

СОДЕРЖАНИЕ

ВЫРАЖЕНИЯ, ТОЖДЕСТВА	5
Числовые выражения	5
Выражения с переменными	6
Сравнение значений выражений	9
Преобразование выражений	10
Тождества	11
Доказательство тождеств	12
Одночлены	13
Умножение одночленов. Возведение одночлена в степень	14
Многочлены	16
Формулы сокращённого умножения	20
Разложение на множители с помощью формул квадрата двучлена	22
Разность квадратов. Сумма и разность кубов	23
РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДРОБИ	28
Основное свойство рациональной дроби	28
Умножение и деление рациональных дробей. Возведение рациональной дроби в степень	33
СТЕПЕНИ	36
Степень с натуральным показателем	36
Свойства степени с натуральным показателем	37
Возведение степени в степень, произведения в степень, частного в степень	39
Степень с целым показателем	40
Стандартный вид числа	41
КОРНИ	43
Арифметический квадратный корень	43
Свойства арифметического квадратного корня	43
ПРИБЛИЖЁННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ	47
Абсолютная погрешность	47
Относительная погрешность	48
УРАВНЕНИЯ И ИХ СИСТЕМЫ	49
Уравнение с одной переменной	49

Линейное уравнение с одной переменной.....	49
Системы линейных уравнений	51
График уравнения.....	53
Системы линейных уравнений с двумя переменными	55
Способы решения систем уравнений с двумя переменными.....	56
Квадратные уравнения.....	68
Неполные квадратные уравнения.....	69
Теорема Виета.....	71
Уравнения, приводимые к квадратным	73
Дробные рациональные уравнения.....	75
НЕРАВЕНСТВА И ИХ СИСТЕМЫ.....	78
Числовые неравенства и их свойства	78
Свойства числовых неравенств	79
Линейные неравенства с одной переменной	81
Системы неравенств с одной переменной	83
ПРОГРЕССИИ.....	85
Арифметическая прогрессия.....	85
Геометрическая прогрессия.....	85
ФУНКЦИЯ.....	90
Линейная функция и её график.....	102
СПИСОК АЛГОРИТМОВ.....	110
ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ «ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО!»	114

ВЫРАЖЕНИЯ, ТОЖДЕСТВА

ЧИСЛОВЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ



Выражение, составленное из чисел, знаков арифметических действий и скобок, называется **числовым**.

Значение числового выражения — число, полученное в результате выполнения действий в числовом выражении.

Важно знать!

Если в выражении есть деление на нуль, то это выражение не имеет значения, т. к. на нуль делить нельзя.

Помни!

Если в выражении есть деление на нуль, то говорят, что такое выражение не имеет смысла.

Например, следующие выражения не имеют смысла:

$$28 : (32 - 2 \cdot 16); \frac{15 - 8}{-5 \cdot 6 + 30}.$$

Нахождение значения числового выражения

АЛГОРИТМ



① Выполнить действия в скобках, если они есть.



② Выполнить умножение или деление (слева направо).



③ Выполнить сложение или вычитание (слева направо).



④ Записать ответ.

ПРИМЕР



Найти значение выражения: $16 - (0,7 + 14,45) : 7,5$.

Решение.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad + 14,45 \\ \quad \quad 0,70 \\ \hline \quad \quad 15,15 \end{array}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{array}{r|l} 15,15 & 7,5 \\ - 150 & 2,02 \\ \hline 150 & \\ - 150 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{array}{r} 16,00 \\ - 2,02 \\ \hline 13,98 \end{array}$$

$$\textcircled{4} \quad \text{Ответ: } 13,98.$$



ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

Найти значения выражений:

$$1) \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{4} + 2,25;$$

$$2) 35,5 : 0,5 - 1976 : 32,5;$$

$$3) \left(1 - \frac{2}{3}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{4}{5} - 1\right) \cdot 5;$$

$$4) \left(0,02 \cdot 0,5 + 7,904 : 0,38 - 21 : 10 \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{9}.$$



ВЫРАЖЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ

Выражение, составленное из чисел, переменных (букв) с помощью знаков арифметических действий и скобок, называется **выражением с переменными**.

Важно знать!

Выражение с переменными при разных значениях переменных может принимать разные значения. Если в выражение с переменными подставить вместо каждой переменной какое-либо её значение, то получится числовое выражение. Его значение называется **значением выражения с переменными** при выбранных значениях переменных.

Рациональное выражение — это выражение, содержащее действие сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в степень и скобки.

Рациональное выражение, не содержащее деление на выражение с переменной, называют **целым**.

Например: $3x + 2$; $(a^2 - 8) \cdot 4$.

Рациональное выражение, содержащее деление на выражение с переменной, называют **дробным**. Например: $\frac{2}{x-1}; y + \frac{1}{2y+b}$.

Помни!

Выражение с переменными используют для записи формул:

- $y = 2n$, где n — целое число — формула чётного числа y ;
- $a = 2n + 1$, где n — целое число — формула нечётного числа a ;
- $b = 7n$, где n — целое число — формула числа b , кратного 7.

Нахождение значения выражения с переменными

АЛГОРИТМ



① Подставить вместо переменных их значения.



② Найти значение полученного числового выражения.



③ Записать ответ.

ПРИМЕР



Найти значение выражения:

$3x + 2y - 2a$ при $x = \frac{2}{3}; y = \frac{5}{2}; a = 0,8$.

Решение.

① Подставим данные значения переменных в выражение с переменными: $3 \cdot \frac{2}{3} + 2 \cdot \frac{5}{2} - 2 \cdot 0,8$.

② Найдём значение полученного числового выражения: $2 + 5 - 1,6 = 7 - 1,6 = 5,4$.

③ **Ответ:** 5,4.

ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО



1) Вычислить значение выражения $2x(x - y)$, если $x = -2, y = 1$.

2) Найти значение выражения $\frac{1}{3}a + b$, если $a = -2,4; b = -3,2$.

- 3) Вычислить площадь прямоугольника со сторонами a и b , если $a = 0,7$ м; $b = 0,02$ м.
- 4) Вычислить значение выражения $bt - 3x$, если $b = 10$; $t = -5$; $x = -\frac{1}{3}$.

3

Нахождение значений переменных, при которых выражение имеет смысл

АЛГОРИТМ

- 1 Определить вид данного выражения.



- 2 Если данное выражение целое, то оно имеет смысл при любых значениях переменных, входящих в него. Если данное выражение дробное, то оно имеет смысл при тех значениях переменных, входящих в него, при которых значение выражения, стоящего в знаменателе, не равно нулю.



- 3 Записать ответ.



ПРИМЕР

При каких значениях переменной имеют смысл выражения?

- а) $12x + 8$; б) $\frac{45a + b}{16}$; в) $\frac{5b + 4}{b - 2}$.

Решение.

- а) ① $12x + 8$ — целое выражение.
 ② x — любое число.
 ③ **Ответ:** x — любое число.
- б) ① $\frac{45a + b}{16}$ — целое выражение.
 ② a, b — любые числа.
 ③ **Ответ:** a, b — любые числа.
- в) ① $\frac{5b + 4}{b - 2}$ — дробное выражение.
 ② $b - 2 \neq 0$; $b \neq 2$.
 ③ **Ответ:** b — любое число, кроме 2.

ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО



При каких значениях переменной имеют смысл выражения?

- 1) $12x + 3$; 3) $\frac{5}{x}$;
2) $\frac{x}{5}$; 4) $\frac{212a + 3}{3 - a}$.

СРАВНЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ВЫРАЖЕНИЙ



Знаки сравнения неравенств	
Строгие неравенства	Нестрогие неравенства
$<$ — строго меньше	\leq — меньше или равно
$>$ — строго больше	\geq — больше или равно

Важно знать!

- 1) Вместо $n < 27$ или $n = 27$ обычно пишут $n \leq 27$ (читают: n меньше или равно 27).
- 2) Неравенство $-7 < a < 6$ называют **двойным** (читают: a больше -7 и меньше 6).

Сравнение значений выражений

АЛГОРИТМ



1) Найти значения выражений.



2) Сравнить полученные значения.



3) Сделать вывод.

ПРИМЕР



Сравнить значения выражений: $8,5 - b$ и $0,6b$ при $b = 5$.

Решение.

- ① $8,5 - b = 8,5 - 5 = 3,5$; $0,6b = 0,6 \cdot 5 = 3$.
- ② $3,5 > 3$.
- ③ При $b = 5$ первое выражение больше, чем второе.



ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

Сравнить значения выражений $4 - x$ и $4x - 3$ при:

1) $x = 0$;

3) $x = -3$;

2) $x = 1$;

4) $x = 5$.



ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ

Основные свойства сложения и умножения чисел	
Переместительное свойство (для любых чисел a и b)	$a + b = b + a$; $ab = ba$
Сочетательное свойство (для любых чисел a , b и c)	$(a + b) + c = a + (b + c)$; $(ab)c = a(bc)$
Распределительное свойство (для любых чисел a , b и c)	$a(b + c) = ab + ac$

Важно знать!

- В любой сумме слагаемые можно переставлять как угодно и произвольным образом объединять их в группы.
- В любом произведении множители можно переставлять как угодно и произвольным образом объединять их в группы.

Помни!

$$a(b + c + d) = ab + ac + ad;$$
$$a - b = a + (-b).$$

5

Вычисление значений выражений рациональным способом

АЛГОРИТМ

1

Применить одно (или несколько) свойств умножения или сложения для упрощения вычислений.



2

Выполнить вычисление.



3

Записать ответ.



Вычислить рациональным способом:

а) $50 \cdot 2,39 \cdot 0,2$;

б) $2,5 \cdot 5,6 + 2,5 \cdot 4,4$.

Решение.

а) ① $2,39 \cdot (50 \cdot 0,2)$.

② $2,39 \cdot 10 = 23,9$.

③ **Ответ:** 23,9.

б) ① $2,5 \cdot (5,6 + 4,4)$.

② $2,5 \cdot 10 = 25$.

③ **Ответ:** 25.

ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО



Вычислить рациональным способом:

1) $4,17 + 11,2 + 0,83 + 8,8$; 3) $4 \cdot (-13,7) \cdot 25$;

2) $17,9 - 5,8 - 4,2 + 3,1$; 4) $2,09 \cdot 36,7 - 26,7 \cdot 2,09$.

ТОЖДЕСТВА



Два выражения, соответствующие значения которых равны при любых значениях переменных, называются **тождественно равными**.

Равенство, верное при любых значениях переменных, входящих в него, называется **тождеством**.

Помни!

Верные числовые равенства считают тождествами.

Примеры тождеств

$a + b = b + a$	$a(b + c) = ab + ac$
$ab = ba$	$(-a) \cdot (-b) = ab$
$a(bc) = (ab)c$	$a \cdot (-b) = -ab$
$a + (-a) = 0$	$a + (-b) = a - b$
$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$
$a + (b + c) = (a + b) + c$	

Тождественное преобразование (преобразование выражения) — замена одного выражения другим, тождественно равным ему.

Примеры тождественных преобразований выражений:

- 1) приведение подобных слагаемых (чтобы привести подобные слагаемые, нужно сложить их коэффициенты и результат умножить на их общую буквенную часть);
- 2) если перед скобками стоит знак «+», то скобки можно опустить, сохраняя знак каждого слагаемого, заключённого в скобках;
- 3) если перед скобками стоит знак «-», то скобки можно опустить, изменив знак каждого слагаемого, заключённого в скобки, на противоположный.



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТОЖДЕСТВ

Доказывать тождества можно разными способами. В зависимости от условия применяется один из них.



Доказательство тождеств

АЛГОРИТМ

- 1) **Выбрать удобный способ доказательства тождества.**



- 2) **Применить выбранный способ для доказательства тождества.**

Способы доказательства тождеств

- 1) Преобразовать одну часть равенства. Если полученный результат совпадает с другой частью, то тождество доказано.
- 2) Преобразовать отдельно каждую часть равенства. Если полученные результаты совпадают, то тождество доказано.
- 3) Вычесть из одной части равенства другую его часть. Если полученный результат равен нулю, то тождество доказано.



Доказать тождество: $7(3x + 1,1) - 0,7 = (25x + 3) - 4(x - 1)$.

Доказательство.

- ① Поскольку и левая, и правая части равенства содержат скобки, используем второй способ доказательства тождеств. Преобразуем каждую часть равенства отдельно. Если получим одинаковые результаты, то данное равенство является тождеством.
- ② $7(3x + 1,1) - 0,7 = 21x + 7,7 - 0,7 = 21x + 7;$
 $(25x + 3) - 4(x - 1) = \underline{25}x + \underline{3} - \underline{4}x + \underline{4} = 21x + 7.$
 Получили одинаковые результаты. Значит, тождество доказано.

ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО



Доказать тождество:

- 1) $5x - 5(x - 1) = 5;$
- 2) $5(2a + b) = 10(a + b) - 5b;$
- 3) $9m - 4(m + 5) - 1 = 7(m - 3) - 2m;$
- 4) $x - (1 - (x - (1 - x))) = 3x - 1.$

Важно знать!

Свойства тождественных выражений:

- 1) каждое выражение тождественно самому себе;
- 2) если выражение C тождественно выражению A , то и выражение A тождественно выражению C ;
- 3) если выражение C тождественно выражению A , а выражение A тождественно выражению B , то выражение C также тождественно выражению B .

ОДНОЧЛЕНЫ

Одночлен — произведение чисел, переменных и их степеней. Например: $7xy^2 \cdot 14$; $2x$; 4 .

Одночлен стандартного вида — произведение числового множителя, стоящего на первом месте, и степеней различных переменных.

Этот числовой множитель называется **коэффициентом одночлена**.

Сумма показателей степеней переменных, входящих в одночлен стандартного вида, называется **степенью одночлена**.

Например: $-1,7x^2y^3$; $-1,7$ — коэффициент; $5 (= 2 + 3)$ — степень одночлена;
 18 — одночлен нулевой степени;
 $x - 1$ — коэффициент; 1 — степень одночлена.

7

Приведение одночлена к стандартному виду

АЛГОРИТМ

- 1 Числовые множители в записи одночлена перемножить.
- 2 Степени с одинаковыми основаниями перемножить.
- 3 Записать произведение полученного числа и степеней неповторяющихся переменных.



ПРИМЕР

Записать одночлен $-4ab(-0,5)a^3$ в стандартном виде.

Решение.

- 1 $-4 \cdot (-0,5) = 2.$
- 2 $a \cdot a^3 = a^{1+3} = a^4.$
- 3 $-4ab(-0,5a^3) = 2a^4b.$

Можно записывать так:
 $-4ab \cdot (-0,5)a^3 =$
 $= -4 \cdot (-0,5)a \cdot a^3b = 2a^4b.$



ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

Привести одночлен к стандартному виду:

- 1) $5aa^8a^2$;
- 2) $0,16mn \cdot 5m^3n^7$;
- 3) $10x^2y^5 \cdot (-0,2)xy^3a$;
- 4) $7y^4 \cdot 0,6y$.



УМНОЖЕНИЕ ОДНОЧЛЕНОВ. ВОЗВЕДЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА В СТЕПЕНЬ

При умножении одночленов и возведении одночлена в степень используются те же правила, что и при умножении степеней с одинаковыми основаниями и возведении произведения в степень.