Предисловие к 4-му изданию

Основная идея предлагаемой книги — органически совместить в одном учебном пособии изложение принципов теории и практику решения задач. С этой целью в каждой главе сначала излагается теория соответствующего вопроса (с иллюстрацией на конкретных примерах), а затем дается разбор ряда задач, где показывается, как, по мнению автора, надо подходить к их решению. Задачи тесно связаны с основным текстом, часто являются его развитием и дополнением, поэтому работа над ними должна проводиться параллельно с изучением основного материала. Кроме того, предлагаемый набор задач должен, по замыслу автора, дать возможность учащемуся дополнительно обдумать ряд важных вопросов и помочь представить (даже если многие задачи не решать, а просто прочитать) большой диапазон приложения изучаемых идей.

При изложении теоретического материала автор стремился исключить из текста все второстепенное, с тем чтобы сконцентрировать внимание на основных законах электромагнетизма и, в частности, на вопросах наиболее трудных для понимания. Стремление изложить основные идеи кратко, доступно и вместе с тем достаточно корректно побудило автора насколько возможно освободить материал от излишней математизации и перенести основной акцент на физическую сторону рассматриваемых явлений. С этой же целью широко использованы различные модельные представления, упрощающие факторы, частные случаи, соображения симметрии и др.

Изложение ведется в СИ. Вместе с тем, учитывая достаточно широкое использование системы Гаусса, в Приложении дана сводка основных единиц и наиболее важных формул как в СИ, так и в системе Гаусса.

Курсивом выделены важнейшие положения и термины. Петит используется для материала повышенной трудности и относительно громоздких расчетов (этот материал при первом чтении можно безболезненно опустить), а также для примеров и задач.

Книга как учебное пособие рассчитана на студентов вузов с расширенной программой по физике (в рамках общего курса физики). Она может быть также полезной и преподавателям вузов.

В четвертом издании внесены некоторые дополнения и уточнения, а также исправлены неточности и опечатки, замеченные читателями. Этим читателям автор искренне признателен.

И. Иродов

Принятые обозначения

Векторы обозначены жирным прямым шрифтом (например, **r**, **E**); та же буква светлым шрифтом (r, E) означает модуль вектора.

Средние величины отмечены скобками , например **v** , P .

Символы перед величинами означают:

Δ — конечное приращение величины, т. е. разность ее конечного и начального значений, например $\Delta\mathbf{E} = \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1$, $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$;

d — дифференциал (бесконечно малое приращение), d**E**, dφ;

— элементарное значение величины, например A;

Т — пропорционально, например φ Т q;

— величина порядка... Например l 10^2 м.

Орты — единичные векторы:

$\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$ (или **i**, **j**, **k**) — орты декартовых координат;

$\mathbf{e}_\rho$, $\mathbf{e}_\varphi$, $\mathbf{e}_z$ — орты цилиндрических координат ρ, φ, z;

n — орт нормали к элементу поверхности;

t — орт касательной к контуру или границе раздела.

Производная по времени от произвольной функции f обозначена $\partial f/\partial t$ или точкой, стоящей над функцией, $\dot{f}$.

Интегралы любой кратности обозначены одним единственным знаком ∫ и различаются лишь обозначением элемента интегрирования: dV, d**S**, d**l** — элементы объема, поверхности, контура. Знак K — интегрирование по замкнутому контуру или по замкнутой поверхности.

Векторный оператор D (набла). Операции с ним обозначены так:

Dφ — градиент φ (grad φ),

DE — дивергенция **E** (div **E**),

D **E** — ротор **E** (rot **E**).

Обозначения и названия единиц

А — ампер	Дж — джоуль	с — секунда
В — вольт	Кл — кулон	См — сименс
Вб — вебер	м — метр	ср — стерадиан
Вт — ватт	мин — минута	Тл — тесла
Гн — генри	Мкс — максвелл	Ф — фарад
Гс — гаусс	Н — ньютон	ч — час
Гц — герц	Ом — ом	Э — эрстед
дин — дина	рад — радиан	эВ — электронвольт

Десятичные приставки к названиям единиц

Г — гига, 10^9	м — милли, 10^{-3}
М — мега, 10^6	мк — микро, 10^{-6}
к — кило, 10^3	н — нано, 10^{-9}
с — санти, 10^{-2}	п — пико, 10^{-12}

Глава 1

Электростатическое поле в вакууме

§ 1.1. Электрическое поле

Электрический заряд. В настоящее время известно, что в основе всего разнообразия явлений природы лежат четыре фундаментальных взаимодействия между элементарными частицами — сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное. Каждый вид взаимодействия связывается с определенной характеристикой частицы. Например, гравитационное взаимодействие зависит от масс частиц, электромагнитное — от электрических зарядов.

Электрический заряд частицы является одной из основных, первичных ее характеристик. Ему присущи следующие фундаментальные свойства:

1) электрический заряд существует в двух видах: как положительный, так и отрицательный;

2) в любой электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов не изменяется, это утверждение выражает ***закон сохранения электрического заряда***;

3) электрический заряд является релятивистски инвариантным: его величина не зависит от системы отсчета, а значит, не зависит от того, движется он или покоится.

Эти фундаментальные свойства электрического заряда имеют, как мы увидим, далеко идущие последствия.

Электрическое поле. Согласно современным представлениям взаимодействие между зарядами осуществляется через поле. Всякий электрический заряд q изменяет определенным образом свойства окружающего его пространства — создает ***электрическое поле***. Это поле проявляет себя в том, что помещенный в какую-либо его точку другой, «пробный», заряд испытывает действие силы.

Опыт показывает, что сила **F**, действующая на неподвижный точечный пробный заряд q, всегда может быть представлена как

$$\mathbf{F} = q\,\mathbf{E}, \tag{1.1}$$

где вектор **E** называют ***напряженностью*** электрического поля в данной точке. Вектор **E**, как видно из (1.1), можно определить как силу, действующую на единичный положительный неподвижный заряд. Здесь предполагается, что пробный заряд q должен быть достаточно малым, чтобы его внесение не вызвало заметного искажения интересующего нас поля (вследствие возможного перераспределения создающих поле зарядов).

Поле точечного заряда. Из опыта (закон Кулона) непосредственно следует, что напряженность поля неподвижного точечного заряда q на расстоянии r от него можно представить как

$$\boxed{\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\mathbf{e}_r,} \tag{1.2}$$

где ε_0 — электрическая постоянная; $\mathbf{e}_r$ — орт радиуса-вектора **r**, проведенного из центра поля, в котором расположен заряд q, до интересующей нас точки. Формула (1.2) записана в СИ. Здесь коэффициент

$$1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф},$$

заряд q определяют в ***кулонах*** (Кл), напряженность поля **E** — в ***вольтах на метр*** (В/м). В зависимости от знака заряда q вектор **E** направлен так же, как и **r**, или противоположно ему.

По существу формула (1.2) выражает не что иное, как ***закон Кулона***, но в «полевой» форме. Весьма важно, что напряженность **E** поля точечного заряда обратно пропорциональна квадрату расстояния r. Вся совокупность экспериментальных фактов показывает, что этот закон справедлив для расстояний от 10^{-13} см до нескольких километров, и пока нет никаких оснований ожидать, что этот закон не выполняется и при больших расстояниях.

Заметим еще, что в поле, создаваемом неподвижным точечным зарядом, сила, действующая на пробный заряд, не зависит от того, покоится пробный заряд или движется. Это относится и к системе неподвижных зарядов.

Принцип суперпозиции. Другой опытный факт, кроме закона (1.2), заключается в том, что напряженность поля системы точечных неподвижных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавали бы каждый из зарядов в отдельности:

$$\boxed{\mathbf{E} = \sum \mathbf{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i^2} \mathbf{e}_{ri},} \tag{1.3}$$

где r_i — расстояние между зарядом q_i и интересующей нас точкой поля.

Это утверждение называют ***принципом суперпозиции*** (наложения) электрических полей. Он выражает одно из самых замечательных свойств полей и позволяет вычислять напряженность поля любой системы зарядов, представив ее в виде совокупности точечных зарядов, вклад каждого из которых дается формулой (1.2).

Распределение зарядов. Для упрощения математических расчетов во многих случаях бывает удобно игнорировать тот факт, что заряды имеют дискретную структуру (электроны, ядра), и считать, что они «размазаны» определенным образом в пространстве. Другими словами, удобно заменить истинное распределение точечных дискретных зарядов фиктивным непрерывным распределением. Это позволяет значительно упрощать расчеты, не внося сколько-нибудь значительной ошибки.

При переходе к непрерывному распределению вводят понятие о плотности зарядов — объемной ρ, поверхностной σ и линейной λ. По определению,

$$\rho = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}V}, \quad \sigma = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}S}, \quad \lambda = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}l}, \tag{1.4}$$

где $\mathrm{d}q$ — заряд, заключенный соответственно в объеме $\mathrm{d}V$, на поверхности $\mathrm{d}S$ и на длине $\mathrm{d}l$.

С учетом этих распределений формула (1.3) может быть представлена в другой форме. Например, если заряд распределен по объему, то надо заменить q_i на $\mathrm{d}q = \rho\mathrm{d}V$ и Σ на $\int$, тогда

$$\mathbf{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho\mathbf{e}_r\,\mathrm{d}V}{r^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho\mathbf{r}\,\mathrm{d}V}{r^3}\,, \tag{1.5}$$

где интегрирование проводится по всему пространству, в котором ρ отлично от нуля.

Таким образом, зная распределение зарядов, мы можем полностью решить задачу о нахождении напряженности электрического поля по формуле (1.3), если распределение дискретно, или по формуле (1.5) и аналогично ей, если распределение непрерывно. В общем случае расчет сопряжен со значительными трудностями (правда, не принципиального характера). Действительно, для нахождения вектора **E** надо вычислить сначала его проекции E_x, E_y, E_z, а это по существу три интеграла типа (1.5). И только в тех случаях, когда система зарядов обладает той или иной симметрией, задача, как правило, значительно облегчается. Приведем два примера.

Пример 1. Поле на оси тонкого равномерно заряженного кольца. Заряд $q>0$ равномерно распределен по тонкому кольцу радиусом a. Найти напряженность E электрического поля на оси кольца как функцию расстояния z от его центра.

Легко сообразить, что в данном случае вектор **E** должен быть направлен по оси кольца (рис. 1.1). Выделим на кольце около точки A элемент $\mathrm{d}l$. Запишем выражение для составляющей $\mathrm{d}E_z$ от этого элемента в точке C:

$$\mathrm{d}E_z=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\mathrm{d}l}{r^2}\cos\alpha,$$

где $\lambda=q/2\pi a$. Для всех элементов кольца r и α будут одними и теми же, поэтому интегрирование этого выражения сводится просто к замене $\lambda\mathrm{d}l$ на q. В результате

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{(a^2+z^2)^{3/2}}\,.$$

Видно, что при z J a поле E $q/4\pi\varepsilon_0 z^2$, т. е. на больших расстояниях эта система ведет себя как точечный заряд.

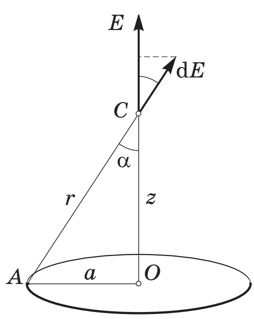

Рис. 1.1

Пример 2. Поле равномерно заряженной прямой нити. Тонкая прямая нить длиной $2l$ заряжена равномерно зарядом q. Найти напряженность E поля в точке, отстоящей на расстояние x от центра нити и расположенной симметрично относительно ее концов.

Из соображений симметрии ясно, что вектор **E** должен иметь направление, показанное на рис. 1.2. Это подсказывает, как надо поступить далее: определим составляющую $\mathrm{d}E_x$ от элемента $\mathrm{d}l$ нити с зарядом $\mathrm{d}q$ и затем проинтегрируем по всем элементам нити. В нашем случае

$$\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\,\mathrm{d}l}{r^2}\cos\alpha,$$

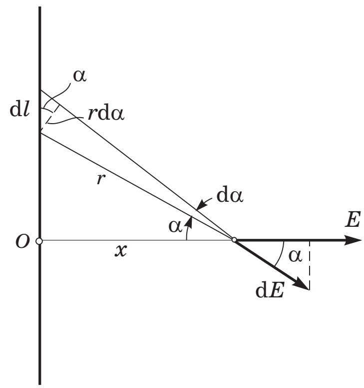

Рис. 1.2

где $\lambda = q/2l$ — линейная плотность заряда. Приведем это уравнение к виду, удобному для интегрирования. Из рис. 1.2 видно, что $\mathrm{d}l\cos\alpha = r\,\mathrm{d}\alpha$ и $r = x/\cos\alpha$, поэтому

$$\mathrm{d}E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda r\,\mathrm{d}\alpha}{r^2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\cos\alpha\,\mathrm{d}\alpha.$$

Это выражение легко проинтегрировать:

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}2\int_0^{\alpha_0}\cos\alpha\,\mathrm{d}\alpha = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}2\sin\alpha_0,$$

где α_0 — максимальное значение угла α, $\sin\alpha_0 = l/\sqrt{l^2+x^2}$, поэтому

$$E = \frac{q/2l}{4\pi\varepsilon_0 x}2\frac{l}{\sqrt{l^2+x^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{x\sqrt{l^2+x^2}}\;.$$

И здесь $E \quad q/4\pi\varepsilon_0 x^2$ при x J l, как поле точечного заряда.

Геометрическое описание электрического поля. Зная вектор **E** в каждой точке, можно представить электрическое поле очень наглядно с помощью линий напряженности, или линий вектора

E. Эти линии проводят так, чтобы касательная к ним в каждой точке совпадала с направлением вектора **E**, а густота линий, т. е. число линий, пронизывающих единичную площадку, перпендикулярную линиям в данной точке, была бы пропорциональна модулю вектора **E**. Кроме того, этим линиям приписывают направление, совпадающее с направлением вектора **E**. По полученной картине можно легко судить о конфигурации данного электрического поля — о направлении и модуле вектора **E** в разных точках поля.

Об общих свойствах поля E. Определенное выше поле **E** обладает, как выяснилось, двумя чрезвычайно важными свойствами, знание которых помогло глубже проникнуть в суть самого понятия поля и сформулировать его законы, а также открыло возможность решить ряд вопросов весьма просто и изящно. Эти свойства — так называемые теорема Гаусса и теорема о циркуляции вектора **E** — связаны с двумя важнейшими математическими характеристиками всех векторных полей: ***потоком*** и ***циркуляцией***. Как мы увидим, пользуясь только этими двумя понятиями, можно описать все законы не только электричества, но и магнетизма. Перейдем к последовательному рассмотрению этих свойств.

§ 1.2. Теорема Гаусса

Поток вектора E. Для большей наглядности воспользуемся геометрической картиной описания электрического поля (с помощью линий вектора **E**) и еще, для упрощения рассуждений, будем считать, что густота линий **E** *равна* модулю вектора **E**. Тогда число линий, пронизывающих элементарную площадку $\mathrm{d}S$, нормаль **n** которой составляет угол с вектором **E**, определяется согласно рис. 1.3 как $E\,\mathrm{d}S\cos\alpha$. Эта величина и есть поток $\mathrm{d}\Phi$ вектора **E** сквозь площадку $\mathrm{d}S$. В более компактной форме

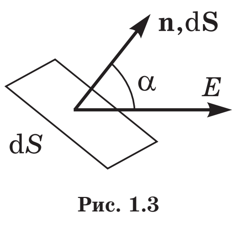

Рис. 1.3

$$\mathrm{d}\Phi = E_n\,\mathrm{d}S \quad \mathbf{E}\,\mathrm{d}\mathbf{S},$$

где E_n— проекция вектора **E** на нормаль **n** к площадке $\mathrm{d}S$, $\mathrm{d}\mathbf{S}$ — вектор, модуль которого равен $\mathrm{d}S$, а направление совпадает с нормалью **n** к площадке. Заметим, что выбор на-

[. . .]