

Содержание

Предисловие	12
Глава 1. Введение	17
1.1. Пингвины и белый медведь	17
1.2. Так что же тут нового?	21
1.2.1. Новое отношение к квантовой теории: особенности	22
1.2.2. Новый вид математики: диаграммы	25
1.2.3. Новое основание физики: процессные теории	27
1.2.4. Новая парадигма: квантовый пикторализм	29
1.3. Исторические замечания и ссылки.....	31
Глава 2. Как читать эту книгу	35
2.1. Кто вы и чего вы хотите?	35
2.2. Меню	36
2.2.1. Как эволюционируют диаграммы в этой книге	36
2.2.2. Голливудский трейлер	39
2.2.3. Промежуточное синтаксическое загрязнение	40
2.2.4. Итоги, исторические замечания, ссылки, эпитафьи	41
2.2.5. Заголовки со звездочкой и материал повышенной сложности	41
2.3. Часто задаваемые вопросы	42
Глава 3. Процессы как диаграммы	45
3.1. От процессов к диаграммам.....	46
3.1.1. Процессы – блоки, системы – провода.....	46
3.1.2. Процессные теории	49
3.1.3. Диаграммы – это математика.....	52
3.1.4. Процессные равенства	55
3.1.5. Подстановка диаграмм.....	59
3.2. Схемные диаграммы.....	61
3.2.1. Параллельная композиция	61
3.2.2. Последовательная композиция	62
3.2.3. Два эквивалентных определения схем	64
3.2.4. Диаграммы лучше алгебры	67
3.3. Функции и отношения как процессы	70
3.3.1. Множества	70
3.3.2. Функции	72
3.3.3. Отношения	74
3.3.4. Сравнение функций с отношениями	77
3.4. Специальные процессы	77
3.4.1. Состояния, эффекты и числа.....	77
3.4.2. Как выразить невозможное: нулевые диаграммы	85
3.4.3. Процессы, равные «с точностью до числа»	86
3.4.4. Нотация Дирака	88
3.5. Итоги: что следует запомнить	90

3.6. Дополнительный материал*	93
3.6.1. Абстрактные тензорные системы*	94
3.6.2. Симметричные моноидальные категории*	96
3.6.3. Диаграммы общего вида и схемы*	98
3.7. Исторические замечания и ссылки	99
Глава 4. Струнные диаграммы	102
4.1. Чашки, крышки и струнные диаграммы	103
4.1.1. Разделимость	104
4.1.2. Двойственность процессов и состояний	107
4.1.3. Уравнения разгибания	110
4.1.4. Струнные диаграммы	112
4.2. Транспонирование и след	114
4.2.1. Транспонирование	115
4.2.2. Транспонирование составных систем	120
4.2.3. След и частичный след	122
4.3. Отражение диаграмм	124
4.3.1. Адъюнкция	124
4.3.2. Сопряжение	129
4.3.3. Внутреннее произведение	134
4.3.4. Унитарность	138
4.3.5. Положительность	139
4.3.6. \otimes -положительность	141
4.3.7. Проекторы	143
4.4. Квантовые особенности, выводимые из струнных диаграмм	146
4.4.1. Теорема о невозможности универсальной разделимости	147
4.4.2. Две теоремы о невозможности клонирования	151
4.4.3. Как будто время вспять течет	156
4.4.4. Телепортация	159
4.5. Итоги: что следует запомнить	164
4.6. Дополнительный материал*	169
4.6.1. Струнные диаграммы в абстрактных тензорных системах*	169
4.6.2. Двойственные типы и самодвойственность*	170
4.6.3. Инволютивные компактные замкнутые категории*	174
4.7. Исторические замечания и ссылки	175
Глава 5. От диаграмм к гильбертову пространству	178
5.1. Базисы и матрицы	180
5.1.1. Базис для типа	180
5.1.2. Матрица процесса	187
5.1.3. Суммы процессов	192
5.1.4. От матриц к процессам	197
5.1.5. Матрицы изометрических и унитарных процессов	203
5.1.6. Матрицы самоадьюнктных и положительных процессов	207
5.1.7. Следы матриц	211
5.2. Матричное исчисление	213
5.2.1. Последовательная композиция матриц	213
5.2.2. Параллельная композиция матриц	214
5.2.3. Матричная форма чашек и крышек	221
5.2.5. Матрицы как процессные теории	224
5.3. Гильбертовы пространства	227

5.3.1. От диаграмм к линейным отображениям и гильбертовым пространствам	227
5.3.2. От сопряжения к положительности.....	229
5.3.3. Почему математики любят комплексные числа	231
5.3.4. Классические логические вентили как линейные отображения.....	237
5.3.5. X-базис и линейное отображение Адамара	240
5.3.6. Базис Белла и отображения Белла	245
5.4. Гильбертовы пространства и диаграммы	250
5.4.1. Струнные диаграммы полны относительно линейных отображений.....	251
5.4.2. Теоретико-множественное определение гильбертовых пространств.....	253
5.5. Итоги: что следует запомнить	261
5.6. Дополнительный материал*	266
5.6.1. За пределами конечного числа измерений*.....	267
5.6.2. Категории с суммами и базисами*	269
5.6.3. Суммы в теории узлов*	271
5.6.4. Эквивалентность симметричных моноидальных категорий*	272
5.7. Исторические замечания и ссылки	278
Глава 6. Квантовые процессы.....	281
6.1. Переход к чистым квантовым отображениям путем дублирования.....	283
6.1.1. Дублирование порождает вероятности.....	284
6.1.2. Дублирование устраняет глобальные фазы	287
6.1.3. Процессная теория чистых квантовых отображений	291
6.1.4. Что сохраняется при дублировании	296
6.1.5. Что не сохраняется при дублировании	301
6.2. От отбрасывания к квантовым отображениям	305
6.2.1. Отбрасывание	305
6.2.2. Нечистота	310
6.2.3. Вес и причинность для квантовых состояний	313
6.2.4. Процессная теория квантовых отображений	319
6.2.5. Каузальность квантовых отображений	324
6.2.6. От каузальности к изометричности и унитарности	326
6.2.7. Разложение Крауса и смешивание	330
6.2.8. Теорема о нераспространении	337
6.3. Относительность в процессных теориях.....	341
6.3.1. Причинная структура	342
6.3.2. Из причинности следует несигнальность	347
6.3.3. Причинность и ковариантность	348
6.4. Квантовые процессы.....	350
6.4.1. Недетерминированные квантовые процессы	352
6.4.2. Недетерминированная реализация всех квантовых отображений	355
6.4.3. Очищение квантовых процессов.....	358
6.4.4. Для телепортации необходимо классическое взаимодействие	361
6.4.5. Управляемые процессы.....	363
6.4.6. Квантовая телепортация в деталях	365
6.5. Итоги: что следует запомнить	368
6.6. Дополнительный материал*	372
6.6.1. Дублирование общих процессных теорий*	372
6.6.2. Аксиоматизация дублирования*	374
6.6.3. А теперь кое-что из другой области*	376
6.7. Исторические замечания и ссылки	377

Глава 7. Квантовые измерения	380
7.1. Измерения ОНБ	382
7.1.1. Введение в измерительные приборы от додо.....	382
7.1.2. Возмущающие измерения ОНБ	385
7.1.3. Невозмущающие измерения ОНБ	390
7.1.4. Суперпозиция и интерференция	391
7.1.5. Наилучшая из имеющихся альтернатив наблюдению	395
7.2. Динамика измерений и квантовые протоколы	396
7.2.1. Индуцированная измерением динамика I: обратное действие.....	397
7.2.2. Пример: вентильная телепортация	400
7.2.3. Индуцированная измерением динамика II: коллапс.....	402
7.2.4. Пример: перекоммутация запутывания	404
7.3. Более общие виды измерения	406
7.3.1. Измерения фон Неймана	406
7.3.2. Квантовый формализм фон Неймана	412
7.3.3. Измерения POVM.....	416
7.3.4. Теоремы Наймарка и Озавы о дилатации.....	418
7.4. Томография.....	421
7.4.1. Томография состояния	421
7.4.2. Информационно полные измерения	424
7.4.3. Локальная томография = процессная томография.....	426
7.5. Итоги: что следует запомнить	428
7.6. Дополнительный материал*.....	432
7.6.1. А существуют ли вообще квантовые измерения?*	432
7.6.2. Проекторы и квантовая логика*	435
7.6.3. Невозможность локальной томографии*	437
7.7. Исторические замечания и ссылки	439
Глава 8. Изображение классически-квантовых процессов	441
8.1. Классические системы как провода.....	445
8.1.1. Двойные и одиночные провода.....	446
8.1.2. Пример: плотное кодирование.....	449
8.1.3. Измеритель и кодировщик	451
8.1.4. Классически-квантовые отображения	453
8.1.5. Удаление и причинность.....	457
8.2. От пауков к классическим отображениям.....	460
8.2.1. Классические отображения.....	461
8.2.2. Копирование и удаление.....	464
8.2.3. Пауки	474
8.2.4. Если нечто ведет себя как паук, то это и есть паук.....	481
8.2.5. Все линейные отображения как пауки + изометрии.....	484
8.2.6. Паучьи диаграммы и полнота	489
8.3. От пауков к квантовым отображениям	491
8.3.1. Измеритель и кодировщик как пауки	492
8.3.2. Декогеренция.....	497
8.3.3. Классические, квантовые и гибридные пауки.....	502
8.3.4. Смешивание с пауками	507
8.3.5. Запутывание для нечистых состояний.....	511
8.4. Измерения и протоколы с участием пауков	514
8.4.1. Измерения ОНБ	515
8.4.2. Управляемые унитарные процессы	518

8.4.3. Телепортация	521
8.4.4. Плотное кодирование.....	524
8.4.5. Перекоммутация запутывания.....	525
8.4.6. Измерения фон Неймана	526
8.4.7. Измерения POVM и теорема Наймарка о дилатации	529
8.5. Итоги: что следует запомнить	530
8.6. Дополнительный материал*	537
8.6.1. Пауки как алгебры Фробениуса*	538
8.6.2. Некоммутативные пауки*	541
8.6.3. Волосатые пауки*	544
8.6.4. Пауки как слова*	547
8.7. Исторические замечания и ссылки	547

Глава 9. Изображение фаз и дополненности.....

9.1. Украшенные пауки.....	552
9.1.1. Несмещенность и фазовые состояния	552
9.1.2. Фазовые пауки	558
9.1.3. Слияние фазовых пауков	560
9.1.4. Фазовая группа	563
9.1.5. Фазовые вентили	566
9.2. Многоцветные пауки	570
9.2.1. Дополнительные пауки	570
9.2.2. Дополненность и несмещенность	576
9.2.3. От дополненности к вентилю CNOT	582
9.2.4. «Цвета» классических данных	585
9.2.5. Дополнительные измерения.....	587
9.2.6. Квантовое распределение ключей	591
9.2.7. Телепортация с дополнительными измерениями.....	594
9.3. Сильная дополненность	600
9.3.1. Недостающие правила	601
9.3.2. Моногамия сильной дополненности	604
9.3.3. Лики сильной дополненности.....	605
9.3.4. Классическая подгруппа	610
9.3.5. От пауков к отображениям четности	617
9.3.6. Классификация сильной дополненности	621
9.4. ZX-исчисление.....	624
9.4.1. ZX-диаграммы универсальны.....	626
9.4.2. ZX-исчисление для диаграмм Клиффорда.....	629
9.4.3. ZX-исчисление для додо: только диаграммы и ничего более	634
9.4.4. ZX для профессионалов: строим собственное исчисление	640
9.4.5. ZX для богов: полнота	645
9.4.6. Что нам дало полное ZX-исчисление	653
9.5. Итоги: что следует запомнить	655
9.6. Дополнительный материал*	661
9.6.1. Сильно дополнительные пауки как алгебра Хопфа*	661
9.6.2. Сильная дополненность и нормальные формы*	664
9.7. Исторические замечания и ссылки	667

Глава 10. Квантовая теория: полная картина.....

10.1. Диаграммы	671
10.1.1. Схемные диаграммы	671

10.1.2. Струнные диаграммы.....	673
10.1.3. Дублированные диаграммы.....	675
10.1.4. Паучьи диаграммы.....	677
10.1.5. ZX-диаграммы.....	680
10.2. Процессы.....	682
10.2.1. Причинность.....	683
10.2.2. Разложение процессов и невозможность распространения.....	683
10.2.3. Примеры.....	685
10.3. Законы.....	691
10.3.1. Дополнительность.....	691
10.3.2. Сильная дополнительность.....	694
10.3.3. ZX-исчисление.....	696
10.4. Исторические замечания и ссылки.....	699
Глава 11. Основания квантовой теории.....	701
11.1. Квантовая нелокальность.....	701
11.1.1. Уточнения квантовой теории.....	702
11.1.2. Сценарии ГХЦ–Мермина.....	704
11.1.3. Получение противоречия.....	706
11.2. Квантовоподобные процессные теории.....	708
11.2.1. Дополнительность в теории отношений.....	708
11.2.2. Модельная квантовая теория Спеккенса.....	710
11.2.3. Фазы в спек-теории.....	714
11.2.4. ZX-исчисление для спек-теории.....	718
11.2.5. Нелокальность в спек-теории?.....	721
11.3. Итоги: что следует запомнить.....	723
11.4. Исторические замечания и ссылки.....	724
Глава 12. Квантовые вычисления.....	726
12.1. Схемная модель.....	727
12.1.1. Квантовые вычисления как ZX-диаграммы.....	728
12.1.2. Построение квантовых вентилях в виде ZX-диаграмм.....	731
12.1.3. Универсальность схем.....	738
12.2. Квантовые алгоритмы.....	745
12.2.1. (Ложная?) магия квантового оракула.....	746
12.2.2. Алгоритм Дойча–Йожи.....	750
12.2.3. Квантовый поиск.....	755
12.2.4. Задача о скрытой подгруппе.....	760
12.3. Основанные на измерении квантовые вычисления.....	767
12.3.1. Графовые и кластерные состояния.....	769
12.3.2. Измерение графовых состояний.....	770
12.3.3. Прямое распространение.....	772
12.3.4. Прямое распространение с помощью классических проводов.....	775
12.3.5. Универсальность.....	779
12.4. Итоги: что следует запомнить.....	784
12.5. Исторические замечания и ссылки.....	786
Глава 13. Квантовые ресурсы.....	787
13.1. Ресурсные теории.....	788
13.1.1. Бесплатные процессы.....	789
13.1.2. Сравнение ресурсов.....	791

13.1.3. Измерение ресурсов	794
13.2. Теория чистоты	796
13.2.1. Сравнение чистоты.....	797
13.2.2. Измерение (не)чистоты.....	806
13.3. Теория запутывания	807
13.3.1. LOCC-запутывание	808
13.3.2. SLOCC-запутывание	821
13.3.3. Взрывающиеся пауки	827
13.3.4. Назад к основам: арифметика	832
13.4. Итоги: что следует запомнить.....	836
13.5. Исторические замечания и ссылки.....	840
Глава 14. Программа Quantomatic.....	842
14.1. Проверка Quantomatic в деле	843
14.2. !-блоки: замена многоточию.....	849
14.3. Синтез физических теорий	852
14.4. Исторические замечания и ссылки.....	855
Некоторые обозначения	857
Библиография.....	858
Предметный указатель	874

Предисловие

Рады видеть вас здесь! Эта книга о том, как рассказывать о квантовой теории в картинках. Но прежде чем переходить к самой истории, стоит сказать пару слов о том, как она появилась. С одной стороны, история совсем новая – в том смысле, что тесно связана с исследованиями последних 10 лет, которыми мы занимались совместно с коллегами. С другой стороны, можно сказать, что ей уже 80 лет, и восходит она к тем временам, когда фон Нейман на удивление всему миру развенчал свой собственный квантовый формализм и стал искать что-то получше. Можно также сказать, что началась она, когда Эрвин Шрёдингер нашел ответ на сомнения Альберта Эйнштейна по поводу «жуткого дальнего действия», установив структуру составных систем (и, в частности, их неразделимость), ставшую сердцем квантовой теории.

К истории можно подойти и с другой стороны, вспомнив, что 40 лет назад тогда еще студент Роджер Пенроуз заметил, что о тензорном исчислении гораздо удобнее рассуждать в терминах картинок, а не символов.

Но 80 лет назад авторов еще не было на свете, по крайней мере в человеческой ипостаси, а 40 лет назад мы еще были слишком малы, так что это предисловие предлагает эгоцентрический взгляд на рождение книги, которую вы держите в руках. А заодно дает нам возможность от всего сердца признать заслуги всех тех, без кого эта книга не состоялась бы (равно как и тех, кто чуть было не похоронил ее).

Все началось довольно плохо для Боба, который в 1990-х годах работал над докторской диссертацией, посвященной никому тогда не интересной теме контекстных «представлений скрытых параметров» в квантовой теории – недавно ей было дипломатично найдено другое название – *онтологические модели* (Harrigan and Spekkens, 2010; Pusey et al., 2012). Помаявшись некоторое время без работы и предприняв неудачную попытку стать рок-звездой, Боб занялся еще менее перспективной темой квантовой логики фон Неймана (Birkhoff and von Neumann, 1936), примыкающей к работам эксцентричного борца с традициями Константина Пирона (Constantin Piron, 1976).

Именно тогда на сцене появилась теория категорий, а также серьезные идеи о фундаментальной роли композиции в квантовых системах – а это уже естественно привело к выходу квантовых процессов (а не квантовых состояний) на передний план...



Если вас мутит от теории категорий, не бросайте книгу! Хотя эта теория оказала влияние на многие изложенные в книге идеи, эта книга вовсе не о ней!

...И в конечном итоге эти идеи должны были заложить формальную и концептуальную основу наглядного подхода к квантовой теории. Категориальный взгляд на основания квантовой теории был впервые предложен в работе Дэвида Мура (David Moore, 1995), очень талантливого ученого, академическая карьера которого печально закончилась в конце 1990-х годов – периоде, когда на концептуально ориентированную физику повсеместно был наложен запрет. Совместно с Муром и Изаром Штуббе (Isar Stubbe) Боб предпринял первые попытки переформули-

ровать квантовую теорию в терминах теории категорий (Coecke et al., 2001), но, к несчастью, эта попытка унаследовала многочисленные недостатки прежней квантовой логики. Основная проблема квантовой логики заключалась в неявном предположении о том, что рассматриваемые физические системы всегда являются «частью представляющегося внешним мира явлений, который предполагается отделенным от своего окружения в том смысле, что его взаимодействиями с окружающей средой можно либо вообще пренебречь, либо смоделировать их каким-то простым способом» (Moore, 1999). Однако взаимодействия со средой – это нечто такое, что обязательно нужно принимать во внимание!

После исключения из университета (чему виной бюрократия, местные дразги и бесконечное лицемерие) Боб безуспешно пытался найти себя в искусстве, и когда на горизонте уже маячила перспектива стать безработным, случилось чудо: два совершенно незнакомых ему человека, Пракаш Панангаден и Самсон Абрамски, выбрали «испытательную» ставку «постдока» в Компьютерной лаборатории в Оксфорде (тогда ее ласково называли Комлаб). И хотя Боб абсолютно не разбирался в информатике, а компьютерщиков считал нездешними чудиками, которые днями напролет плятятся в экраны, он нашел в этом подразделении родной дом и очень скоро обнаружил, что компьютерщики, в отличие от специалистов по квантовой логике, уже давно изучают структуру взаимодействующих систем и умеют элегантно описывать такие системы на языке теории категорий. Более того, на этом конкретном факультете информатики по теории категорий даже читался отдельный курс для соискателей степени бакалавра.

И тут на сцену выходит второй соавтор. В то время Алекс приехал в Оксфорд по двухмесячной программе студенческого обмена из своего родного Университета Талса, штат Оклахома (рис. 0.1), и как раз слушал тот самый курс по теории категорий, который читал Самсон. Психоделическая природа этого курса (включая гостевую лекцию о странных на вид моноидных категориях, прочитанную не менее странным типом) заинтересовала Алекса настолько, что он погрузился в предмет с головой. По совету Самсона он начал посещать групповой семинар «Квантовый ланч» (Quantum Lunch). Формат семинара был такой: грандиозный совместный обед в пабе, а затем занятие, на котором пьяный и сонный докладчик вещал столь же пьяной и сонной аудитории на темы из только зарождающейся дисциплины категориальной квантовой механики. Здорово было.

Два месяца обернулись девятью годами, комлаб превратилась в «факультет информатики», и хотя, похоже, никто уже не мог припомнить, когда Алекс тут появился, дело кончилось диссертациями – сначала магистерской, потом докторской – и постдоком.



Рис. 0.1 ❖ Типичные виды Талсы, штат Оклахома

Без удивительного сочетания концептуального мышления и владения математическим аппаратом в этом уникальном анклав информатики книга, которую вы держите в руках, не состоялась бы. В разительном противоречии с запретом на слова «фундаментальный» и «концептуальный» в физике 1990-х годов, в этой новой среде «фундаментальность» и «концептуальность» считались великими достоинствами! В результате родилось новое исследовательское сообщество специалистов по информатике, чистых математиков, философов и исследователей в возродившейся области оснований квантовой механики. Пожалуй, не будет преувеличением сказать, что эта уникальная атмосфера внесла весомый вклад в возрождение сообщества оснований квантовой механики в целом, в ходе которого некоторые из его высокоуважаемых членов, и в особенности Chiribella et al. (2010) и Hardy (2013a), приняли диаграммную парадигму.

Конференции по квантовой физике и логике (Quantum Physics and Logic – QPL), основанные Питером Селинджером (Peter Selinger) в 2003 году под другим названием (но с такой же аббревиатурой!), стали форумом, сыгравшим особую роль в разработке основных результатов, легших в основу этой книги. На самом деле самая первая работа по диаграммным рассуждениям о новых квантовых теориях (Coecke, 2003) была представлена на первой конференции QPL. Формализация этого результата в терминах теории категорий (Abramsky and Coecke, 2004), которая теперь называется категориальной квантовой механикой, стала настоящим хитом в сообществе семантики компьютерных наук, и в итоге несколько молодых людей выстроили научную карьеру в этой области. Самые авторитетные конференции по информатике (например, LiCS и ICALP) регулярно принимают работы по категориальной квантовой механике, а недавно то же самое начали делать ведущие физические журналы (например, Physical Review Letters и New Journal of Physics).

Мы очень благодарны за полноводный поток средств на исследования (см. рис. 0.2) от Совета по исследованиям в области инженерных и физических наук Великобритании (EPSRC), Европейской комиссии (FP6 FET Open), Управления НИР ВМС США (ONR), Управления НИР ВВС США (AFOSR), Института фундаментальных вопросов (Foundational Questions Institute – FQXi) и фонда Джона Темплтона (JTF). Последний предоставил особенно щедрое финансирование обоим авторам в процессе работы над книгой. В результате квантовая группа в Оксфорде за 10 лет

с 2004 по 2013 год увеличилась с 5 до 50 человек, а некоторые из тех, кто составлял ее первоначальный костяк, уже создают группы в других местах, разнося по миру благую весть картинок и процессов. Постоянное взаимодействие с квантовой группой (и ее многочисленной диаспорой) было абсолютно необходимым условием для рождения данной книги.

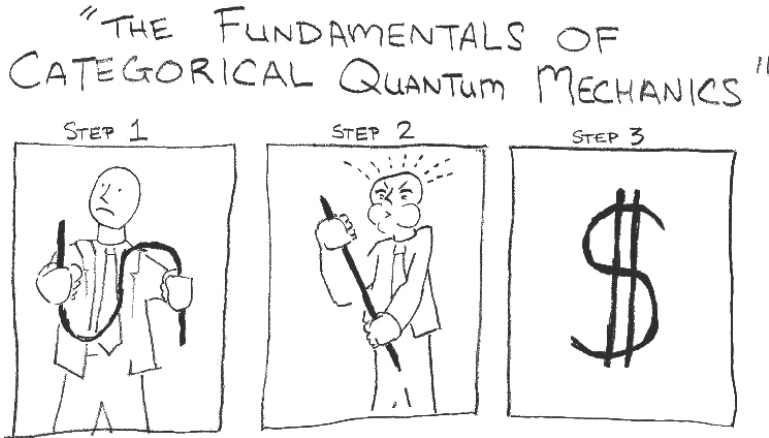


Рис. 0.2 ❖ Тянем-потянем – денежку вытянем

Но как же все-таки возникла идея написать эту книгу? Здесь, в Оксфорде, вообще-то не приветствуется упоминание «того места»¹. Но летом 2012 года издательство Cambridge University Press обратилось к нам с вопросом, не пора ли написать книгу о языке диаграмм. В результате появилась мысль прочесть курс по квантовой информатике, целиком построенный на диаграммах. Заметки к лекциям и составили бы основу для книги, которая, по задумке, должна была быть готова к весне 2013 года. Беглого взгляда на первые две страницы книги достаточно, чтобы понять, что этот план провалился. Заметки к лекциям отправились в мусорную корзину, и осенью 2013 года мы начали все с чистого листа. Получилось то, что вы сейчас читаете.

Пока мы писали книгу, произошло немало всего: один из авторов возобновил музыкальную карьеру, встретил девушку, женился, стал отцом и отправился с ребенком в Пекин, чтобы тот посмотрел, как папа участвует в Metal Show. Тем временем другой автор тоже женился, попробовал себя в разговорном жанре, получил место в Университете Радбауд (у смертельных врагов Боба – голландцев) и отрасли огромную бороду (рис. 0.3). Оба автора приобрели известность у завсегда-таев местного паба как пьянчуги, которых как-то вышибли за порог (ходят слухи, что из-за спора об интерпретации квантовой теории, но ни один из авторов не помнит точно). Они также создали группу не то южной кантри-фолк-музыки, не то индустриального шума под названием Quantum Dagger Orchestra.

¹ Имеется в виду вечный соперник – Кэмбридж. – Прим. перев.



Рис. 0.3 ❖ Корреляция между ростом Алексовой бороды и завершением работы над книгой

Студенты, посещавшие этот курс на протяжении нескольких лет, стали бесценным источником идей и практической информации о том, что годится для преподавания этого новаторского подхода к квантовой теории, а что – нет. Особенно мы хотим поблагодарить студентов Цзянь Нань Чжана (Jiannan Zhang), Уильяма Даттона (William Dutton), Джейкоба Коула (Jacob Cole), Пака Чоя (Pak Choy) и Крэйга Халла (Craig Hull), прослушавших курс в 2013 году, Томаса Хэлгаса (Tomas Halgas) – 2014 год и Эрнеста Окампо (Ernesto Ocampo), Мэтью Пикеринга (Matthew Pickering), Каллума Оукли (Callum Oakley), Эшока Менона (Ashok Menon), Игнасио Функе Прието (Ignacio Funke Prieto) и Бенджамина Доуса (Benjamin Dawes) – 2015 год. Все они внесли вклад в конечный продукт, указав на опечатки в первоначальной и исправленных редакциях заметок к лекциям.

Отдельное спасибо Яареду Аль-Мехайри (Yaared Al-Mehairi), Даниэлю Марсдену (Daniel Marsden), Кэти Кэйси (Katie Casey), Джону-Марку Аллену (John-Mark Allen), Фабрицион Дженовезе (Fabrizio Genovese), Маайке Цварту (Maaike Zwart), Гектору Миллер-Бэйкуэллу (Hector Miller-Bakewell), Джо Болту (Joe Bolt), Джону ван де Ветерингу (John van de Wetering) и Адрия Гаррига Алонсо (Adrià Garriga Alonso), которые внесли значительные по качеству и (или) количеству исправления, а также классным наставникам Мириам Бэкенс (Miriam Backens), Владимиру Замдхиеву (Vladimir Zamdhiev), Уиллу Зенгу (Will Zeng), Джону-Марку Аллену и Чиаран Ли (Ciaran Lee) за ценный общий вклад, модельные решения и за то, что они приняли на себя всю тяжесть разочарования студентов, у которых не получались некоторые «экспериментальные» упражнения.

Подробные исправления окончательной рукописи подготовили неразлучные приятели Джон Хардинг (John Harding) и Франк Фалькенборг (Frank Valckenborgh), а рассерженного Боба фотографировал еще один их собутыльник Росс Данкан (Ross Duncan). Постоянные напоминания Алексу кушать и избегать травм головы были предоставлены его женой Клэр. Боб не обращал внимания на аналогичные напоминания своей жены Сельмы.

Все диаграммы в этой книге созданы с помощью пакета PGF/TikZ для LaTeX и программы TikZiT. Последнюю версию можно скачать с сайта tikzit.github.io.

И напоследок: почему Cambridge University Press, а не Oxford University Press? Потому что своим волшебством книга обязана CUP, тогда как OUP... нечего сказать.

Глава 1

Введение

При нормальных условиях ученый-исследователь занимается не инновациями, а решением задач, и интересуется такими задачами, которые, по его мнению, могут быть поставлены и решены в рамках существующей научной традиции.

– *Thomas Kuhn, The Essential Tension, 1977*

Квантовая теория ставила перед физиками и философами задачи с момента своего рождения в начале XX века. Но с начала 1980-х годов многие ученые перестали спрашивать, почему квантовая теория такая странная, а задалась вопросом:

Что можно сделать со странностью квантового мира?

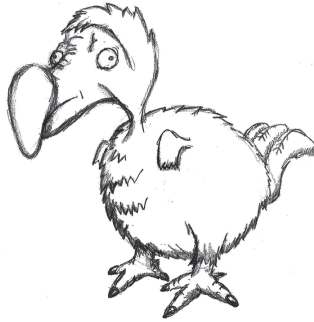
В этой книге мы не только восприняли эту смену точки зрения, но и низвергли других идолов квантовой теории. Мы утверждаем, что следует не только изменить характер вопросов, предъявляемых к квантовой теории, но и

сменить язык, на котором она обсуждается!

Прежде чем принять этот вызов лицом к лицу, мы расскажем коротенькую историю, демонстрирующую, как квантовый мир опровергает то, что принято считать интуитивно очевидным...

1.1. ПИНГВИНЫ И БЕЛЫЙ МЕДВЕДЬ

В квантовой теории рассматриваются весьма специфические физические системы – зачастую очень маленькие – и отличия их поведения от того, к чему мы привыкли в повседневной жизни. К типичным физическим системам, подчиняющимся квантовым законам, можно отнести такие микрочастицы, как фотоны и электроны. Но пока отвлечемся от этого и начнем рассмотрение с более «оперной» квантовой системы. Вот Дэйв:



Это птица додо. Не простой, ничем не примечательный додо, а *квантовый додо*. Будем предполагать, что Дэйв ведет себя так же, как мельчайшая нетривиальная квантовая система, двухуровневая, которую в наши дни принято называть квантовым битом, или *кубитом*. Сравним состояние Дэйва и его классического аналога, *бита*. Биты – это строительные блоки классических компьютеров (мы еще поговорим об этом), а кубиты – строительные блоки квантовых компьютеров. Вот свойства бита:

- 1) допускает два состояния, которые мы привычно называем 0 и 1;
- 2) может быть подвергнут действию любой функции;
- 3) может быть беспрепятственно прочитан.

Слова «может быть подвергнут действию любой функции» означают, что мы можем применить к биту любую функцию, изменяющую его состояние. Например, функция НЕ изменяет состояние на противоположное (0 на 1, 1 на 0), а функция «константа 0» переводит любое состояние в 0. Слова «может быть беспрепятственно прочитан» означают, что мы можем прочитать состояние любого бита в памяти компьютера, ничего не повредив и не изменив это состояние.

Это настолько очевидно, что даже странно писать... но лишь до тех пор, пока мы не сравним с квантовым аналогом. Вот свойства кубита:

- 1) допускает целую сферу состояний;
- 2) может быть подвергнут вращениям этой сферы и никаким другим операциям;
- 3) доступ к нему возможен только со стороны специальных процессов, называемых *квантовыми измерениями*, этот доступ ограничен и отнюдь не безобиден.

Множество состояний, занимаемых системой, называется ее *пространством состояний*. Для классического бита это пространство состоит всего из двух состояний, тогда как у кубита может быть бесконечно много состояний, которые можно наглядно представить в виде сферы. В квантовой теории это пространство состояний называется *сферой Блоха*. Для объяснений подойдет любая сфера, поэтому возьмем просто Землю. На Земле достаточно места для двух состояний бита, так что поместим 0 на Северный полюс, а 1 – на Южный:



Как именно выбрать полюса, не важно, но важно, чтобы они были *диаметрально противоположными* точками сферы – антиподами.

Поскольку к сфере состояний кубита можно применять только вращения, то нельзя одновременно отобразить 0 и 1 в 0 (как в случае классического бита), поскольку такого вращения не существует. С другой стороны, есть масса способов поменять местами 0 и 1, поскольку существует много (различных!) вращений, переворачивающих сферу.

А что такое квантовые измерения? Как и при чтении обычного бита, измерение кубита дает один из двух ответов (например, 0 или 1, отсюда и название кубит). Однако этот акт «измерения» вовсе не так безобиден, как простое чтение бита для получения его значения. Чтобы прочувствовать это, вернемся к Дэйву. Поскольку кубиты могут обитать в любой точке мира, Дэйв – как и одна особенно знаменитая (классическая) птица додо – живет в Оксфорде:



Предположим теперь, что мы хотим установить, где живут определенные животные, при следующих предположениях:

- 1) разрешено только спрашивать, живет ли животное в определенном месте на Земле или в диаметрально противоположном ему;
- 2) все животные могут разговаривать и всегда отвечают «правильно»;
- 3) хищные животные не едят спрашивающего.

Если спросить белого медведя, живет ли он на Северном полюсе или на Южном, тот ответит «на Северном полюсе». Если снова задать тот же вопрос, он опять ответит «на Северном полюсе», потому что именно там живут белые медведи. Аналогично, если спросить пингвина, он будет отвечать «на Южном полюсе» столько раз, сколько мы задаем вопрос.

С другой стороны, что скажет Дэйв, если спросить его, живет ли он на Северном или на Южном полюсе? Дэйв просто не поймет вопроса, но поскольку додо немного туповаты, все равно ответит. Однако, согласно предположению 2, все животные отвечают правильно. Следовательно, раз Дэйв сказал «на Северном полюсе», значит, так оно и есть: он действительно находится на Северном полюсе!



Если повторить вопрос, он снова ответит «на Северном полюсе» и будет твердить это, пока его не съест белый медведь (рис. 1.1). Но если бы он в самом начале сказал «на Южном полюсе», то немедленно там и оказался бы.





Рис. 1.1 ❖ Белый медведь, пытающийся произвести «возмущающее измерение» Дэйва

Так что вне зависимости от ответа Дэйва его состояние изменилось. Информация о том, что первоначально он находился в Оксфорде, утрачена навсегда. Это явление, известное как *коллапс* квантового состояния, имеет место почти для всех вопросов (т. е. измерений), которые мы можем задать. Важно, что коллапс почти всегда *недетерминирован*. Не измерив Дэйва, мы почти никогда не узнаем, окажется ли он на Северном полюсе или на Южном. «Почти», за одним исключением: если спросить Дэйва, находится ли он в Оксфорде или на островах Антиподов, он ответит «в Оксфорде» и останется на месте.

Квантовая теория не может уверенно предсказать судьбу Дэйва, но может вычислить *вероятности* того, куда коллапсирует Дэйв: на Северный полюс или на Южный. В данном случае квантовая теория говорит, что Дэйв с большей вероятностью окажется на Северном полюсе и будет съеден белым медведем, а не на Южном полюсе, где замерзнет в компании пингвинов.

Птицы додо вымерли не без причины...

1.2. Так что же тут нового?

Прошло уже почти сто лет с момента несчастливого путешествия Дэйва на Северный полюс. А в последние двадцать лет мы стали свидетелями резкого подъема интереса к новым исследованиям в квантовой теории, от пересмотра базовых концепций (рис. 1.2) до появления принципиально новых технологий. Хрестоматийный пример – *квантовая телепортация*, когда нелокальные аспекты квантовой теории применяются для передачи квантового состояния на большие (иногда) расстояния, и при этом из классической коммуникации используется малая крошечка (точнее, две малые крошечки – бита...). Квантовая телепортация демонстрирует тонкую связь между квантовой теорией и структурой пространства-времени на самом глубоком уровне. В то же время она является шаблоном важной квантовой вычислительной модели (основанные на измерениях квантовые вычисления) и составной частью многих квантовых коммуникационных протоколов.

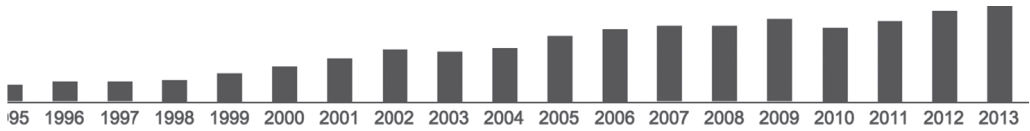


Рис. 1.2 ❖ Согласно Google Scholar, цитируемость статьи Эйнштейна, Подольского и Розена, в которой впервые была описана квантовая нелокальность, за последние двадцать лет многократно возросла, и теперь она стала самой цитируемой статьей Альберта Эйнштейна. А учитывая конкуренцию, это говорит о многом

Квантовая теория в том виде, в котором мы ее теперь знаем – т. е. ее формулировка в терминах *гильбертовых пространств*, – увидела свет в 1932 году в книге фон Неймана «Математические основы квантовой механики». С другой стороны, квантовая телепортация была открыта только в 1992 году. Отсюда вопрос:

Почему для открытия квантовой телепортации понадобилось 60 лет?

Первое объяснение состоит в том, что в рамках традиций физических исследований за эти 60 лет вопрос о том, возможно ли нечто, подобное квантовой телепортации, попросту никогда не задавался. Он стал очевиден, лишь когда исследователи вышли за рамки существующей научной традиции и задали на первый взгляд странный вопрос:

Каковы особенности квантовой теории с точки зрения обработки информации?

Однако можно сделать еще один шаг и спросить, почему для открытия телепортации оказалось необходимо сначала задать этот вопрос. Почему тот факт, что квантовая теория допускает квантовую телепортацию, не был так же очевиден, как то, что молотком можно забивать гвозди? Наш ответ на этот вопрос заключается в том, что традиционный язык гильбертовых пространств не слишком хорош для выражения многих аспектов квантовой теории и, в частности, таких, которые, подобно телепортации, включают взаимодействие нескольких систем во времени и в пространстве. Поэтому мы задаем новый вопрос:

Какой язык больше подходит для рассуждений о квантовой теории?

Именно ответу на этот вопрос и посвящена наша книга. Читатель узнает о многих квантовых особенностях, важность которых возросла в связи с появлением таких новых дисциплин, как квантовые вычисления, квантовая информация и квантовые технологии, и о том, как эти разработки идут рука об руку с возрождением интереса к изучению оснований квантовой теории. Все это будет сделано с помощью новаторского представления квантовой теории с помощью диаграмм. Мы не только создадим двумерную нотацию для описания квантовых процессов и рассуждений о них, но и опишем уникальную методику, позволяющую обращаться с квантовыми процессами и, что особенно важно, с *композициями* квантовых процессов, как с полноправными гражданами.

1.2.1. Новое отношение к квантовой теории: особенности

С момента возникновения квантовой теории многие выдающиеся мыслители испытывали от нее глубокое неудовлетворение. В начале XX века были приложены колоссальные усилия и привлечена изощренная математика, чтобы преде-

монстрировать наличие *парадоксов* в квантовой теории. Все началось со ставшей знаменитой работы Эйнштейна, Подольского и Розена (ЭПР), написанной в 1935 году, в которой утверждалось, что квантовое состояние дает «неполное описание» физической реальности. Грубо говоря, по их мнению, чего-то не хватает, чтобы придать квантовой теории смысл, не противоречащий нашим традиционным интуитивным представлениям. Однако в 1964 году Джон Белл показал, что любая попытка «пополнить» квантовую теорию согласно стандартам ЭПР обречена на неудачу, и тем самым похоронил традиционные интуитивные представления о квантовой теории. Белл показал, что в самих основаниях квантовой теории таится фундаментальная неустранимая нелокальность (рис. 1.3).

Если теория относительности привела Эйнштейна к красивому и элегантно-му описанию Вселенной в макроскопическом масштабе, то квантовая теория, казалось, только замутила воду. И эта фраза более-менее точно характеризует восприятие квантовой теории большинством ученых. Есть два основных способа преодолеть неудовлетворенность «квантовой странностью». Первый – просто игнорировать концептуальные сложности. Такое отношение превалировало в сообществе физики элементарных частиц, провозгласившем лозунг «заткнись и считай». Альтернатива – с головой погрузиться в концептуальные проблемы, окружающие квантовую теорию, пожертвовав большую часть жизни (не говоря уже о рассудке) на их «исправление».

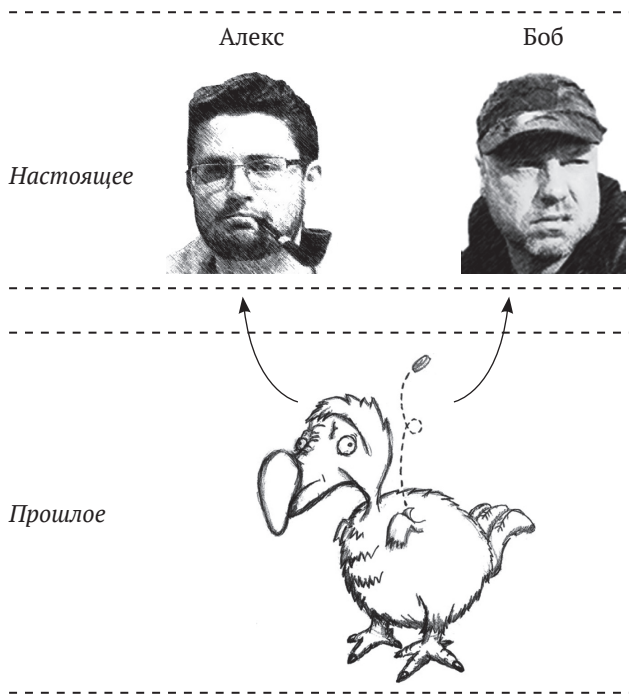


Рис. 1.3 ❖ Нелокальность квантовой теории означает, что квантовые особенности невозможно объяснить средствами классической вероятностной модели. Иными словами, существуют ситуации (не та, что описана выше), когда удаленные наблюдатели, производящие квантовые измерения, видят статистические корреляции, которые нельзя объяснить общей причиной



Рис. 1.4 ❖ Алиса спрашивает Дэйва об отношениях Алекса и Боба

Затем в начале 1980-х годов произошел важный перелом в отношении, который можно свести к простому вопросу:

А что, если так называемые дефекты квантовой теории на самом деле особенности?

Иными словами, пришло понимание того, как много можно выиграть, если принимать квантовую теорию такой, как она есть, и попытаться уяснить, как использовать «квантовую странность» во благо. Можно даже надеяться, что это позволит нам лучше познакомиться с квантовостью, привыкнуть к ее странностям, и, быть может, вновь обретенная не столь традиционная интуиция даже начнет наполняться смыслом.

И действительно, квантовая нелокальность, которую Эйнштейн когда-то воспринимал как некое нежелательное «жуткое дальное действие», внезапно оказалась ключевым ресурсом. Фактически за много лет до того, как программисты стали использовать приведенную выше фразеологию для оправдания собственной лени при отладке («Это не дефект, а особенность!»), Ричард Фейнман уже указал, что есть, по крайней мере, одна вещь, в которой квантовые системы по-настоящему хороши: моделирование квантовых систем! Оказывается, что эту задачу весьма трудно решить с помощью обычного классического компьютера. На протяжении последующих десятилетий ученые открыли множество странных и удивительных вещей, на которые способны квантовые системы: отправлять защищенные сообщения, телепортировать физические системы, эффективно разлагать большие числа на простые множители.

Вновь вспыхнувший интерес к квантовым особенностям породил несколько новых дисциплин: квантовые вычисления – как можно использовать квантовые системы для вычислений; квантовая теория информации – каковы последствия включения квантовых явлений в сбор и передачу информации; квантовые технологии – как практически создавать устройства, в которых квантовые особенности применяются для того, чтобы сделать нашу жизнь лучше.

```

0 0 1 1 0 1 0 0 1 1 1 0 1 0
0 1 0 1 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 0 1 0 0
0 1 1 1 0 0 1 1 1 0 0 0 1 1
1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 1 0 1 0
0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 1 0 0 1 0
0 1 1 1 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0
1 1 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0
0 1 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0
0 1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 1 0 1
1 0 0 1 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0
0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 1
1 1 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 0
0 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0

```

против

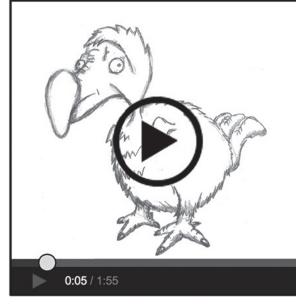


Рис. 1.5 ❖ Сравнение низкоуровневого и высокоуровневого представлений цифровых данных, присутствующих в вычислительном устройстве

1.2.2. Новый вид математики: диаграммы

Подчеркнем, что открытие новых квантовых явлений было делом нетривиальным, и в нем участвовали весьма одаренные люди. Рискнем сделать смелое заявление: если принять язык, подходящий для квантовой теории, то эти явления бросаются в глаза. Напротив, традиционный язык квантовой теории, гильбертово пространство, является серьезным препятствием на пути к открытию таких явлений. Чтобы понять, почему это так, воспользуемся простой метафорой.

Представьте, что вы пытаетесь определить, что снято на видео, глядя лишь на его цифровую кодировку (рис. 1.5). Очевидно, что это практически невыполнимая задача. Хотя цифровые данные, т. е. последовательности нулей и единиц, действительно являются рабочей лошадкой технологии и хотя «в принципе» можно понять, как с их помощью закодированы мультимедийные файлы на вашем жестком диске, поручение декодировать конкретную двоичную последовательность больше напоминает наказание для корыстолюбивых банкиров и коррумпированных политиков, чем решение интересной задачи.

Разумеется, даже от опытного программиста не ждут прямой работы с двоичными данными. Где-то по пути к современному программированию был придуман язык ассемблера, который позволяет переводить понятное человеку (не всякому) представление в команды процессора. И хотя при этом писать программы, управляющие компьютером, стало проще, все равно, чтобы понять, что делает кусок кода на ассемблере, придется не раз почесать затылок. Использование *низкоуровневых языков* типа языка ассемблера создает искусственный барьер между программой и выражаемой ей концепцией и ставит практические пределы сложности задач, решаемых программами. Поэтому сегодня практически все программисты пишут на *высокоуровневых языках* (рис. 1.6).

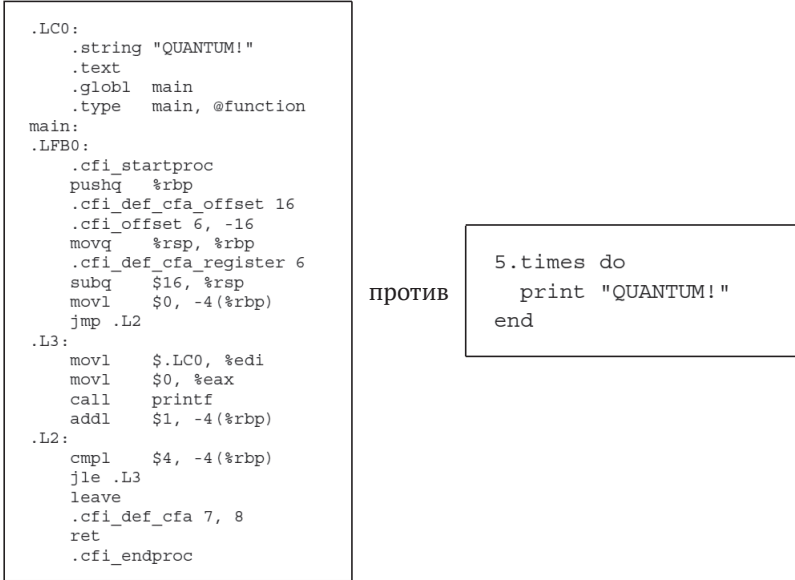


Рис. 1.6 ❖ Сравнение низкоуровневого и высокоуровневого языков программирования. Обе программы, слева и справа, решают одну и ту же задачу, но первая написана на низкоуровневом языке ассемблера x86, а вторая на высокоуровневом языке Ruby

А «открытие новых квантовых явлений» в терминах традиционного (т. е. низкоуровневого) языка квантовой теории, а именно «последовательностей комплексных чисел» (вместо «последовательностей нулей и единиц»), ничуть не легче. Этим и объясняется тот факт, что для открытия квантовой телепортации потребовались усилия шести авторитетнейших ученых, и произошло это спустя 60 лет после создания формализма квантовой теории. С другой стороны, язык диаграмм, который мы используем в этой книге, является *высокоуровневым* языком для исследования квантовых явлений (рис. 1.7). Вскоре мы увидим, что стоит принять его в качестве языка квантовой теории, как явления наподобие квантовой телепортации станут очевидны!

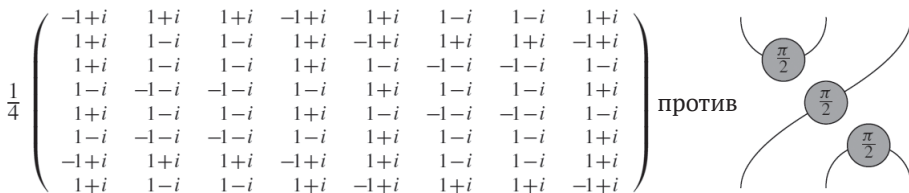


Рис. 1.7 ❖ Сравнение низкоуровневого и высокоуровневого языков квантовых процессов аналогично сравнению низкоуровневого и высокоуровневого представлений данных на рис. 1.5 и сравнению низкоуровневого и высокоуровневого языков программирования на рис. 1.6

Хотя это и выходит за рамки книги, стоит отметить, что используемый нами язык диаграмм нашел применения и в других областях, например моделирование

смысла в естественном языке (рис. 1.8), проведение доказательств в формальной логике, теория управления и моделирование электрических схем.

Диаграммы становятся все более важным инструментом исследования в таких экзотических разделах чистой математики, как теория узлов, теория представлений и алгебраическая топология. С помощью диаграмм мы устраняем из представлений математических объектов огромный объем избыточного синтаксического мусора (рис. 1.9), что позволяет сосредоточиться на важных свойствах самих объектов.

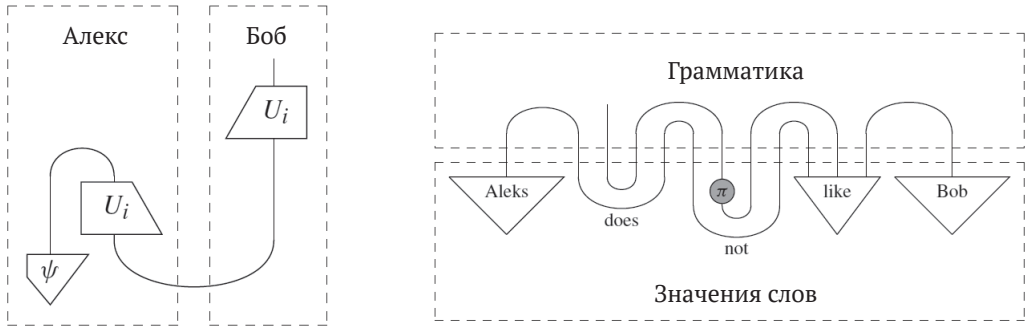


Рис. 1.8 ❖ Сравнение диаграммных представлений квантовых процессов с диаграммами «потока смысла» в естественном языке. Хотя контексты сильно различаются, Алекс и Боб отлично чувствуют себя в обоих благодаря схожести диаграмм. В диаграмме, относящейся к естественному языку, верхняя часть представляет грамматическую структуру, нижняя – значения отдельных слов, а связи показывают, как значения слов взаимодействуют, порождая смысл всего предложения

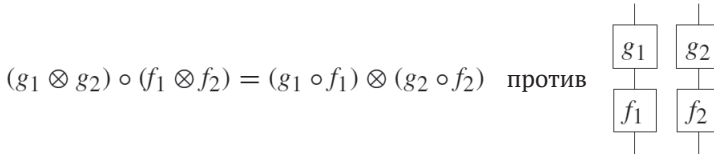


Рис. 1.9 ❖ Два разных синтаксических описания одной и той же диаграммы. На символическом языке слева два синтаксически неодинаковых выражения, возможно, означают одно и то же. С другой стороны, на графическом языке справа существует только одно представление. Этот пример подробно обсуждается в разделе 3.2.4

Имеются ясные признаки того, что роль диаграммных рассуждений в науке в целом неуклонно возрастает, и эта книга – первая попытка дать полное изложение такого большого предмета, как квантовая теория, исключительно на этом новом языке. Прочитав эту книгу – а еще лучше прослушав курс на ее основе, – вы, подобно обезьянам, запущенным в космос в 1960-х годах, станете «первыми покупателями» (или «подопытными экземплярами») в этом совершенно новом магазине.

1.2.3. Новое основание физики: процессные теории

Приняв диаграммный язык в качестве формальной основы для описания квантовой теории (или любой другой физической теории), мы соглашаемся по-новому взглянуть на физические теории.

Прежде всего в традиционных физических системах во главу угла ставится понятие «состояния системы», тогда как в диаграммных теориях естественно трактовать произвольные процессы наравне с состояниями. Состояние в этом случае рассматривается как частный случай процесса – процесс «подготовки». Иными словами, происходит сдвиг от вопроса «чем является» к вопросу «что происходит», что, очевидно, сулит больше интересного. Здесь можно провести аналогию с информатикой, в которой время и силы тратятся в основном на рассуждения о процессах (т. е. программах), а состояния (данные) нужны лишь для того, чтобы программы их использовали и обменивались ими. Также становится ясно, что акцентировать внимание следует не на отдельных программах, а на совокупностях *взаимодействующих* программ – только так можно понять комплексные распределенные компьютерные системы, которые играют все более важную роль в современном мире.

Еще один пример, когда изучение взаимодействий критически важно для понимания системы, возникает в биологии. Хотя в принципе информацию об оперении птицы можно вывести из ее генетического кода, это не объясняет, почему у нее именно такое оперение. С другой стороны, если посмотреть, где обитает животное и как оно привлекает партнера, то ответ на этот вопрос сразу становится очевиден. Так и наш подход к физике основан на изучении не отдельных систем, а общей структуры и композиции многих систем и процессов. Таковую структуру, состоящую из всех «допустимых процессов» и их взаимодействий, мы называем *процессной теорией*.

Шрёдингер довольно рано осознал, что самые поразительные неклассические особенности квантовой теории проявляются при рассмотрении не одной системы, а совместного поведения нескольких систем. Квантовые системы не ведут себя как совокупность индивидуумов, а устанавливают сложные взаимосвязи, благодаря которым становятся возможны удивительные вещи:

Если две системы, о состоянии которых нам известно по их представителям, вступают во временное физическое взаимодействие, обусловленное известными действующими на них силами, и если по прошествии некоторого периода взаимовлияния системы снова разделяются, то их уже нельзя описать так же, как прежде, а именно наделив каждую собственным представителем. Я бы назвал это не одной из, а самой характерной чертой квантовой механики – той, что вынуждает отказаться от классических способов рассуждения.

Шрёдингер говорит, что самая важная характеристика квантовой механики становится видна только при изучении взаимодействия двух систем. Поэтому можно было бы ожидать, что любой подход к квантовой теории должен начинаться с повышенного внимания к композиции. Но странно – ни в одном выбранном наугад учебнике по квантовой механике такая точка зрения не встречается. И лишь в конце 1990-х годов – в немалой степени благодаря открытиям, о которых мы сказали в разделе 1.2.1, – эта идея вновь стала приоритетной.

Разумеется, концепция процессной теории выдвигает композицию на первый план и предлагает естественный способ рассуждения о процессах. Следует уделять меньше внимания низкоуровневым аспектам математического определения процессов, а сосредоточиться на поиске высокоуровневых принципов, управляющих их взаимодействием. В совокупности эти принципы составляют то, что можно назвать *логикой взаимодействия* в процессной теории. Фон Нейман также

полагал, что квантовую теорию следует интерпретировать в терминах логических принципов. Спустя три года после публикации «Математических основ» фон Нейман писал:

Я хочу сделать признание, которое может показаться аморальным: «Я больше абсолютно не верю в гильбертово пространство».

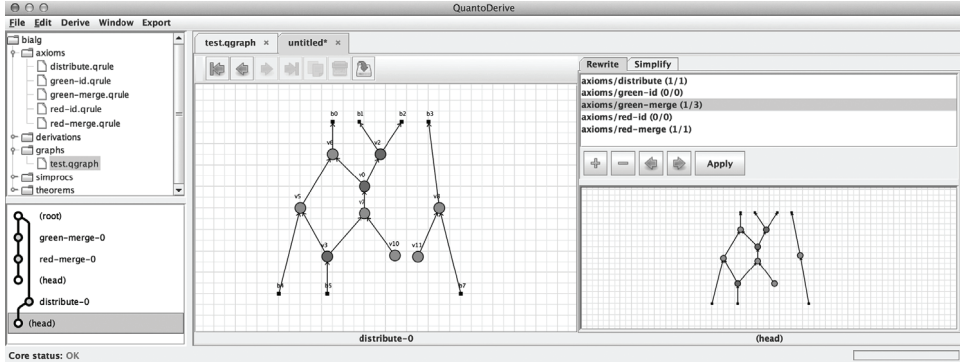


Рис. 1.10 ❖ Quantomatic: средство доказательства теорем с помощью диаграмм

Далее он пишет, что физический смысл в квантовой теории имеет не структура гильбертова пространства, а квантовый аналог «логических суждений» (пропозиций), т. е. свойства, которые можно проверить с помощью квантовых измерений. Однако этому новому виду логики, названному *квантовой логикой*, не удалось заменить гильбертово пространство в качестве концептуальной основы квантовой теории. И основным препятствием стала концентрация на отдельных системах и неспособность включить в концепцию композицию систем. С прагматической точки зрения, переход от гильбертова пространства к квантовой логике затруднил установление новых фактов и открытие новых квантовых особенностей, даже для установления базовых фактов от его адептов требовалась незаурядная изобретательность.

Напротив, новый вид логики взаимодействия, основанный на процессных теориях, быстро стал практическим инструментом высокоуровневых рассуждений о квантовых системах, и не только – не в последнюю очередь благодаря интуитивно понятному языку диаграмм. Он даже лег в основу диаграммного *доказывателя теорем* – интерактивной программы Quantomatic, которая автоматически или полуавтоматически строит доказательства (рис. 1.10).

Так как же мы назовем этот новый способ рассуждения о квантовой теории, опирающийся исключительно на диаграммы и делающий акцент на процессах и логике их взаимодействия? Поскольку термин «квантовая логика» уже занят, придется использовать чуть более образное название...

1.2.4. Новая парадигма: квантовый пикторализм

В разделе 1.2.1 мы говорили, что неудовлетворенность квантовой теорией мешала осознать, что на самом деле является квантовыми особенностями и как их можно применить во благо. Впоследствии, задавая правильный «позитивный» вопрос, удалось открыть много новых особенностей. Далее мы высказали утверждение,

что при наличии адекватного математического языка квантовые особенности стали бы очевидны. Можно сделать еще один шаг и спросить себя: «А быть может, такой математический язык не просто удобнее для работы, но и ближе к тем элементам, из которых состоит мир?»

Святым Граалем теоретической физики является построение теории квантовой гравитации. Очень может быть, что для разработки непротиворечивой теории квантовой гравитации придется ослабить некоторые ключевые предположения квантовой теории. Стандартная формулировка теории на основе гильбертова пространства предстает в виде неразрывного целого, поэтому необходимо найти альтернативное представление, которое позволило бы отделить существенные свойства от случайных. Следовательно, представление, соответствующее истинному миру, имело бы чрезвычайную важность.

До недавнего времени едва ли не все попытки найти такое представление страдали уже упомянутыми выше навязчивыми идеями, т. е. в качестве отправной точки брали какой-то дефект квантовой теории:

- *C**-алгебры: некоммутативность «квантовых наблюдаемых»;
- квантовая логика: недистрибутивность «квантовых пропозиций»;
- квантовая теория меры: неаддитивность «квантовых мер».

(Просим прощения за математический жаргон.) Точный смысл всего вышеперечисленного неважен, важно лишь, что во всех этих подходах на первое место выдвигается свойство, которым квантовая теория не обладает. И что с этим делать? Насколько полезно знать, что рыба не является птицей додо? Не очень полезно, поскольку отвертка – тоже не додо.

Вместо того чтобы ставить во главу угла свойства, которых у квантовой теории нет, следует поискать новые уникальные возможности, предлагаемые квантовой теорией. Мы утверждаем, что самые интересные свойства квантовой теории – диаграммные, что подводит нас к первому «определению» в этой книге.

Определение 1.1. Под *квантовым пикторализмом* понимается использование диаграмм для описания и рассуждения обо всех существенных особенностях взаимодействующих квантовых процессов таким образом, что диаграммные равенства становятся фундаментальной основой квантовой теории.

Теперь взглянем на квантовый пикторализм в действии. Рассмотрим следующий дефект квантовой теории: «Состояние двух квантовых систем в общем случае невозможно разделить на независимые состояния систем *A* и *B*». По-другому то же самое можно выразить так: мы можем «засвидетельствовать» неразделимость, заметив, что существуют *максимально запутанные состояния* двух систем, что можно лаконично охарактеризировать одним (очень полезным!) графическим равенством (рис. 1.11).

Второй «позитивный» эффект, изучаемый в этой книге, – *существование дополнительных измерений*. Соответствующее «негативное» утверждение состоит в том, что многие квантовые измерения не являются *совместимыми* (т. е. не могут быть произведены одновременно). На самом деле упомянутые выше некоммутативность и недистрибутивность как раз и призваны уловить эту несовместимость измерений. Напротив, *максимальная несовместимость*, выраженная вторым равенством на рис. 1.11, представляет реальное квантовое поведение, которое можно наблюдать экспериментально и использовать, например, при проектировании квантовых протоколов безопасности.



Рис. 1.11 ❖ Две квантовые особенности, «существование максимально запутанных состояний» и «существование дополнительных измерений», в терминах графических примитивов. Этим особенностям посвящены соответственно главы 4 и 9

Теперь можно даже спросить, достаточно ли таких особенностей, чтобы полностью охарактеризовать квантовую теорию. Можно ли построить новый формализм квантовой теории, в котором аксиомы, представляющие существенные физические свойства, определяются с помощью элегантных диаграмм? Хотя эта история еще далеко не закончена, ответ, похоже, утвердительный. Мы надеемся, что в процессе чтения данной книги вы испытаете такое же удовольствие от установления этого факта, какое когда-то испытали мы.

1.3. ИСТОРИЧЕСКИЕ ЗАМЕЧАНИЯ И ССЫЛКИ

В конце каждой главы, в том числе и этой, мы приводим краткую историческую справку по изложенному в ней материалу. В этой вводной главе мы затронули много вещей, которые будут подробнее рассмотрены в последующих главах, поэтому раздел получился довольно объемным.

Прежде всего несколько слов о птицах додо. Они вымерли в 1680 году. Останки единственного сохранившегося экземпляра додо ныне покоятся в Музее естественной истории Оксфордского университета. Поэтому появление додо Дэйва – дань уважения как к «оксфордскому додо», так и к другому знаменитому додо, выведенному в психоделическом путешествии Алисы в Страну чудес нашим собратом по Оксфорду и специалистом по математической логике Льюисом Кэрроллом (Carroll, 1942). Так вышло, что наш герой погребен меньше чем в 100 метрах от места, где впервые был экспериментально продемонстрирован квантовый алгоритм (Jones et al., 1998), а также от помещения, в котором была написана эта книга.

Настоящие квантовые системы, в отличие от воображаемых квантовых додо, впервые были идентифицированы как таковые Максом Планком (Max Planck, 1900), работа которого дала толчок растянувшимся на 30 лет попыткам построить формализм квантовой теории в том виде, в котором мы его сейчас знаем, и в конечном итоге привела к квантовой теории в формулировке фон Неймана, основанной на гильбертовом пространстве и линейных отображениях (von Neumann, 1932). Вышедшие с тех пор стандартные учебники квантовой теории по-прежнему очень напоминают оригинал – конечно, за исключением этого!

Статья ЭПР (Einstein et al., 1935) чаще всего трактуется как неудовлетворенность Эйнштейна квантовой теорией. Сам Эйнштейн никогда не подтверждал своего авторства формулировок в статье ЭПР и позже опубликовал статью только от своего имени (Einstein, 1936). Как было отмечено выше, статья ЭПР ныне считается первой работой, указывающей на квантовую нелокальность, поскольку в ней явно подчеркнута противоречие между квантовой теорией и предположе-

нием о «локальном реализме». Джон Белл (1964) усилил это утверждение, доказав общую теорему о локально реалистичных моделях и показав, что если квантовая теория корректна, то она обязана нарушать предположение о локальном реализме. Современная концепция локального реализма заключается в том, что вероятностные корреляции между событиями, наблюдаемыми в разных местах, можно объяснить классической причинно-следственной вероятностной моделью (см., например, Pearl, 2000). Даже в наши дни поиск уточнений и обобщений теоремы Белла является областью активных исследований (см., например, Wood and Spekkens, 2012).

Важно, что версия Белла допускает экспериментальную проверку, и нарушение локального реализма было много раз подтверждено экспериментально, начиная с работ Aspect et al. (1981, 1982). Таким образом, экспериментально установлено, что мир действительно «нелокален», как и предсказывала квантовая теория. Отметим, что против первоначального эксперимента выдвигался ряд возражений, указывающих на логические изъяны этой конкретной демонстрации нелокальности. Но с тех пор на все возражения дали ответы другие эксперименты (Weihs et al., 1998; Rowe et al., 2001; Hensen et al., 2015). Вообще, число различных экспериментов, подтверждающих ту или иную форму квантовой нелокальности, мягко говоря, впечатляет (см., например, Rauch et al., 1975; Zeilinger, 1999; Pan et al., 2000; Gröblacher et al., 2007).

Статья ЭПР способствовала также поиску интерпретаций квантовой теории. Поскольку ЭПР заявляла о неполноте квантовой теории, одно семейство интерпретаций ставило задачей пополнение теории, хотя, согласно теореме Белла, любая такая попытка по необходимости должна быть нелокальной. Наиболее известна интерпретация Дэвида Бома (David Bohm, 1952a, b) со скрытыми параметрами. Другая, излюбленная Голливудом, интерпретация со множественными мирами принадлежит Хью Эверетту III (Hugh Everett III, 1957). По умолчанию официальной считается Копенгагенская интерпретация Нильса Бора и Вернера Гейзенберга, хотя в глазах многих это и не интерпретация вовсе, поскольку, на первый взгляд, она не содержит ничего, кроме рецепта вычисления вероятностей. Подробный обзор и развернутое обсуждение интерпретаций квантовой теории можно найти в работе Bub (1999).

Лозунг «заткнись и считай» часто приписывается Ричарду Фейнману, который действительно воплощал его в своей работе, но на самом деле его провозгласил в мае 2004 года Дэвид Мермин (David Mermin), который вообще-то вовсе не прятался от фундаментальных вопросов квантовой теории. Он употребил этот термин, имея в виду не общую практику, принятую в физике элементарных частиц, а для того чтобы выразить свое отношение к Копенгагенской интерпретации (Mermin, апрель 1989).

Раз уж мы заговорили о Фейнмане, отметим, что он первым понял, что есть нечто такое, в чем квантовые системы действительно хороши: моделирование их самих (Feynman, 1982). Таким образом, его концепция квантового эмулятора сохранила первые ростки идеи квантовых вычислений. Открытие не столь самореперентных применений квантовых особенностей в обработке информации началось через несколько лет с появлением квантового распределения ключей (Bennett and Brassard, 1984). Год спустя в Оксфордском университете Дэвид Дойч (David Deutsch, 1985) сформулировал понятие универсального квантового компьютера –

квантового аналога универсальной машины Тьюринга (Turing, 1937). Это повлекло за собой открытие квантовых алгоритмов, значительно превосходящих все классические по производительности (Deutsch and Jozsa, 1992; Shor, 1994; Grover, 1996; Simon, 1997). Термин «кубит» ввел в обиход Шумахер (Schumacher, 1995).

Квантовая телепортация предложена в работе Bennett et al. (1993), а ее первая экспериментальная реализация описана в работе Bouwmeester et al. (1997). Вопрос о том, почему для открытия квантовой телепортации понадобилось 60 лет, был задан одним из авторов этой книги на семинаре в Институте теоретической физики Периметр, и на него сразу же дал ответ оказавшийся в аудитории Жиль Брассар (Gilles Brassard), один из авторов квантовой телепортации и первопроходец в области квантовой информации вообще. Он сказал, что прежде никто не занимался квантовыми особенностями в применении к обработке информации, поэтому и вопрос такой не возникал. Этот обмен мнениями документирован в работе Coecke (2005).

Используемые в этой книге диаграммы являются обобщением диаграмм Роджера Пенроуза (Roger Penrose, 1971), который ввел их в качестве альтернативы обычной тензорной нотации (см. раздел 3.6.1). Однако и до, и после этого было изобретено много подобных диаграммных языков.

Блок-схемы в теории языков программирования были одним из первых абстрактных представлений программ и алгоритмов. Эти блок-схемы, появившиеся в работе Gilbreth and Gilbreth (1922) под названием «диаграммы процессов», широко используются и во многих других дисциплинах. В квантовой информации применение диаграммных представлений началось с квантовых схем – нотации, заимствованной у схем, состоящих из логических вентилях, и дополненной рядом новых чисто квантовых вентилях (см., например, Nielsen and Chuang, 2010).

Диаграммная нотация, специально ориентированная на процессы, отвечающие за квантовую странность, впервые была введена в работах Coecke (2003, 2014a) и независимо в работе Kauffman (2005). Под эти диаграммы был подведен аксиоматический фундамент в работе Abramsky and Coecke (2004) и независимо в работе Baez (2006). Это проложило путь диаграммному подходу к квантовой теории в целом. Основными столпами, поддерживающими возведенное в этой книге здание, являются диаграммное представление смешанных состояний и вполне положительных отображений Селинджера (Selinger, 2007), диаграммное представление классических данных в виде «пауков» в работах (Coecke and Pavlovic, 2007; Coecke et al., 2010a), диаграммное представление фаз, дополнительной и введение сильной дополнительной, опять же в терминах пауков, в работе Coecke and Duncan (2008, 2011) и постулат о причинности, сформулированный в работе Chiribella et al. (2010). Термин «квантовый пикторализм» впервые предложен в работе Coecke (2009).

Перечислим важные темы в области квантовых вычислений и примыкающих к ней, которые были исследованы с помощью диаграмм: квантовые схемы (Coecke and Duncan, 2008), квантовые вычисления на основе (топологических) измерений (Coecke and Duncan, 2008; Duncan and Perdrix, 2010; Horsman, 2011), квантовое исправление ошибок (Duncan and Lucas, 2013), квантовый обмен ключами (Coecke and Perdrix, 2010; Coecke et al., 2011a), нелокальность (Coecke et al., 2011b, 2012) и квантовые алгоритмы (Vicary, 2013; Zeng and Vicary, 2014).

К структурным теоремам квантовой теории, вытекающим из диаграммного подхода, относятся теоремы о полноте (Selinger, 2011a; Duncan and Perdrix, 2013; Backens, 2014a; Kissinger, 2014b) и некоторые теоремы о представлении (Kissinger, 2012a; Coecke et al., 2013c).

Из рассматриваемых нами применений такого рода диаграмм к другим научным дисциплинам упомянем работы Coecke et al. (2010c) и Sadrzadeh et al. (2013) – естественные языки, Mellies (2012) – логика в информатике, Pavlovic (2013) – вычислимость, Hinze and Marsden (2016) – программирование, Baez and Fong (2015) – электрические схемы, Bonchi et al. (2014a) и Baez and Erbele (без даты) – теория управления, Hedges et al. (2016) – приложения теории игр в экономике, Baez and Lauda (2011) – протоистория, Baez and Stay (2011) – розеттский камень, Coecke (2013) – альтернативное Евангелие.

Обсуждение неудовлетворенности фон Неймана гильбертовым пространством приведено в работе Redei (1996), из которой мы заимствовали вторую из двух цитат в разделе 1.2.3. Попытки модификации, обобщения и аксиоматизации квантовой теории, в значительной степени вдохновленные квантовой логикой (Birkhoff and von Neumann, 1936), начались с работ Mackey (1963), Jauch (1968), Foulis and Randall (1972), Piron (1976) и Ludwig (1985). В работе Coecke et al. (2000) приведен их обзор. В работе Stubbe and van Steirteghem (2007) доходчиво описано, как решетки свойств приводят к гильбертову пространству. Обзор формализма «тестового пространства» (или «формализма мануалов») Фоулиса и Рэндалла приведен в работе (2000). Подход Людвиг в последнее время вновь стал популярен под названием «обобщенные вероятностные теории» (Barrett, 2007). Кроме того, несколько исследователей предприняло попытки объединить прежние аксиоматические подходы с диаграммами и (или) композиционной структурой (Harding, 2009; Heunen and Jacobs, 2010; Jacobs, 2010; Vicary, 2011; Abramsky and Heunen, 2012; Coecke et al., 2013a, b; Tull, 2016).

Идея о придании процессам привилегированной роли в квантовой теории уже встречалась в работах Whitehead (1957) (см. цитату в начале главы 6) и Bohr (1961), а в работе Bohm (1986) вышла на первый план. Онтологии процессов восходят еще к досократовым временам и прежде всего к Гераклиту Эфесскому, жившему в VI в. до н. э. (см. цитату в начале главы 2). Диаграммы, а следовательно, привилегированная роль процессов и их композиций, служат холстом для построения физических теорий в работах Chiribella et al. (2010), Coecke (2011) и Hardy (2011, 2013b).

Первая цитата в разделе 1.2.3 – о роли композиции в квантовой теории – взята из работы Schrödinger (1935). Первой настоящей «логикой взаимодействия» была *геометрия взаимодействия* из работы Jean-Yves Girard (1989), которая была переформулирована в виде, больше напоминающем язык, используемый в этой книге, в работе Abramsky and Jagadeesan (1994) и затем в работе Duncan (2006). Тот факт, что квантовый пикторализм можно рассматривать как логику взаимодействия, обосновывается в работе Coecke (2016), исходя из того, что корнями логики является язык, а использование логики – это искусственное рассуждение. Диаграммный доказыватель теорем Quantomatic описан в работе (Kissinger and Zamdzhiev, 2015) и во время написания этой книги еще активно разрабатывался. Его можно скачать с сайта проекта quantomatic.github.io.