

ББК 32.973я73

3 37

Затонский А. В., Тугашова Л. Г.

3 37 Моделирование объектов управления в MatLab: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2019. — 144 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-3270-7

В пособии приведены этапы идентификации статических и динамических объектов, объектов с распределенными и сосредоточенными параметрами. Пособие содержит подробные примеры в MatLab, может быть полезно при проведении лабораторных работ по курсу «Моделирование систем и процессов» с применением моделирующих программ.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлениям, связанным с использованием MatLab, для инженерных расчетов и моделирования.

ББК 32.973я73

Обложка

Е. А. ВЛАСОВА

© Издательство «Лань», 2019
© А. В. Затонский, Л. Г. Тугашова, 2019
© Издательство «Лань»,
художественное оформление, 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ	5
1.1. Предмет, цели и задачи моделирования	5
1.2. Классификация моделей	8
1.3. Непрерывные и дискретные модели в MatLab	12
2. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В MATLAB	17
2.1. Решение систем линейных алгебраических уравнений	17
2.2. Метод прогонки	17
2.3. Решение нелинейных алгебраических уравнений	19
2.4. Решение систем нелинейных алгебраических уравнений	21
3. РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ	22
3.1. Линеаризация	22
3.2. Численные методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	23
3.3. Решение ОДУ с помощью решателей	30
3.4. Решение дифференциальных уравнений в <i>Simulink</i>	34
4. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ	42
5. ОДНОФАКТОРНЫЕ РЕГРЕССИОННЫЕ МОДЕЛИ	55
5.1. Основные понятия интерполяции	55
5.2. Метод наименьших квадратов для однофакторной регрессионной модели	60
6. МНОГОФАКТОРНЫЕ РЕГРЕССИОННЫЕ МОДЕЛИ	73
7. МОДЕЛИРОВАНИЕ В <i>SYSTEM IDENTIFICATION TOOLBOX</i>	84
8. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ	95
9. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ	105
9.1. Основные понятия оптимизации	105
9.2. Критерии качества процесса ректификации	107
9.3. Классификация методов оптимизации и функции оптимизации MatLab	110
9.4. Линейное программирование	114
9.5. Задача квадратичного программирования	122
9.6. Задача оптимизации без ограничений	123
9.7. Задача оптимизации с ограничениями	125
10. ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В <i>SIMSCAPE</i>	128
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	139
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	140

Современное производство характеризуется возрастающей сложностью и многообразием операций и оборудования. Высокое качество получаемой продукции становится достижимым лишь при поддержании строго определенных технологических режимов. Особенностью современных научных методов исследования сложных процессов и систем является формализация их анализа при помощи математических моделей и составления набора правил — алгоритмов, описывающих изменение состояния изучаемой системы.

Модель — это объект, который мы используем для изучения другого объекта (оригинала). Модель и оригинал должны быть похожи, чтобы выводы, сделанные при изучении модели, можно было бы (с некоторой вероятностью) перенести на оригинал.

При проектировании и анализе объектов на один и тот же объект могут быть составлены различные математические модели. Выбор модели зависит от поставленных задач, требуемой точности решения, от наличия обоснованных исходных данных.

Использование методов математического моделирования применительно к анализу и расчету процессов нефтедобывающей и нефтеперерабатывающей технологии позволяет выявлять оптимальные условия их проведения.

Математические модели могут быть получены теоретически из законов физики (законы сохранения массы, энергии, импульса). Эти модели описывают внутренние связи в объекте и, как правило, наиболее точны. Второй способ — построение модели в результате наблюдения за объектом при различных входных сигналах, т. е. в результате идентификации. Объект рассматривается как «черный ящик», т. е. его внутреннее устройство неизвестно. Мы смотрим, как он реагирует на входные сигналы, и стараемся подстроить модель так, чтобы выходы модели и объекта совпадали как можно точнее при разнообразных входах. На практике часто используется смешанный способ: структура модели (вид уравнения, связывающего вход и выход) определяется из теории, а коэффициенты находят опытным путем.

Современные вычислительные средства позволяют без особых затрат времени решать сложные задачи управления в технических системах с использованием математических аппаратов. Если математическая модель служит для имитации поведения какого-либо реального объекта во времени, то она называется имитационной моделью. Среди средств моделирования можно перечислить такие компьютерные системы, как MatLab, Statistica, MathCAD, GPSS, предоставляющие разработчику разнообразные средства создания имитационных моделей.

Учебное пособие имеет цель — познакомить студентов с основными возможностями пакета MatLab для решения задач идентификации объектов управления.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ

1.1. Предмет, цели и задачи моделирования

В научном исследовании различают *объект* исследования и *предмет* исследования. Объектом исследования называют все то, на что направлена человеческая деятельность [1], некоторое не до конца познанное явление, процесс, материальный или нематериальный объект (в смысле нечто, реально существующее), порождающее проблемную ситуацию или требующее исследования, познания. Предмет исследования — нечто, помещенное в рамки объекта: обычно какое-то свойство, процесс, происходящий внутри объекта, через исследование которого познается сам объект.

Приведем примеры объектов и предметов исследования (табл. 1.1).

Таблица 1.1. Примеры объектов и предметов исследования

№ п/п	Объект	Предмет
1	Человек	Поведение в критической ситуации
2	Студент	Уровень знаний, умений и навыков
3	Автомобиль	Динамика разгона
4	Предприятие	Рентабельность предприятия
5	Фонд оплаты труда предприятия	Эффективность использования
6	Система передачи данных	Надежность
7	Конкретная целевая группа людей (например, школьники младших классов такой-то школы)	Особенности формирования творческого мышления

Цельное, полное исследование объекта обычно невозможно, так как объекты реального мира бесконечно сложны, и в рамках конкретного исследования ограничивается предметом исследования. Научный метод исследования заключается в том, что на основе наблюдений за объектом или (и) экспериментов с объектом накапливаются данные о нем, далее они систематизируются, корректируются (уточняются) и используются для проверки *гипотез* — предположений, обычно формулируемых в виде каких-то прогнозов поведения (развития) объекта или продукционных правил вида «если — то».

Для эксперимента, для исследования предмета познаваемый объект сначала умозрительно выделяется из окружающего мира. Такое выделение условно, поскольку на самом деле существует бесконечно большое множество взаимосвязей между любыми объектами. Разделение на *объект* и *внешнюю среду* производится, исходя из *цели исследования*. В качестве последней обычно выступает решение какой-нибудь *проблемы*, обнаруженной ранее в объекте исследования. Иногда (редко) в качестве самодостаточной проблемы выдвигается недостаток знания об объекте. Чаще, особенно в технике или технологии, проблемы осязаемы и материальны: недостаточная эффективность деятельности (в том числе прибыль или доход, надежность или удобство и т. п.), избыточное загряз-

нение окружающей среды, сложность обоснованного принятия решений при управлении или определении настроек автоматического регулятора заданного качества и т. д. Исследователь, аналитик, руководитель эвристически формулирует ряд *задач*, которые надо решить для достижения цели. Как правило, одной из задач является исследование объекта в рамках определенного ранее предмета исследования, т. е. эксперимент.

При выделении объекта из внешней среды определяются все ее существенные воздействия на объект, а также результат функционирования объекта, возвращаемый во внешнюю среду (рис. 1.1).

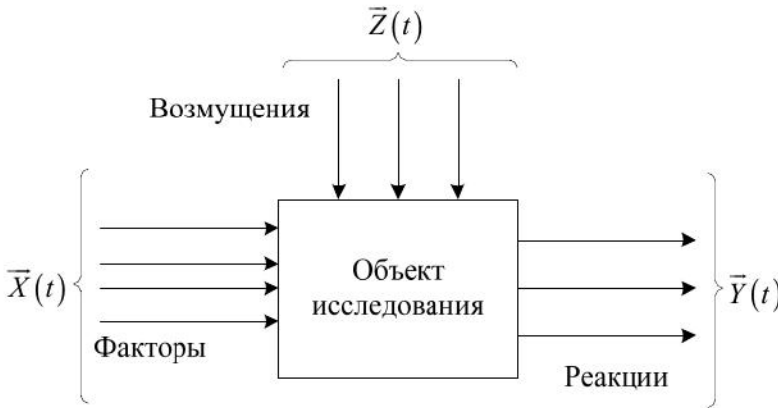


Рис. 1.1. Укрупненная схема объекта исследования

Факторами $\bar{X}(t) = \{X_1(t), X_2(t), \dots\}$ будем называть *наблюдаемые и управляемые* воздействия на объект, т. е. те, которые исследователь может измерить по какой-то шкале и при необходимости изменить их величину (значение, интенсивность) в зависимости от времени t . Возмущениями $\bar{Z}(t) = \{Z_1(t), Z_2(t), \dots\}$ будем называть все остальные воздействия окружающей среды на объект. Они иногда могут быть наблюдаемыми, но никогда не рассматриваются в качестве управляемых. Реакцией объекта $\bar{Y}(t) = \{Y_1(t), Y_2(t), \dots\}$ будем называть результат его функционирования. В реальности на объекты оказывает влияние множество факторов, и их называют *многофакторными* объектами (этот же термин далее применяется к их моделям). Объекты, для которых существенно воздействие только одного фактора, далее будем называть *однофакторными*. Подобным объектом, например, при определенных допущениях можно считать водопроводный кран — расход воды из него Y зависит только от угла поворота крана X : $0 \leq X \leq X_{\max}$.

Как и выделение объекта из окружающей среды, факторы и возмущения часто выбираются экспертно, эвристически в зависимости от решаемой задачи или цели исследования. Так, если целью исследования автомобиля (объекта) является его грузоподъемность (предмет исследования), то коэффициент трения колес по асфальту вряд ли будет учтен как фактор или даже как возмущение.

При определении в качестве предмета исследования динамики разгона этот коэффициент, безусловно, является возмущением, а если целью исследования является создание условий для безаварийной езды — фактором. Точнее, в последнем случае факторами будут рисунок протектора и материал покрышки автомобиля, которые вместе со свойствами поверхности проезжей части определяют коэффициент трения.

Пассивный эксперимент (наблюдение) предполагает накопление данных об объекте без вмешательства в его деятельность. При этом $\bar{X}(t)$ изменяется каким-то естественным образом, без воздействий со стороны экспериментатора. Примерами пассивного эксперимента могут быть определение: скорости течения воды в реке, качества бензина при ректификации нефти, давления на выходе редуктора газового баллона. При этом одновременно производится измерение не только перечисленных реакций, но и факторов: времени, параметров технологического процесса, уровня сжиженного газа в баллоне.

Активный эксперимент предполагает целенаправленное изменение значений факторов исследователем. Так, при идентификации объекта регулирования на его вход подается воздействие стандартного вида: $X(t_0 + \Delta t) = X(t_0) + \Delta X$, $\Delta t \rightarrow 0$, и фиксируется изменение реакции $Y(t): t \geq t_0$. Активный эксперимент позволяет быстрее и эффективнее решать задачи исследования, например минимизировать количество опытов (или, что то же самое, получить результат заданного качества за время, меньшее, чем при использовании только наблюдения). Но он требует больших материальных затрат и может помешать нормальному ходу процесса или развитию объекта. Иногда отсутствует возможность проведения активного эксперимента (например, при исследовании явлений природы; опасных для человека или общества объектов; объектов, в которых изменения происходят слишком быстро или слишком медленно). Принципиально неосуществимы эксперименты с прошлым какого-либо государства или народа. Невозможно (по крайней мере в настоящее время) провести эксперимент по прямому исследованию структуры звезд. Многие эксперименты неосуществимы в силу своей дороговизны или рискованности для человека и (или) среды его обитания. К ним можно отнести, например, эксперименты с массовым повышением заработной платы всем работникам бюджетной сферы, эксперименты по выявлению влияния концентрации конкретного химического вещества на пригородный биогеоценоз или эксперименты с ядерным реактором.

Чтобы избежать недостатков активного эксперимента, его часто проводят не на исходном объекте, а на замещающем его, другом материальном или умозрительном объекте. Такой объект называют «моделью».

Модель — это специально создаваемый для изучения некоторых свойств оригинала материальный или нематериальный объект. Соответственно, *моделирование* — исследование некоторых свойств исходного объекта по поведению модели. Таким образом, для успешного моделирования модель должна быть в каком-то смысле *аналогична* исследуемому объекту, т. е. одинаковые изменения факторов должны вызывать одинаковые (или сопоставимые) изменения реакций: $Y = f(X)$.

Целью моделирования является изучение предмета исследования, т. е. каких-то наперед заданных свойств, прогнозирования поведения объекта исследования. Для достижения цели надо последовательно решить ряд *задач* моделирования, т. е. выполнить некоторые конкретные действия. В зависимости от вида модели (см. в следующем разделе) задачи моделирования могут быть разными, но обычно сводятся к:

- 1) построению (доработке, уточнению) модели;
- 2) проверке адекватности или точности (погрешности) модели;
- 3) планированию модельного эксперимента;
- 4) проведению модельного эксперимента;
- 5) обработке результатов модельного эксперимента;
- 6) анализу достижения цели эксперимента.

Если цель эксперимента не достигнута, следует циклический переход к задачам 1 или 3.

Есть еще одно понимание задачи моделирования (или задачи модельного эксперимента) — какие именно неизвестные определяет поставленная цель моделирования. Если $Y = f(X)$, то будем называть:

- 1) прямой задачей моделирования — определение реакции Y при известных факторах X и модели $f(X)$;
- 2) обратной задачей моделирования — определение таких факторов X^* , при воздействии которых на объект достигается заданная реакция Y^* ;
- 3) задачей идентификации — определение неизвестной связи $f(\cdot)$, осуществляющей отображение $X \rightarrow Y$.

Прямая задача моделирования решается при поверочных расчетах конструкций («при такой толщине балки — какую нагрузку она выдержит?»). Обратная задача — при проектировании («какой должна быть толщина балки, чтобы она выдержала заданную нагрузку?»). При исследовании физического объекта или любого другого задача идентификации обычно решается как один из этапов построения модели рассматриваемого как «черный ящик».

Основные этапы идентификации следующие:

1. Структурная идентификация заключается в определении структуры математической модели на основании теоретических соображений.
2. Параметрическая идентификация включает в себя проведение идентифицирующего эксперимента и определение оценок параметров модели по экспериментальным данным.
3. Проверка адекватности — проверка качества модели в смысле выбранного критерия близости выходов модели и объекта.

Эта задача описывается в следующих главах.

1.2. Классификация моделей

Для того чтобы создать модель, отражающую существенные свойства исходного объекта, необходимо сначала определиться, какая *в целом* должна быть эта модель? Какие свойства объекта в данном конкретном случае считаются

существенными, а какие — нет? Обычно это происходит уже на этапе целеполагания, так как само задание на моделирование, сама проблема, которая ставится перед моделистом, обычно содержит достаточно указаний на то, какие свойства исследуемой системы считаются существенными, а какие — нет.

Один и тот же объект можно описать при помощи различных моделей. Выбор вида модели определяется как особенностями самого объекта, так и целями моделирования.

Одномерными называют объекты, имеющие один вход и один выход, *многомерные* объекты имеют несколько входов и несколько выходов. Объект называется *детерминированным*, если его выходное воздействие однозначно определяется структурой объекта и входными воздействиями и не зависит от неконтролируемых случайных факторов. В реальных условиях наблюдаемые выходные сигналы изменяются не только под воздействием наблюдаемых входов, но и из-за многочисленных ненаблюдаемых случайных помех. Если эти помехи малы или отсутствуют, то систему можно считать детерминированной. Система, в которой случайные помехи оказывают существенное влияние на выходные переменные, называется *стохастической*. Стохастическая (вероятностная) модель отражает воздействие случайных факторов, поэтому между входными и выходными переменными существует не однозначная функциональная зависимость, а вероятностная. Обычно переменные состояния стохастического объекта оцениваются в терминах математического ожидания, а входные воздействия — вероятностными законами распределения [2].

Невозможно определить полную классификацию моделей объектов. Приведем несколько важных классификаций моделей:

- аналоговые (физические) и математические (символьные);
- алгебраические и дифференциальные;
- линейные и нелинейные;
- статические и динамические;
- дискретные и непрерывные;
- сосредоточенные и распределенные.

Физическими являются модели, в которых свойства реального объекта представляются характеристиками аналогичной природы. Широко распространены *масштабные* аналоговые модели, когда объект (самолет, например) заменяется уменьшенной копией (например, для продувки в небольшой аэродинамической трубе). Значения реакций модели, полученные при натурном эксперименте, могут быть пересчитаны в реакции объекта при помощи *теории подобия* и критериальных уравнений, в которых все факторы приводятся к безразмерному виду, и таким образом удается абстрагироваться от размеров объекта.

К *математическим моделям* относятся те, в которых для описания характеристик объекта используются различные математические конструкции.

Набор наиболее распространенных математических моделей хорошо известен, хотя и постоянно пополняется. В числе них принято выделять:

— *алгебраические* модели, в которых модельное описание объекта может быть записано в явном виде: $y(x) = f(x)$; подобные модели в курсе школьной

физики принято называть *конечной формулой* и получать из известных физических законов;

— к алгебраическим относятся также *линейные* модели $y(\bar{x}) = a_0 + \sum_i a_i x_i$,

получившие в прошлые века широкое распространение из-за простоты;

— *дифференциальные* модели, точнее, модели в виде обыкновенных дифференциальных уравнений $\frac{dy(x)}{dx} = f(x, y(x))$;

— модели в дифференциальных уравнениях *в частных производных* $\frac{\partial y(\tau, x)}{\partial t} = f\left(x, \tau, y(\tau, x), \frac{\partial y(\tau, x)}{\partial x}, \dots\right)$;

— интегральные и т. д.

Все математические модели, кроме простейших алгебраических, для решения с их помощью обратных задач, задач оптимизации и управления требуют построения алгоритмических и программных моделей, т. е. применения методов вычислительной математики.

Динамическими называются модели, в которых одним из факторов является время τ : $y(\tau) = a_0 + a_1 \tau$, $y(\tau, x) = a_0 + a_1 \tau + a_2 x + a_3 \tau \cdot x$, $\frac{\partial y(\tau, x)}{\partial t} = a_0 + a_1 \frac{\partial^2 y(\tau, x)}{\partial x^2}$ и т. д. Модели, в которых поведение объекта не зависит от времени,

называются *статическими*. Собственно, все процессы в природе зависят от времени, просто многие *переходные* процессы через некоторое время приводят систему к стабильному, статическому состоянию.

Рассмотренные выше модели применимы для объектов, факторы и реакции которых способны изменяться непрерывно, т. е. их изменение может быть сколь угодно малым: $\{x_i, y\} \in R \forall i$. Такие объекты (и описывающие их поведение модели) называются *непрерывными*. К ним относятся почти все тепловые, гидравлические, электрические и механические, макроэкономические, социальные, экологические и другие объекты и системы. Моделями линейных непрерывных динамических объектов являются дифференциальные уравнения, передаточная функция, импульсная характеристика, частотные характеристики, модели для переменных состояния. Приведенные модели являются эквивалентными, т. е. зная любую из них, можно получить все остальные.

Однако существуют объекты, факторы и (или) реакции которых могут принимать одно из ограниченного набора значений: $x_i \in \{x_{i1}, x_{i2}, \dots\} = X_i$. К ним относятся элементы релейной и электронной логики, микроэкономические системы (если не считать наименьшую денежную единицу бесконечно малой величиной), механические системы с конечным количеством положений управляющего устройства и т. д. В случае если хотя бы один из факторов, воздействующих на объект, является таким, объект и описывающую его модель назы-