

УДК 373.167.1:51  
ББК 22.1я72  
М52

**Мерзляк, А. Г.**

М52 Алгебра : 9 класс : рабочая тетрадь № 1 / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. — М. : Вентана-Граф, 2019. — 123, [5] с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-10003-4

Рабочая тетрадь содержит различные виды заданий на усвоение и закрепление нового материала, задания развивающего характера, дополнительные задания, которые позволяют проводить дифференцированное обучение.

Тетрадь используется в комплекте с учебником «Алгебра. 9 класс» (авт. А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир).

Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:51  
ББК 22.1я72

## **Условные обозначения**



Простые задачи



Задачи средней сложности



Сложные задачи



Задачи для взаимоконтроля

## Глава 1. Неравенства

### § 1. Числовые неравенства

#### Повторяем теорию

1. Заполните пропуски.

- 1) Число  $a$  считают больше числа  $b$ , если разность  $a - b$  является \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ числом.
- 2) Число  $a$  считают меньше числа  $b$ , если разность  $a - b$  является \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ числом.
- 3) Для любых чисел  $a$  и  $b$  справедливо одно и только одно из таких соотношений:  
 $a$  \_\_\_\_\_  $b$ ,  $a$  \_\_\_\_\_  $b$ ,  $a$  \_\_\_\_\_  $b$ .
- 4) Если  $a > b$ , то точка, изображающая число  $a$  на координатной прямой, лежит правее точки, изображающей число \_\_\_\_\_
- 5) Для высказывания «не больше» используют знак \_\_\_\_\_ (читают: «\_\_\_\_\_»  
\_\_\_\_\_»), а для высказывания «не меньше» — знак \_\_\_\_\_  
(читают: «\_\_\_\_\_»).
- 6) Если  $a$  \_\_\_\_\_  $b$  или  $a$  \_\_\_\_\_  $b$ , то верно неравенство  $a \leq b$ .
- 7) Если  $a$  \_\_\_\_\_  $b$  или  $a$  \_\_\_\_\_  $b$ , то верно неравенство  $a \geq b$ .
- 8) Знаки  $<$  и  $>$  называют знаками \_\_\_\_\_ неравенства,  
а знаки  $\leq$  и  $\geq$  называют знаками \_\_\_\_\_ неравенства.

#### Решаем задачи

2. Впишите в пропуск один из символов  $>$ ,  $<$  или  $=$  так, чтобы получилось верное утверждение.
- 1) Если  $m - n = -6,4$ , то  $m$  \_\_\_\_\_  $n$ .
  - 2) Если  $c - d = 0$ , то  $c$  \_\_\_\_\_  $d$ .
  - 3) Если  $b - a = 3,8$ , то  $b$  \_\_\_\_\_  $a$ .
3. О числах  $a$  и  $b$  известно, что  $a > b$ . Среди приведённых ниже неравенств выберите верные и запишите в ответ их номера:
- 1)  $a - b > -10$ ;      2)  $b - a > 32$ ;      3)  $b - a < 4$ .

*Решение.*

Поскольку  $a > b$ , то разность  $a - b$  является \_\_\_\_\_  
числом. Поскольку любое \_\_\_\_\_ число больше любого

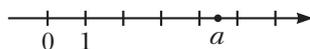
\_\_\_\_\_ числа, то  $a - b$  \_\_\_\_\_ -10.

Поскольку  $a > b$ , то  $b < a$  и разность  $b - a$  является \_\_\_\_\_  
числом. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Ответ: \_\_\_\_\_

4. На координатной прямой отмечено число  $a$ .



Отметьте в пустых клетках знаком ✓ верные неравенства.

- 1)  $4 - a > 0$        2)  $5 - a < 0$        3)  $a - 5 < 0$        4)  $a - 4 > 0$

5. На координатной прямой отмечены числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ .



Подчеркните ту из приведённых разностей, значение которой отрицательно.

- 1)  $b - a$       2)  $b - c$       3)  $c - a$

6. Докажите неравенство.

1)  $(m - 3)(m - 5) > m(m - 8)$

Решение.

Рассмотрим разность левой и правой частей данного неравенства:

$(m - 3)(m - 5) - m(m - 8) =$  \_\_\_\_\_

Получили, что разность левой и правой частей неравенства является \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ числом при любом значении  $m$ . Следовательно,

$(m - 3)(m - 5) > m(m - 8)$ .

2)  $(a - 10)(a + 2) < (a - 9)(a + 1)$

Решение.

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

$$3) 5c^2 - 12c + 3 < (3c - 2)^2$$

*Решение.*

Рассмотрим разность левой и правой частей данного неравенства:

$$\begin{aligned} 5c^2 - 12c + 3 - (3c - 2)^2 &= 5c^2 - 12c + 3 - (9c^2 - 12c + 4) = \\ &= 5c^2 - 12c + 3 - 9c^2 + 12c - 4 = -4c^2 - 1 = -4c^2 + (-1). \end{aligned}$$

При любом значении  $c$  имеем:  $-4c^2$  \_\_\_\_\_  $0$ .

Сумма \_\_\_\_\_ числа  $-4c^2$  и \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ числа  $-1$  является числом \_\_\_\_\_.

Следовательно,  $-4c^2 - 1$  \_\_\_\_\_  $0$ . Отсюда следует, что  $5c^2 - 12c + 3 < (3c - 2)^2$  при любом значении  $c$ .

$$4) (2a - 1)(2a + 1) > (a - 2)(a + 2)$$

*Решение.*

---

---

---

---

---

---

---

---

$$5) b(b - 8) \geq -16$$

*Решение.*

---

---

---

---

---

---

---

---



**7.** Докажите неравенство.

$$1) 2b^2 - 10b + 26 > 0$$

*Решение.*

$$\text{Имеем: } 2b^2 - 10b + 26 = b^2 + b^2 - 10b + 25 + 1 = \underline{\hspace{10em}}$$

---

---

---

---

$$2) x^2 + 10y^2 \geq 6xy$$

*Решение.*

---

---

---

---

$$3) 8(a^2 + 5) \geq 32(a - 1)$$

*Решение.*

---

---

---

---

**8.** Сравните с нулём значение выражения.

1)  $a^3 - 4a^2 + 3a - 12$ , если  $a \geq 4$ .

*Решение.*

Имеем:  $a^3 - 4a^2 + 3a - 12 = a^2(a - 4) + 3(a - 4) = (a - 4)(a^2 + 3)$ .

Поскольку  $a \geq 4$ , то  $a - 4$  \_\_\_\_\_ 0.

При любом значении  $a$  значение выражения  $a^2 + 3$  является \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ числом.

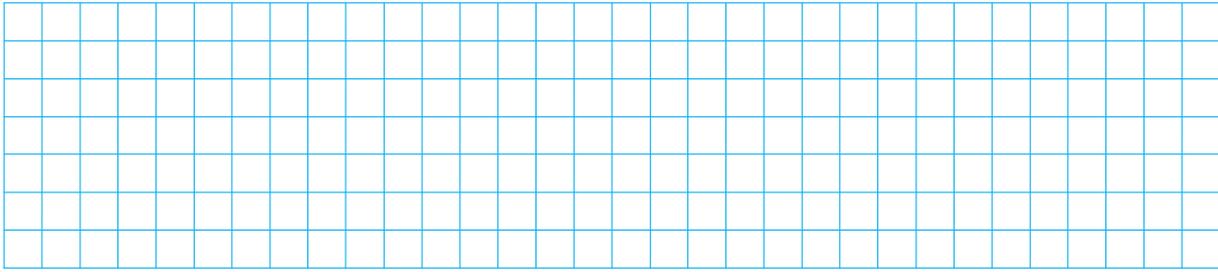
Следовательно, при  $a \geq 4$  произведение  $(a - 4)(a^2 + 3)$  \_\_\_\_\_ 0. Отсюда следует, что  
 $a^3 - 4a^2 + 3a - 12$  \_\_\_\_\_ 0 при  $a \geq 4$ .

2)  $\frac{2a^2 + 2}{3} - \frac{a^2 + a + 2}{6} - \frac{4a^2 + a}{9}$ , если  $2 < a < 3$ .

*Решение.*

*Упростим данное выражение:*

$$\frac{2a^2 + 2}{3} - \frac{a^2 + a + 2}{6} - \frac{4a^2 + a}{9} = \frac{\quad}{18}$$



9. Докажите, что для всех  $a \geq 0$  выполняется неравенство  $\sqrt{a} \leq a + \frac{1}{4}$ .

*Решение.*

---

---

---



10. Докажите неравенство.

1)  $a^2 + b^2 - 18a - 16b + 145 \geq 0$

*Решение.*

Имеем:  $a^2 + b^2 - 18a - 16b + 145 = a^2 - 18a + 81 + b^2 - 16b +$  \_\_\_\_\_

---

---

---

2)  $10b^2 - 30bc + 25c^2 - 10b + 30 > 0$

*Решение.*

---

---

---

---

3)  $a^2 + b^2 + c^2 > 6(4a - 2b + 5c - 68)$

*Решение.*

---

---

---

---

---

---

4)  $a^2 + b^2 + 1 \geq a + b + ab$

Решение.

Имеем:  $a^2 + b^2 + 1 - (a + b + ab) = a^2 + b^2 + 1 - a - b - ab = \frac{1}{2}(2a^2 +$  \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

---

---

11. Докажите, что если  $0 < a < b$ , то  $a < \sqrt{ab} < b$ .

Решение.

---

---

---

---

---

---

---

---

## § 2. Основные свойства числовых неравенств

### Повторяем теорию

1. Заполните пропуски.

1) Если  $a > b$  и  $b > c$ , то  $a$  \_\_\_\_\_  $c$ .

2) Если  $a > b$  и  $c$  – любое число, то  $a + c$  \_\_\_\_\_  $b + c$ .

3) Если любое слагаемое перенести из одной части верного неравенства в другую,

\_\_\_\_\_, то получим верное неравенство.

4) Если  $a > b$  и  $c$  – положительное число, то  $ac$  \_\_\_\_\_  $bc$ .

5) Если  $a > b$  и  $c$  – отрицательное число, то  $ac$  \_\_\_\_\_  $bc$ .

6) Если  $a > b$  и  $ab > 0$ , то  $\frac{1}{a}$  \_\_\_\_\_  $\frac{1}{b}$ .

## Решаем задачи

2. Известно, что  $x > 3$ . Отметьте в пустых клетках знаком  $\checkmark$  верные неравенства.

1)  $x > 3,1$        2)  $x > 2,9$        3)  $x > -3$        4)  $x \geq 1$

3. Запишите неравенство, которое получим, если:

1) к обеим частям неравенства  $-6 < 5$  прибавим число 10: \_\_\_\_\_

2) из обеих частей неравенства  $-3 < 4$  вычтем число  $-2$ : \_\_\_\_\_

3) обе части неравенства  $15 > 9$  умножим на число  $\frac{1}{3}$ : \_\_\_\_\_

4) обе части неравенства  $8 > 4$  разделим на число  $-2$ : \_\_\_\_\_

4. Известно, что  $a < b$ . Сравните значения выражений:

1)  $a - 12$  \_\_\_\_\_  $b - 12$ ;      3)  $5a$  \_\_\_\_\_  $5b$ ;      5)  $-4a$  \_\_\_\_\_  $-4b$ ;

2)  $a + 16$  \_\_\_\_\_  $b + 16$ ;      4)  $-a$  \_\_\_\_\_  $-b$ ;      6)  $-\frac{a}{6}4a$  \_\_\_\_\_  $-\frac{b}{6}$ .

5. Известно, что  $a < c$ . Какое из следующих неравенств неверно? Запишите в ответ номер этого неравенства.

1)  $a - 29 < c - 29$ ;      2)  $-\frac{a}{5} < -\frac{c}{5}$ ;      3)  $a + 32 < c + 32$ ;      4)  $\frac{a}{17} < \frac{c}{17}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

6. Известно, что  $a$  и  $b$  — положительные числа и  $a < b$ . Отметьте в пустой клетке знаком  $\checkmark$  верное утверждение.

1)  $\frac{2}{a} > \frac{2}{b}$        3)  $\frac{2}{a} = \frac{2}{b}$

2)  $\frac{2}{a} < \frac{2}{b}$        4) сравнить  $\frac{2}{a}$  и  $\frac{2}{b}$  невозможно

7. Известно, что  $a$  и  $b$  — положительные числа и  $a > b$ . Отметьте в пустой клетке знаком  $\checkmark$  верное утверждение.

1)  $\frac{1}{a} > \frac{2}{b}$        3)  $\frac{1}{a} = \frac{2}{b}$

2)  $\frac{1}{a} < \frac{2}{b}$        4) сравнить  $\frac{1}{a}$  и  $\frac{2}{b}$  невозможно

8. Известно, что  $a < b$ . Расположите выражения  $b + 3$ ,  $a - 5$ ,  $b + 9$ ,  $a - 9$ ,  $a$ ,  $b$  в порядке возрастания их значений.

*Решение.*

Имеем:  $a - 9 < a - 5$ , поскольку  $a - 9 - (a - 5) = a - 9 - a + 5 = -4 < 0$ .

$a - 5 < a$ , поскольку \_\_\_\_\_  
 $a < b$  по условию.

---

Ответ: \_\_\_\_\_

9. Известно, что  $a > b > 0$ . Сравните значения выражений  $-9a$  и  $-8b$ .

*Решение.*

Поскольку  $a > b$ , то  $-9a < -9b$ .

Сравним значения выражений  $-9b$  и  $-8b$ . Имеем:  $-9b - (-8b) = -9b + 8b = -b$ . Поскольку по условию  $b > 0$ , то  $-b$  \_\_\_\_\_ 0. Следовательно,  $-9b$  \_\_\_\_\_  $-8b$ .

Имеем:  $-9a < -9b$ ,  $-9b$  \_\_\_\_\_  $-8b$ . Тогда  $-9a$  \_\_\_\_\_  $-8b$ .

Ответ:  $-9a$  \_\_\_\_\_  $-8b$ .

10. Известно, что  $a < b < 0$ . Сравните значения выражений  $5a$  и  $3b$ .

*Решение.*

---

---

---

---

---

---

Ответ:  $5a$  \_\_\_\_\_  $3b$ .

- ↔ 11. Известно, что  $a > b$ . Сравните значения выражений  $7 - 3a$  и  $7 - 3b$ .

*Решение.*

---

---

---

Ответ:  $7 - 3a$  \_\_\_\_\_  $7 - 3b$ .

12. Известно, что  $a, b, c$  и  $d$  — положительные числа, причём  $a < b$ ,  $c > d$ ,  $b < d$ . Расположите выражения  $\frac{1}{a}$ ,  $\frac{1}{b}$ ,  $\frac{1}{c}$  и  $\frac{1}{d}$  в порядке убывания их значений.

*Решение.*

---

---

---

---

Ответ: \_\_\_\_\_

↔ **13.** Сравните числа  $a$  и  $b$  с числом 0, если известно, что:

1)  $9a > 10a$ ;

*Решение.*

---

---

*Ответ:*  $a$  \_\_\_\_\_ 0.

2)  $-3b < -4b$ ;

*Решение.*

---

---

*Ответ:*  $b$  \_\_\_\_\_ 0.

3)  $\frac{a}{6} > \frac{b}{6}$  и  $b > 1$ ;

*Решение.*

---

---

*Ответ:*  $a$  \_\_\_\_\_ 0,  $b$  \_\_\_\_\_ 0.

4)  $a + 3 < b + 3$  и  $b < -2$ ;

*Решение.*

---

---

*Ответ:*  $a$  \_\_\_\_\_ 0,  $b$  \_\_\_\_\_ 0.

5)  $-10a > -10b$  и  $b < -\frac{1}{3}$ .

*Решение.*

---

---

*Ответ:*  $a$  \_\_\_\_\_ 0,  $b$  \_\_\_\_\_ 0.

**14.** Дано:  $a < -3$ . Докажите, что  $4 - 5a > 19$ .

*Решение.*

Умножив обе части неравенства  $a < -3$  на число  $-5$ , получим неравенство \_\_\_\_\_

---

Прибавив к обеим частям этого неравенства число 4, получим неравенство \_\_\_\_\_

15. Дано:  $c \geq 2$ . Докажите, что  $\frac{7c-6}{4} \geq 2$ .

*Решение.*

---

---

---

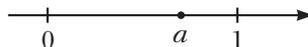
---

---

---

---

16. На координатной прямой отмечено число  $a$ .



Расположите выражения  $a - 1$ ,  $\frac{1}{a}$  и  $a$  в порядке возрастания их значений.

*Решение.*

Из рисунка следует, что  $a < 1$ . Вычитая из обеих частей этого неравенства число 1, получаем, что  $a - 1 < 0$ . Из рисунка следует, что  $0 < a$ . Имеем:  $a - 1 < 0$  и  $0 < a$ . Тогда

$a - 1$  \_\_\_\_\_  $a$ .

Поскольку  $0 < a < 1$ , то  $\frac{1}{a}$  \_\_\_\_\_ 1.

Имеем:  $a - 1$  \_\_\_\_\_  $a$ ,  $a < 1$ ,  $\frac{1}{a}$  \_\_\_\_\_ 1. Тогда можем записать ответ.

*Ответ:*

---

17. На координатной прямой отмечено число  $a$ .



Расположите выражения  $a - 1$ ,  $\frac{1}{a}$  и  $a$  в порядке убывания их значений.

*Решение.*

---

---

---

---

---

---

---

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Ответ:

\_\_\_\_\_

18. На координатной прямой отмечено число  $a$ .



Расположите выражения  $a$ ,  $a^2$  и  $\frac{1}{a}$  в порядке убывания их значений.

*Решение.*

Из рисунка следует, что  $a < 0$ . Тогда  $a^2$  \_\_\_\_\_ 0.

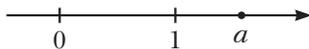
Поскольку  $a < -1$  и  $a \cdot (-1) > 0$ , то  $\frac{1}{a}$  \_\_\_\_\_  $\frac{1}{-1}$ , то есть  $\frac{1}{a}$  \_\_\_\_\_ -1.

Имеем:  $a < -1$ ,  $a^2$  \_\_\_\_\_ 0,  $\frac{1}{a}$  \_\_\_\_\_ -1. Тогда можем записать ответ.

Ответ:

\_\_\_\_\_

19. На координатной прямой отмечено число  $a$ .



Расположите выражения  $a$ ,  $a^2$  и  $\frac{1}{a}$  в порядке возрастания их значений.

*Решение.*

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Ответ:

\_\_\_\_\_

### **§ 3. Сложение и умножение числовых неравенств.**

#### **Оценивание значения выражения**

#### **Повторяем теорию**

1. Заполните пропуски.

1) Если  $a > b$  и  $c > d$ , то  $a + c$  \_\_\_\_\_  $b + d$ .

2) При почленном сложении верных неравенств одного знака результатом является

\_\_\_\_\_

3) Если  $a > b$ ,  $c > d$  и  $a, b, c, d$  — \_\_\_\_\_ числа, то  $ac$  \_\_\_\_\_  $bd$ .