

**ЭФФЕКТИВНАЯ  
ПОДГОТОВКА  
К ЕГЭ**

**ЕГЭ**

**2021**

**В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина**

**МАТЕМАТИКА**

---

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ  
ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ**

  
МОСКВА  
2020



УДК 373:51  
ББК 22.1я721  
К75

Об авторах:

*В.В. Кочагин* — кандидат педагогических наук,  
учитель математики ГБОУ «Школа № 1568 им. Пабло Неруды» г. Москвы

*М.Н. Кочагина* — кандидат педагогических наук,  
доцент кафедры высшей математики и методики преподавания математики  
ИЦО ГАОУ ВО МПГУ

**Кочагин, Вадим Витальевич.**

К75 ЕГЭ 2021. Математика: тематические тренировочные задания /  
В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина. — Москва : Эксмо, 2020. — 208 с. —  
(ЕГЭ. Тематические тренировочные задания).

ISBN 978-5-04-112774-9

В пособии содержатся тренировочные задания по математике в форме ЕГЭ, сгруппированные по темам в порядке их изучения в 10–11-х классах старшей школы. К каждой учебной теме даются задания базового и профильного уровней сложности. После каждой темы представлены проверочные обобщающие тесты, соответствующие ЕГЭ. В конце книги – ответы ко всем заданиям, в том числе решения сложных заданий.

Издание предназначено для подготовки учащихся к ЕГЭ по математике. Книга будет полезна учителям математики, так как дает возможность эффективно организовать подготовку учащихся к ЕГЭ непосредственно на уроках, в процессе изучения всех тем.

УДК 373:51  
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-112774-9

© Кочагин В.В., Кочагина М.Н., 2020  
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2020

## ВВЕДЕНИЕ

Эта книга адресована *учащимся 10—11-х классов* для подготовки к единому государственному экзамену. Материал данного пособия представлен в виде разделов, соответствующих основным темам школьного курса математики, присутствующим в ЕГЭ. Для каждой темы предложены задания части 1 и части 2 базового и профильного уровней, а также обобщающие контрольные работы. К заданиям части 2 даются указания. Ко всем заданиям приведены ответы.

Тренировочные задания позволят учащимся систематически, при прохождении каждой темы, готовиться к этому экзамену. Достаточно будет в 10—11-х классах решать задания из этого пособия параллельно с темой по математике, изучаемой на школьных уроках, а в конце 11-го класса, в качестве повторения, — варианты ЕГЭ по математике.

Данное пособие может использоваться совместно с любым учебником алгебры и начала анализа для 10—11-х классов. С учебниками А.Г. Мордковича, Ш.А. Алимова и др., А.Н. Колмогорова — в полном объеме. С учебниками других авторов (Н.Я. Виленкина, М.И. Башмакова) — с исключением некоторых заданий, с которыми в момент изучения темы учащиеся еще незнакомы. После изучения соответствующего материала, на этапе обобщающего повторения, к этим заданиям можно вернуться.

Книга также будет полезна *учителям математики*, так как дает возможность эффективно организовать подготовку учащихся к единому экзамену непосредственно на уроках, в процессе изучения всех тем. Можно предложить несколько вариантов работы:

- включение заданий тестового характера в систему заданий для 10—11-х классов вместе со стандартными упражнениями учебника;
- использование заданий и контрольных работ на этапе обобщающего повторения по каждой теме или на этапе итогового повторения и подготовки к ЕГЭ в конце 11-го класса;
- контроль и коррекция знаний учащихся.

В структуре экзаменационной работы выделены две части, которые различаются по содержанию, форме записи ответа, степени сложности и числу заданий.

В данном учебном пособии также представлены две группы заданий. Формы записи ответов для разных заданий соответствуют формулировкам заданий в ЕГЭ.

Для каждого из заданий **первой части** ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Единицы измерений не пишут. В этом разделе содержатся задания базового уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа», а также задания из различных разделов математики с 5-го по 11-й класс.

Задания **второй части** требуют развернутого ответа. При оформлении решений обращают внимание на правильную запись хода решения, наличие обоснований и верный ответ. В эту группу включаются самые сложные задания по геометрии и алгебре 7—11-х классов повышенного и высокого уровней сложности.

Надеемся, что данное пособие поможет учителям математики эффективно организовать подготовку к ЕГЭ на своих уроках, а старшеклассникам — систематизировать знания по математике, самостоятельно подготовиться к экзамену и успешно его сдать.

# І. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (10—11-е классы)

## 1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

### 1.1. Преобразования тригонометрических выражений

Содержание, проверяемое заданиями КИМ<sup>1</sup>: соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента, формулы сложения, формулы двойного угла, формулы приведения.

#### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–38 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

**1** Найдите значение выражения  $3\sin^2\beta + 10 + 3\cos^2\beta$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** Найдите значение выражения  $16 - 6\sin^2\beta - 6\cos^2\beta$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** Вычислите:  $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Вычислите:  $\cos^2 15^\circ - \sin^2 75^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** Упростите выражение  $\frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta} - 2\sin 2\beta + 0,29$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Вычислите:  $\left(\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}\right) \cdot \sqrt{3}$  при  $x = \frac{5\pi}{6}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

<sup>1</sup> КИМ — контрольные измерительные материалы ЕГЭ.

**7** Дано:  $\cos\beta = 0,8$  и  $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ . Найдите:  $\sin\beta$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**8** Дано:  $\operatorname{tg}\beta = \frac{7}{24}$  и  $180^\circ < \beta < 270^\circ$ . Найдите:  $\cos\beta$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**9** Дано:  $\operatorname{ctg}\beta = -1\frac{1}{3}$ . Найдите:  $\cos 2\beta$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**10** Дано:  $\cos\alpha = -0,6$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;  $\sin\beta = -0,6$ ,

$\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ . Найдите:  $\sin(\alpha - \beta)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**11** Дано:  $\cos\alpha = -0,6$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;  $\sin\beta = -0,6$ ,

$\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ . Найдите:  $\cos(\alpha + \beta)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**12** Найдите значение выражения  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)$ , если  $\sin\beta = 0,11$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**13** Найдите значение выражения  $\sin(180^\circ - \beta)$ , если  $\sin\beta = -0,24$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**14** Найдите значение выражения  $\sin(270^\circ - \beta)$ , если  $\cos\beta = -0,41$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

15 Найдите значение выражения  $\cos(\beta - 270^\circ)$ , если  $\sin\beta = 0,59$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

16 Найдите значение выражения  $\operatorname{tg}^2(\alpha - \pi)$ , если  $\operatorname{ctg}\alpha = 2,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

17 Найдите значение выражения  $\cos^2\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right)$ , если  $\sin\alpha = 0,2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

18 Найдите значение выражения  $\frac{\sin\left(\frac{13}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(6\pi + \alpha)}{1 + \sin(2\pi - \alpha)}$ ,

если  $\operatorname{ctg}\alpha = 8$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

19 Найдите значение выражения  $\frac{\sin\left(\frac{9}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(5\pi + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) - 1}$ ,

если  $\operatorname{tg}\alpha = 0,25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

20 Найдите значение выражения  $\sin(\alpha - \beta) + 2\cos\alpha\sin\beta$ , если  $\sin(\alpha + \beta) = 0,17$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

21 Найдите значение выражения  $\cos(\alpha + \beta) + 2\sin\alpha\sin\beta$ , если  $\cos(\alpha - \beta) = 0,64$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

22 Найдите значение выражения  $\left(\frac{\sin(\alpha + \beta) - 2\cos\alpha\sin\beta}{2\sin\alpha\sin\beta + \cos(\alpha + \beta)}\right) \cdot \sqrt{3}$ ,

если  $\alpha - \beta = 150^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**23** Найдите значение выражения

$$\left( \frac{\cos(\alpha - \beta) - 2\cos\alpha\cos\beta}{2\cos\alpha\sin\beta + \sin(\alpha - \beta)} \right) \cdot 2\sqrt{3},$$

если  $\alpha + \beta = 120^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**24** Упростите выражение  $\cos(\pi + 2\alpha) + \sin(\pi + 2\alpha) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**25** Упростите выражение  $\frac{\sin^4\alpha - \cos^4\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} - \operatorname{tg}^2\alpha \operatorname{ctg}^2\alpha$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**26** Упростите выражение  $\frac{\sin^3\alpha - \cos^3\alpha}{1 + \sin\alpha\cos\alpha} + \cos\alpha - \sin\alpha$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**27** Упростите выражение  $19 + \sin^4\alpha - \cos^4\alpha + \cos^2\alpha$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**28** Упростите выражение  $4\sin^2 2\alpha + 16\sin^4\alpha - 16\sin^2\alpha$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**29** Упростите выражение  $\frac{1 - 2\sin^2\alpha}{2\operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)\cos^2(45^\circ - \alpha)}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**30** Вычислите:  $\frac{\sin\beta + \cos\beta}{(\sin\beta - \cos\beta)^{-1}}$ , если  $\sin 2\beta = -0,6$ ;  $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3\pi}{4}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

**31** Вычислите:  $\frac{\cos\beta - \sin\beta}{(\sin\beta + \cos\beta)^{-1}}$ , если  $\sin 2\beta = -0,8$ ;  $\frac{3\pi}{4} < \beta < \pi$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

32 Вычислите:  $16\text{ctg}110^\circ\sin105^\circ\text{tg}70^\circ\cos105^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

33 Вычислите:  $12\text{ctg}140^\circ\sin75^\circ\text{tg}40^\circ\cos75^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

34 Вычислите:  $\frac{1-2\sin^2 43^\circ}{\sin 176^\circ + \sin 4^\circ}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

35 Вычислите:  $\frac{2\cos^2 48^\circ - 1}{\sin 186^\circ - \sin 6^\circ}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

36 Вычислите:  $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos^4 75^\circ - \cos^4 15^\circ)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

37 Найдите значение выражения  $8\cos 2\beta$ , если  $2\cos 2\beta + 9\sin \beta - 4 = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

38 Найдите значение выражения  $\cos 2\beta$ , если  $3\cos 2\beta + 11\sin \beta - 7 = 0$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

39 Вычислите:  $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

40 Вычислите:  $16\cos 20^\circ\cos 40^\circ\cos 80^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

41 Вычислите:  $\sin 54^\circ\sin 18^\circ$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

42 Найдите значение выражения  $27\sin\alpha\cos\alpha$ , если  $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{3}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

43 Найдите значение выражения  $81(\sin^3\alpha + \cos^3\alpha)$ , если  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

44 Вычислите:  $\frac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$ , если  $\operatorname{tg}\alpha = 3$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

45 Вычислите:  $\frac{7\cos\alpha + 4\sin\alpha}{4\sin\alpha + 3\cos\alpha}$ , если  $4\sin 2\alpha = 15\sin^2\alpha + 1$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

46 Упростите:  $3(\sin^4\alpha + \cos^4\alpha) - 2(\sin^6\alpha + \cos^6\alpha)$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

## 1.2. Тригонометрические функции

*Содержание, проверяемое заданиями КИМ:* значения функции, область определения функции, периодичность, множество значений функции, четность, нечетность, возрастание и убывание, ограниченность, сохранение знака функции.

### Часть 1

#### Базовый уровень

Ответом к заданиям 1–42 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы. Единицы измерений писать не нужно.

1 Вычислите:  $\operatorname{tg} 390^\circ \cdot \sqrt{3}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

2 Вычислите:  $\sin\left(-\frac{7}{3}\pi\right) \cdot \sqrt{3}$ .

О т в е т : \_\_\_\_\_.

3 Вычислите:  $\cos \frac{11\pi}{6} \cdot \sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Вычислите:  $\operatorname{ctg}(-300^\circ) \cdot 2\sqrt{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Профильный уровень

5 Какое число из промежутка (2; 3) не входит в область определения функции  $y = \operatorname{tg}(\pi x)$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Какое число из промежутка (1,4; 2,7) не входит в область определения функции  $y = \operatorname{ctg}(\pi x)$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите наибольшее значение функции  $y = \cos x$  на промежутке  $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите наименьшее значение функции  $y = \cos x$  на промежутке  $\left[-\pi; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Найдите наименьшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{6}; \pi\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{6}; 2\pi\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наименьшее значение функции  $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi + x)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 13** Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 14** Сколько целых чисел входит в множество значений функции  
 $y = \sin 15^\circ \cos x + \cos 15^\circ \sin x$ ?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 15** Сколько натуральных чисел входит в множество значений функции  
 $y = \cos \frac{\pi}{8} \cos x - \sin \frac{\pi}{8} \sin x$ ?  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 16** Найдите наименьшее значение функции  $y = 5 - \cos x$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 17** Найдите наибольшее значение функции  $y = 7 - \sin(2x)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 18** Найдите наименьшее значение функции  $y = 1 + 2\cos(3x)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 19** Найдите наибольшее значение функции  $y = 3 - 4\sin(5x)$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 20** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $\sin 11^\circ$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 21** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $\cos 97^\circ$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 22** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $2\sin 31^\circ$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.
- 23** Укажите наибольшее целое число, не превосходящее  $2\operatorname{tg} 46^\circ$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

24 Найдите наибольшее значение функции  $y = 3\sin(2x) + 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

25 Найдите наибольшее целое значение функции  $y = 6\cos x \operatorname{tg} x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

26 Найдите наименьшее значение функции  $y = 5\sin(3x) - 12$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

27 Найдите наименьшее целое значение функции  $y = 14\sin x \operatorname{ctg} x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

28 Найдите наибольшее значение функции  $y = \sin x \cos x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

29 Найдите наименьшее значение функции  $y = 2\left(\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

30 Найдите наименьшее целое значение функции  $y = \frac{\sin(2x)}{\sin x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

31 Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{9}{2\cos x + 5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

32 Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{8}{3\sin x - 7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

33 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции  $y = \sin 2x$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

34 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции  
 $y = 2\sin 2x + \sin x + 1$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

35 Сколько целых чисел содержится во множестве значений функции  
 $y = \cos 2x + \cos x - 1$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

36 Найдите множество значений функции  $y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

37 В какой четверти находится число  $x$ , если  $\sin x + \cos x = 1,01$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

38 В какой четверти находится число  $x$ , если  $\sin x + \cos x = -1,02$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

39 Вычислите:  $5 \arcsin\left(\cos \frac{\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

40 Вычислите:  $\sqrt{3} \cos\left(\arcsin \frac{1}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

41 Вычислите:  $\sqrt{2} \sin\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

42 Вычислите:  $\frac{8}{\pi} \operatorname{arctg}(\cos \pi)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

Запишите решение с полным его обоснованием.

43 При каких значениях  $a$  функция  $y = a \cos x + \sin x - a \sin x$  будет четной?

Ответ: \_\_\_\_\_.

44 При каких значениях  $a$  функция  $y = a\cos x + \sin x - a\sin x$  будет нечетной?

Ответ: \_\_\_\_\_.

45 Пусть  $f(x) = \cos x$ ,  $g(x) = \sin x$ . Сравните  $f(f(0))$  и  $g(g(0))$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

46 Пусть  $f(x) = \cos x$ ,  $g(x) = 2x$ . Найдите  $f(g(0))$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

47 Пусть  $f(x) = \sin x$ . Найдите  $f(f(f(0)))$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

48 Пусть  $f(x) = \cos x$ . Найдите сумму корней уравнения  $f(x) = 0$ , если  $x \in [-200; 200]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

49 Пусть  $f(x) = 16\cos^4 x - 4\cos x + 1$ . Найдите сумму наибольшего и наименьшего корней уравнения  $f(x) = 0$ , если  $x \in [-200\pi; 200\pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

50 Расположите в порядке возрастания:  $\sin 2000^\circ$ ,  $\cos 2000^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 2000^\circ$ ,  $\operatorname{ctg} 2000^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

51 Расположите в порядке убывания:  $\sin 1$ ,  $\cos 2$ ,  $\operatorname{ctg} 3$ ,  $\operatorname{tg} 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

52 Найдите множество значений функции  $y = \sqrt{2}(\cos 200x + \sin 200x)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

53 Найдите множество значений функции  $y = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}(\cos 200x - \sin 200x)}{2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.