$ .....	77
3. Кросснамбер $5 \times 5$ .....	78
4. Кросснамбер $7 \times 7$ .....	78
5. Кросснамбер $8 \times 8$ .....	79
6. Кросснамбер «Столбики» .....	81
7. Чайннамбер .....	82
<b>Глава 1.9. Если делится число, то решенье подошло .....</b>	<b>84</b>
1. Устойчивая делимость .....	85
2. На одно делится, на другое нет .....	85
3. Деление на шесть .....	85
4. Деление на семь .....	85
5. Докажите! .....	85
6. Снимите маску с одной цифры .....	86
7. Восстановите потерянную цифру .....	86
8. Назойливый остаток .....	86
9. Конструирование остатка .....	86
10. Мини-арифметика остатков .....	87
11. Красивые не простые степени .....	87
12. Никогда не простое число .....	87
13. Всегда кратно 3. Почему? .....	87
14. Всезнающая статистика .....	87
<b>Глава 1.10. Степень... корень – гляди в корень .....</b>	<b>88</b>
1. Кубическое число .....	88
2. Продумайте программу .....	88
3. Если вычислить данную степень... ..	89

4. На что делим, такова и степень.....	89
5. «Анатомия» факториала .....	89
6. Факториал и его степень .....	90
7. Решите уравнение .....	90
8. Как уменьшить число сомножителей? .....	90
9. Докажите истинность неравенства.....	90
10. Секрет виртуозного извлечения корней.....	90
11. Виртуозное извлечение корней высоких степеней .....	94

### **Глава 1.11. Трудность задач повышаем, решения найти**

<b>приглашаем.....</b>	<b>96</b>
1. В семье квадратных чисел .....	98
2. Не решая уравнения .....	98
3. Высока ли башня? .....	98
4. Конструкция из двух двоек .....	99
5. Интересное свойство $n$ -угольных чисел.....	99
6. Три группы переменных.....	99
7. Решите систему уравнений .....	99
8. Четыре «ПАРИ».....	99
9. Каковы ЖУКИ?.....	100
10. Числа Каталана.....	100
11. Есть над чем подумать! .....	100
12. Изобретайте красивое решение .....	101
13. Треугольная площадка с неудобными размерами .....	101
14. Монотонность – источник неравенства.....	102
15. Любопытное свойство чисел .....	102

### **Часть 2. УДИВИТЕЛЬНЫЙ КВАДРАТ ..... 103**

Предисловие ко второй части.....	105
----------------------------------	-----

### **Глава 2.1. Превращения квадрата, или 23 головоломки ..... 108**

Головоломки.....	111
------------------	-----



<b>Глава 2.2. Геометрия превращений квадрата .....</b>	<b>131</b>
Задача разрезывания квадрата .....	131
Как Абу-ль-Вефа составил квадрат из трех равных квадратов....	132
Два способа превращения квадрата в три равных квадрата .....	134
Превращение квадрата в равносторонний треугольник .....	140
Превращение равностороннего треугольника в квадрат	
Как раскроить параллелограмм, чтобы из полученных частей мож- но было составить квадрат? .....	144
15 задач .....	149
Возможность превращений квадрата .....	153
Превращение квадрата в 2, 3, ..., $n$ равносторонних треугольников .....	163
<b>Глава 2.3. Некоторые замечательные свойства квадрата .....</b>	<b>167</b>
Чем квадрат «лучше» других четырехугольников? .....	167
Правило квадрата в шахматах.....	171
Построения при помощи перегибаний квадратного листа бумаги .....	174
Квадрат в квадрате .....	180
Случай с алмазом .....	184
Квадрат около квадрата .....	185
Совершенное квадрирование .....	190
Квадраты и электрические токи .....	192
Послесловие. Рациональный раскрой материалов .....	203

---

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ .....	216
------------------------	-----

**Часть 1. УДИВИТЕЛЬНЫЙ МИР ЧИСЕЛ .....216****К главе 1.2 .....216**

1. У реки..... 216

2. Почему три ноги? ..... 216

3. Сказочная семья ..... 216

4. Есть ли такой человек? ..... 216

5. Мозаика из треугольников..... 216

6. Бриллианты и весы..... 216

7. Разлейте молоко ..... 217

8. Розы ..... 217

9. Интересные дроби..... 217

10. У кого живет сорока?..... 218

11. Коварная задача папы ..... 218

12. Перетягивание каната ..... 218

13. Головоломки со спичками..... 218

14. Нужен ваш арбитраж..... 219

15. Пять двоек... ..... 220

16. Женственные и мужественные ..... 220

17. Легенда о Чохбилмише и шахматах ..... 220

18. Три феи: добра, красоты и ума ..... 220

19. Иванушка и коварная принцесса..... 220

20. Кто одноклассница Толи? ..... 221

21. Числовая загадка ..... 221

22. Памятные даты ..... 224

23. В XXI веке ..... 224

**К главе 1.4 .....224**

1. Ай да четверки! ..... 224

2. Сотворение красоты..... 224

3. Числа-диковинки ..... 224

4. Шестизначное число .....	225
5. Все десять цифр .....	225
6. Сумма равна произведению .....	225
7. Только по догадке .....	226
8. Тройка, семерка и... только .....	226
9. Красивые цепочки равенств .....	226
10. Фигурное размещение чисел.....	226
11. Напрасные надежды и ... ..	226
12. Утешение.....	227
13. Трюк клоуна .....	227
<b>К главе 1.5 .....</b>	<b>227</b>
1. Первая мать-героиня.....	227
2. Трое друзей.....	227
3. Кто где живет? .....	227
4. «Вы ошиблись в подсчете» .....	228
5. Загадочный ответ прохожего .....	228
6. Три лягушки.....	228
7. На базаре.....	228
8. Такие дощечки.....	228
9. Две сестры.....	229
10. Дедушка и внучка .....	229
11. Лиса и овчарка .....	229
12. На ферме .....	229
13. Футбол и гандбол.....	229
14. Встретились дважды .....	229
15. Сколько у мамы дочерей и сыновей?.....	230
16. Три велосипедиста .....	230
17. Он и Она.....	230
18. Какое число надо вычесть? .....	230
19. Какова ширина озера?.....	231
20. Разделить поровну .....	231
21. Как будем разрезать арбузы?.....	231
22. Установите фамилии .....	231

---

23. Как определил ошибку Чохбилмиш? .....	232
24. Из жизни Дефурнеля .....	232
25. Математика вокруг нас .....	232
26. Кемпинг плюс спортплощадка .....	233
27. Вот как перевозят соль .....	233
28. Кавказская семья .....	234
29. Арифметика на почте .....	234
30. Туристы возвращаются в Москву .....	235
31. В Крыму .....	235
32. Букет для актеров .....	235
33. Состязание в спортивной ходьбе .....	236
<b>К главе 1.6 .....</b>	<b>236</b>
1. Таких чисел только два .....	236
2. Еще два числа .....	236
3. Трехзначное число .....	237
4. И такие есть числа .....	237
5. Сколько страниц в книге? .....	237
6. Нумерация страниц .....	237
7. Сооружение для лаборатории .....	238
8. Утроение без умножения .....	238
9. Около пятисот нулей! Правдоподобно? .....	238
10. Можно доказать .....	239
11. Сумма пятизначных чисел .....	239
12. «Избранные» числа .....	239
13. Числа в различных системах счисления .....	240
14. «Странные» результаты .....	240
15. Премия за изобретение .....	241
16. Безошибочный прогноз .....	241
<b>К главе 1.7 .....</b>	<b>243</b>
1. Девять в квадрате .....	243
2. Лоб три сам .....	244

3. Ж – Ж – Ж!	245
4. Зашифрованные жуки	245
5. Семейство, спрятавшееся в «БАКУ»	245
6. Арифметические дорожки	247
7. Три уравнения в форме ребусов	247
8. И «хвост», и «грива»	247
9. Поиграем в прятки	248
10. Меняем четыре буквы на четыре цифры	249
<b>К главе 1.8</b>	<b>249</b>
1. Кросснамбер $3 \times 3$	249
2. Кросснамбер $4 \times 4$	249
3. Кросснамбер $5 \times 5$	250
4. Кросснамбер $7 \times 7$	250
5. Кросснамбер $8 \times 8$	251
6. Кросснамбер «Столбики»	252
7. Чайннамбер	253
<b>К главе 1.9</b>	<b>254</b>
1. Устойчивая делимость	254
2. На одно делится, на другое нет	254
3. Деление на шесть	254
4. Деление на семь	255
5. Докажите!	255
6. Снимите маску с одной цифры	255
7. Восстановите потерянную цифру	256
8. Назойливый остаток	257
9. Конструирование остатка	257
10. Мини-арифметика остатков	257
11. Красивые не простые степени	257
12. Никогда не простое число	258
13. Всегда кратно 3. Почему?	258
14. Всезнающая статистика	258

---

<b>К главе 1.10.....</b>	<b>259</b>
1. Кубическое число .....	259
2. Продумайте программу .....	259
3. Если вычислить данную степень... ..	259
4. На что делим, такова и степень.....	260
5. «Анатомия» факториала .....	261
6. Факториал и его степень .....	261
7. Решите уравнение .....	262
8. Как уменьшить число сомножителей? .....	262
9. Докажите истинность неравенства .....	262
10. Секрет виртуозного извлечения корней .....	262
<b>К главе 1.11.....</b>	<b>262</b>
1. В семье квадратных чисел .....	262
2. Не решая уравнения .....	263
3. Высока ли башня? .....	263
4. Конструкция из двух двоек .....	263
5. Интересное свойство $n$ -угольных чисел.....	264
6. Три группы переменных.....	264
7. Решите систему уравнений .....	264
8. Четыре «ПАРИ».....	264
9. Каковы ЖУКИ?.....	265
10. Числа Каталана.....	265
11. Есть над чем подумать! .....	266
12. Изобретайте красивое решение .....	268
13. Треугольная площадка с неудобными размерами .....	270
14. Монотонность – источник неравенства.....	271
<b>Часть 2. УДИВИТЕЛЬНЫЙ КВАДРАТ .....</b>	<b>272</b>
<b>К главе 2.1 .....</b>	<b>272</b>
<b>К главе 2.2 .....</b>	<b>281</b>
<b>К главе 2.3 .....</b>	<b>305</b>

---

ПРИЛОЖЕНИЕ .....	313
Таблица квадратов.....	314
Таблица основных степеней .....	315
12 квадратов .....	317
Затейные задачи .....	331