А. В. Зотеев, А. А. Склянкин

ОБЩАЯ ФИЗИКА: МЕХАНИКА. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ СПО

Рекомендовано Учебно-методическим отделом среднего профессионального образования в качестве учебного пособия для студентов образовательных учреждений среднего профессионального образования

Книга доступна в электронной библиотечной системе
biblio-online.ru

Москва ▪ Юрайт ▪ 2018

УДК 53(075.32)
ББК 22.3я723
З-88

***Авторы*:**

Зотеев Андрей Владимирович — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики и молекулярной электроники отделения экспериментальной и теоретической физики физического факультета Московского государственного университета имени М. В Ломоносова;

Склянкин Андрей Александрович — доцент кафедры общей физики и молекулярной электроники отделения радиофизики физического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

***Рецензенты*:**

Суриков В. В. — доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей физики и физики конденсированного состояния отделения физики твердого тела физического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова;

Белов Д. В. — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики и физики конденсированного состояния отделения физики твердого тела физического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Зотеев, А. В.

З-88 Общая физика: механика. Электричество и магнетизм : учеб. пособие для СПО / А. В. Зотеев, А. А. Склянкин. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 241 с. — (Серия : Профессиональное образование).

ISBN 978-5-534-06857-3

Учебное пособие представляет собой развернутый конспект лекций по разделам «Механика» и «Электромагнетизм». Рассматриваются такие темы, как кинематика и динамика материальной точки и твердого тела, законы сохранения в механике, закон Кулона, теорема Гаусса, постоянный электрический ток, электромагнитная индукция и др.

Лекционный материал отличается доступностью изложения, особенности структуры и членения текста делают его легким для запоминания.

Соответствует актуальным требованиям Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования и профессиональным требованиям.

Для студентов образовательных учреждений среднего профессионального образования, обучающихся по инженерно-техническим и естественнонаучным специальностям.

УДК 53(075.32)
ББК 22.3я723

Delphi Law Company

Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав. Правовую поддержку издательства обеспечивает юридическая компания «Дельфи».

© Зотеев А. В., Склянкин А. А., 2010
© Зотеев А. В., Склянкин А. А., 2017, с изменениями
© ООО «Издательство Юрайт», 2018

ISBN 978-5-534-06857-3

Оглавление

От авторов

Настоящее учебное пособие – это развернутый конспект лекций по разделам «Механика» и «Электромагнетизм», читаемых одним из авторов студентам химического факультета филиала МГУ в городе Баку. Содержание курса соответствует государственной университетской программе курса общей физики для химиков МГУ им. Ломоносова. Курс разработан и много лет читается в Москве заведующим кафедрой общей физики профессором П.К. Кашкаровым. Несмотря на то, что можно было бы рекомендовать по нему длинный перечень учебной литературы[*)], мы сочли возможным предложить своё видение способа изложения традиционного материала.

К этому нас подтолкнула необходимость учесть конкретный уровень базовой подготовки (в том числе математической) выпускников современных непрофильных школ, а также многолетний опыт преподавательской работы с абитуриентами и старшими школьниками. В отличие от подчас сухого академического способа изложения материала в нашем пособии используется более эмоциональный стиль, приближающий текст к разговорной речи. Многие вопросы нам казалось полезным “проговорить” более подробно и возможно даже избыточно дотошно, чем это принято в традиционно рекомендуемых учебных пособиях, снабдить их детально разобранными примерами.

Кроме того мы старались особо **выделять** и чётко формулировать **законы** и **определения**. Мы умышленно избегали длинных математических выводов и обращали внимание на физический смысл результатов и следствий из них. По возможности, указывали на практическое и научное применение изучаемых законов, отмечали их место в общей физической картине мира. Конечно, предложенный стиль изложения понравится не всем (иначе не бывает). Но, работая над пособием, мы всегда думали – для чего и для кого мы пишем. И всегда пытались ставить себя на место тех, для кого это пособие предназначено – вчерашних школьников нынешних студентов.

Авторы глубоко признательны рецензентам проф. В.В. Сурикову и доц. Д.В. Белову за ценные дискуссии и сделанные полезные замечания. Мы также выражаем искреннюю благодарность ректору Филиала МГУ им. М.В. Ломоносова в городе Баку профессору Наргиз-ханум Пашаевой за внимание к нашей работе и помощь в издании данного учебного пособия.

[*)] Прежде всего, это: П.К. Кашкаров, А.И. Ефимова. «Механика и электромагнетизм». М., изд. МГУ, 2010, а также хорошо известный классический курс И.В. Савельева: Курс общей физики. т.1, 2, М., 1986 и другие издания.

В результате изучения курса студент должен освоить:

трудовые действия

• владения теоретическими представлениями классической физики, а также методами экспериментального исследования физических явлений;

необходимые умения

• решать типовые задачи по механике и электромагнетизму;

• применять основные законы общей физики при решении практических задач;

необходимые знания

• современной физической картины мира;

• основных понятий и моделей механики, электромагнетизма;

• фундаментальных физических законов, принципов и теории классической физики;

• методов исследования физических явлений.

А.В. Зотеев, А.А. Склянкин

Часть 1. Механика Ньютона

"Если я видел дальше, чем другие, то лишь потому, что стоял на плечах Гигантов" –
Исаак Ньютон

Введение

Предметом механики является изучение простейшей формы движения в природе – механической, т.е. связанной с изменением положения тел в пространстве. Содержанием этой части курса является классическая механика, ведущая своё начало от Г. Галилея (1564 – 1642) и И. Ньютона (1643 – 1727). Классическая механика изучает законы движения макроскопических тел (т.е. состоящих из огромного количества атомов).

Механика как наука развилась гораздо раньше других областей физики, и причиной тому – большая наглядность используемых представлений и законов. Немалую роль в установлении законов механики сыграли астрономические наблюдения и исследования, не требовавшие в те времена больших материальных затрат, а также развитие техники, диктуемое практическими нуждами прогресса общества.

Надо сказать, что наглядность представлений классической механики о пространстве и времени, как о формах существования материи, а также их полное соответствие нашим повседневным, «обывательским» наблюдениям, играет двоякую роль в процессе познания природы. С одной стороны, это обстоятельство облегчает трактовку законов классической физики. С другой стороны, наоборот, затрудняет познавательный переход к случаю движения с очень большими скоростями (близкими к скорости света в вакууме: $\upsilon \approx c$) и представлениям, используемым при описании микромира. Движение тел с очень большими скоростями – предмет «релятивистской» теории («специальной теории относительности), а микромир является объектом изучения квантовой механики[*]. Квантовая механика и релятивистская теория – это новые, более высокие степени приближения в изучении природы по сравнению с классической механикой. Но они ни в какой мере не исключают «старой» теории, не говоря уж о том, что отталкиваются от неё. Физика ведь вообще наука экспериментальная. Теория возникает как обобщение накопленных опытных фактов, новая теория обобщает старые теории. Любая физическая теория, описывая принятую ею модель внешнего мира, имеет определённые границы применимости, в рамках которых удовлетворительно описывает эту модель, объясняя известные и предсказывая новые опытные результаты.

И если оказывается, что новая теория является более общей, чем старая, то это вовсе не означает, что старая никуда не годится. Каждая из них работает в определённых условиях, и не беда, если старая является «предельным случаем» другой (новой). Так обстоит дело со взаимоотношениями между теорией относительности, квантовой механикой и классической механикой. Последняя прекрасно описывает явления природы, пока скорости движения гораздо меньше скорости света и пока мы не пытаемся иметь дело с отдельными атомами и элементарными частицами. Впрочем, даже в последнем случае бывают такие ситуации, когда поправки, вносимые квантовой теорией незначительны и лежат в пределах погрешностей эксперимента[**]. Тогда классическая механика является хорошим приближением для описания движения этих частиц, например, движения электрически заряженных частиц в электрических и магнитных полях при условии $v << c$. Во многих случаях учёт квантовых эффектов и конечности скорости света, приводит лишь к небольшим уточнениям к выводам классической механики.

---

[*] В обоих случаях приходится существенно изменять наши представления о пространстве и времени.

[**] О погрешностях эксперимента вам предстоит подробнее узнать в процессе работы в физическом практикуме.

Таким образом, практическое применение законов классической механики выходит за рамки строгих границ её применимости. При этом всё же надо учитывать, что результаты, даваемые классической механикой, являются лишь первым приближением, которое может быть исправлено законами квантовой и релятивистской теории.

Традиционное деление классической механики предполагает изучение кинематики, статики и динамики. В настоящем курсе статика не рассматривается, её вы изучали в школе, а в рамках классической механики её можно считать частным случаем динамики.

§ 1. Кинематика материальной точки

“Незнание движения необходимо влечёт незнание природы” –
Аристотель (IV век до н.э.)

“Дайте мне материю и движение, и я построю Вселенную”–
Рене Декарт (XVII век н.э.)

Кинематика – это раздел механики, в котором устанавливаются законы механического движения тел без анализа причин, вызвавших это движение. Задачей кинематики является разработать способы описания движения тел, т.е. определять положение, скорость, ускорение, … (так называемые кинематические характеристики движения) и отвечать на вопрос «как ?», оставив до поры вопрос «почему ?» открытым. Анализ причин того или иного типа механического движения проводится в разделе «Динамика» – он ещё у нас впереди.

1.1. Основные понятия кинематики

(Опр.) ***Механическое движение – это изменение положения тел в пространстве (т.е. относительно других тел) с течением времени***

Мы видим, что «арена событий» механики – пространство и время. И уже в силу своего определения всякое движение носит относительный характер! Насколько движение абсолютно в философском смысле («всё течёт, всё изменяется»), настолько оно относительно в смысле представлений физических (относительно других тел!).

Простейшей ***моделью*** реального ***тела***, с которой начинается построение механики, является ***материальная точка*** (МТ).

(Опр.) ***Материальная точка – физическое тело, размерами которого в условиях конкретной задачи можно пренебречь***

Часто говорят, что «это такие тела, размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с характерными для данной задачи расстояниями». Важно, чтобы размеры и форма тела были бы несущественны при ответе на конкретный вопрос задачи. Одно и то же тело в разных случаях можно принимать за материальную точку, а в других нет! Например, при определении периода движения Земли вокруг Солнца, Земля может рассматриваться как МТ. Однако при выяснении времени суточного оборота Земли вокруг своей оси считать её материальной точкой уже бессмысленно, несмотря на возможность использования той же гелиоцентрической системы отсчёта и большом расстоянии между Солнцем и Землёй.

Механическое движение может быть определено только по отношению к ***системе отсчета*** (*СО*).

(**Опр.**) ***Система отсчёта включает тело отсчета (ТО), а также прибор для измерения времени***

Выбор тела отсчёта предполагает и выбор точки начала отсчёта. Выбирается также и начало отсчёта времени.

Важно подчеркнуть, что выбирается именно тело отсчёта, а не только одна точка пространства. С телом отсчёта связывают систему координат (*СК*), которая необходима для использования математического аппарата описания движения. Эта связь однозначно определит положение системы координат. С точкой отсчёта можно связать лишь одну из точек *СК*, но не положение её осей.

Одно и то же движение будет происходить по-разному, и будет описываться разными уравнениями в разных системах отсчёта. Чаще всего используются системы отсчета: «лабораторная» (связанная с помещением, в котором проводится исследование), «геоцентрическая» (связанная с Землёй), «гелиоцентрическая» (она же «Коперникова», связанная с Солнцем).

Мы начнём описание механических движений именно с кинематики материальной точки. Забегая вперёд, скажем, что и в важном и распространённом случае поступательного движения твёрдого тела[*)] размеры и форма тела также не играют роли при кинематическом описании его движения.

(***Опр.***) **Траектория** – ***это линия в пространстве, вдоль которой движется материальная точка***

Другими словами – это след, который оставила бы в пространстве движущаяся частица. Математически траектория может быть задана уравнением кривой в некоторой системе координат, описывающим взаимосвязь координат МТ друг с другом. Например, в простейшем случае движения по плоскости (XOY):

$$y = f(x). \tag{1.1}$$

Существует также так называемая "параметрическая" форма аналитического задания линии в пространстве:

$$x = f_1(t);$$
$$y = f_2(t);$$
$$z = f_3(t), \tag{1.1,a}$$

где t – некоторый общий параметр, в частности, им может служить время.

В зависимости от вида траектории различают движения **прямолинейные и криволинейные**. Примерами важных случаев криволинейного движения являются движения по окружности, параболе, циклоиде.

Подчеркнём, что ***вид траектории зависит от выбора системы отсчёта***. Этому можно привести много примеров. В частности, если систему координат связать с движущейся материальной точкой, то траекторией является точка – она ведь покоится в этой системе. Поэтому необходимо помнить, что ***решение любой задачи,***

[*)] Смысл этих терминов и само это движение мы будем обсуждать несколько позже.

связанной с движением, может быть осуществлено лишь в какой-либо конкретной системе отсчёта. Удобный выбор системы отсчёта может предопределить успех решения.

1.2. Линейные кинематические характеристики движения

Как мы уже отмечали, в выбранной *СО* с телом отсчёта обычно связывают ту или иную систему координат. Тогда пространственное положение материальной точки «m» можно задать её **координатами**. Например, в прямоугольной декартовой системе координат – это три числа $\{x,y,z\}$ – её проекции на óси координат OX, OY и OZ. Положение точки можно задать также и **радиус-вектором** $\vec{r}$, проведённым из начала координат к материальной точке m (см. рис. 1.1).

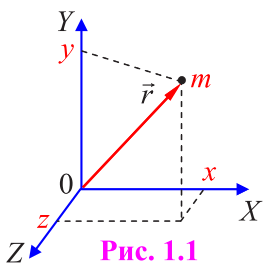

Рис. 1.1

1.2.1. Радиус-вектор

Связь **радиус-вектора** с координатами точки математически записывается так:

$$\vec{r} = x \cdot \vec{e}_x + y \cdot \vec{e}_y + z \cdot \vec{e}_z , \qquad (1.2)$$

где x, y, z – координаты МТ, равные проекциям радиус-вектора $\vec{r}$ на óси OX, OY и OZ; а $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$ – единичные векторы («орты») соответствующих направлений.

Основной (но не единственной) задачей механики является нахождение координат (или радиус-вектора) движущейся точки в любой момент времени – установление кинематического **закона движения**:

$$\begin{cases} x = x(t); \\ y = y(t); \\ z = z(t). \end{cases} \qquad \text{или} \quad \vec{r} = \vec{r}(t). \qquad (1.3)$$

Часто приходится иметь дело с движением МТ по плоскости или вдоль заданной линии. В этих случаях законом движения являются всего две или одна функция координат от времени.

1.2.2. Путь

(*Опр*.) **Путь** – ***это длина участка траектории между начальным и конечным положениями***

Путь (будем обозначать его Δl) – величина скалярная !

1.2.3. Перемещение

(*Опр*.) **Перемещением** ***за промежуток времени*** $\Delta t = t_2 - t_1$ ***называется вектор*** $\Delta\vec{r}$***, соединяющий положение точки в момент времени*** t_1 ***с её положением в момент времени*** t_2

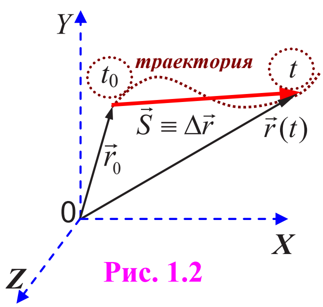

Рис. 1.2

Вектор перемещения, как ясно из определения и рисунка 1.2, равен $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Он может быть задан, как любой вектор, его проекциями на оси системы координат:

$$\Delta x = x_2 - x_1,\ \Delta y = y_2 - y_1,\ \Delta z = z_2 - z_1.$$

Можно использовать также и разложение вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ на составляющие – компоненты по соответствующим координатным направлениям.

Пусть момент времени t_1 выбран в начальной точке траектории движения МТ, а t_2 в произвольной. Тогда их обозначают t_0 и t, соответственно. В школьном курсе само перемещение вы обозначали иначе – $\vec{S}$. Смысл нового обозначения $\Delta\vec{r}$ ясен из рисунка 1.2 – этот вектор представляет собой *приращение* радиус-вектора материальной точки в процессе её движения:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t) - \vec{r}_0. \qquad (1.4)$$

А $\vec{r}_0$ здесь – определяет начальное положение материальной точки. Отсюда ясно – чтобы определить положение МТ в любой момент времени, надо знать её перемещение и начальное положение:

$$\boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \Delta\vec{r}} \qquad (1.4,a)$$

Закон движения, можно записать также в соответствующей координатной форме:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + \Delta x; \\ y(t) = y_0 + \Delta y; \\ z(t) = z_0 + \Delta z. \end{cases} \qquad (1.3б)$$

Необходимо помнить, что в общем случае путь отличается от длины (модуля) вектора перемещения $|\Delta\vec{r}|$. Очевидно, всегда справедливо неравенство $\Delta l \geq |\Delta\vec{r}|$. Однако, если рассматривать всё более и более короткие интервалы времени $\Delta t = t_2 - t_1 \to 0$, то конечное положение точки будет приближаться к начальному, и разница между Δl и $|\Delta\vec{r}|$ будет также стремиться к нулю.

Теперь посмотрим, как характеризовать быстроту изменения положения МТ в пространстве. Начнём с простейшего понятия.

1.2.4. Скорость

(**Опр.**) **Средняя скорость** – ***отношение перемещения к интервалу времени движения***

$$\boxed{\vec{V}_{ср} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}} \qquad (1.5)$$

Средняя скорость (за данное время, или на участке траектории) описывает движение без деталей, тогда как в течение времени от t_1 до t_2 оно может происходить по-разному, то замедляясь, то убыстряясь.

☺ **Случай из американской жизни**:*)

«Автомобиль был остановлен полицейским. Он подходит к машине и говорит: "Мадам (ибо за рулем была женщина), Вы нарушили правила уличного движения. Вы ехали со скоростью 90 километров в час". Женщина отвечает: "Простите, это невозможно. Как я

*) Р. Фейнман «Фейнмановские лекции по физике», т. 1, с. 145.

могла делать 90 километров в час, если я еду всего лишь 7 минут!" ... Полицейский честно хочет доказать нарушительнице её вину и пытается объяснить ей, что означает скорость 90 километров в час, и говорит: "Я имел ввиду, мадам, что если бы Вы продолжали ехать таким же образом, то через час Вы проехали бы 90 километров." "Да, но я ведь затормозила и остановила машину, – может ответить она, – так что теперь-то я уж никак не могла бы проехать 90 километров в час". Нарушительница могла бы ответить и так: "Если бы я продолжала ехать, как ехала, еще час, то налетела бы на стену в конце улицы." .... Далее дискуссия развиваете, следующим образом. Полицейский: "Разумеется, мадам, если бы Вы ехали таким же образом в течение часа, то налетели бы на стену, но за 1 секунду Вы бы проехали 25 метров, так что Вы делали 25 метров в секунду, и если бы продолжали ехать таким же образом, то в следующую секунду опять проехали бы 25 метров, а стена стоит гораздо дальше". "Но правила запрещают делать 90 километров в час, а не 25 метров в секунду." Да ведь это то же самое!"

Желание описать движение подробнее заставляет сужать рассматриваемый участок траектории (уменьшать временной интервал), т.е. вычислять среднюю скорость за всё более короткие промежутки времени. Так мы приходим к более детальной характеристике – скорости в данный момент времени или просто мгновенной скорости.

(*Опр*.) Мгновенная скорость – *предельное значение средней скорости при уменьшении временного интервала* $\Delta t \to 0$ (на «бесконечно коротком» участке траектории):

$$\boxed{\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}} \qquad (1.6)$$

В математике такой предел (если он существует) называется производной (в данном случае радиус-вектора) по времени, а процедура нахождения производной – дифференцированием. В физике приходится иметь дело с производными по разным переменным (время, координата, температура, …), поэтому производную удобно обозначать с указанием по какой именно переменной ведется дифференцирование в данном случае. Символически это делается так:

$$\boxed{\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{r}}{dt}}\ ^{*)} \qquad (1.6,a)$$

*) Символ "≡" означает знак тождественного равенства. Мы будем его использовать всякий раз, когда будем иметь дело просто с другим обозначением той же самой физической величины.

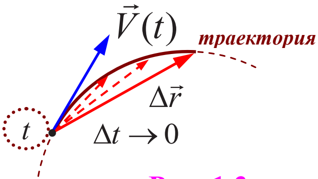

Рис. 1.3

Поскольку производные по времени в физике играют особую роль, их часто также обозначают точкой над дифференцируемой величиной: $\vec{V} = \dot{\vec{r}}$.

Как направлена мгновенная скорость? По мере уменьшения интервала времени Δt вектор перемещения $\Delta\vec{r}$ всё ближе «прижимается» к траектории (см. рис. 1.3). Поэтому из определения мгновенной скорости[**)] следует, что ***она всегда направлена по касательной к траектории***.

А ещё часто пользуются понятием ***путевой скорости***, опять-таки средней и мгновенной (её-то и показывает, например, спидометр автомобиля). Путевая скорость – это скалярная величина равная отношению пройденного пути к соответствующему интервалу времени:

(Опр.) $$\upsilon_{cp} = \frac{\Delta l}{\Delta t}. \qquad (1.7,а)$$

(Опр.) $$\boxed{\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{dl}{dt}} \qquad (1.7,б)$$

Если учесть, что при $\Delta t \to 0$ разница между путём и длиной вектора перемещения также стремится к нулю $\left(\Delta l \approx |\Delta\vec{r}|\right)$, то модуль мгновенной скорости равен производной пути по времени – т.е. мгновенной путевой скорости:

$$|\vec{V}| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}; \;\; \upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta l}{\Delta t}; \qquad \Rightarrow \;\; |\vec{V}| = \upsilon \qquad (1.8)$$

Как и любой вектор, вектор скорости может быть задан своими проекциями на координатные оси:

$$\vec{V} = V_x \cdot \vec{e}_x + V_y \cdot \vec{e}_y + V_z \cdot \vec{e}_z. \qquad (1.9)$$

Эти проекции равны производным соответствующих координат по времени:

[**)] Если не оговорено иное, то под термином скорость понимается именно мгновенная скорость !

$$\boxed{V_x = \frac{dx}{dt}; \quad V_y = \frac{dy}{dt}; \quad V_z = \frac{dz}{dt}} \qquad (1.10)$$

Модуль вектора скорости, а значит и путевая скорость, связаны с проекциями скорости на координатные оси:

$$\upsilon = \sqrt{V_x^{\,2} + V_y^{\,2} + V_z^{\,2}}. \qquad (1.11)$$

Зная мгновенную скорость как функцию времени, можно найти изменения координат:

$$\Delta x = \int_{t_1}^{t_2} V_x(t)\,dt; \quad \Delta y = \int_{t_1}^{t_2} V_y(t)\,dt; \quad \Delta z = \int_{t_1}^{t_2} V_z(t)\,dt, \qquad (1.12)$$

а значит перемещение и пройденный путь:

$$\Delta l = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)\,dt \qquad (1.13)$$

Здесь появилась ещё одна символика высшей математики, которой мы будем активно пользоваться и в дальнейшем – **интеграл**. С «технической» точки зрения интегрирование – операция обратная дифференцированию. То есть надо искать функцию, производная от которой совпадает с подынтегральным выражением (функцией $\upsilon(t)$, например). При этом всегда важно помнить, что ***смысл операции интегрирования – вычисление суммы***, точнее предела последовательности сумм определённого вида. А именно произведений значений интегрируемой функции на малые приращения аргумента этой функции в рамках диапазона, указанного пределами интегрирования. Графически такая величина (значение интеграла) может быть вычислена как площадь под графиком интегрируемой функции (конечно же, в соответствующих единицах измерения!) – см. рис. 1.4.

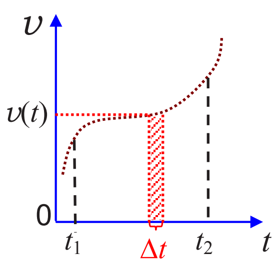

Рис. 1.4

Пример 1. Равномерное движение

(*Опр*.) ***Равномерным называется движение, при котором МТ за любые равные интервалы времени совершает равные перемещения***

Из этого определения (определение Галилея) следует, что при равномерном движении скорость точки не меняется, т.е.

$\vec{V} = const.$[**)] При равномерном движении средняя и мгновенная скорости совпадают. Исходя из этого, легко получить **закон равномерного движения** (в «координатной» форме):

$$V_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \quad \Delta x = V_x \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$x(t) = x_0 + V_x \cdot t. \qquad (1.14)$$

Аналогично и по осям OY, OZ:

$$y(t) = y_0 + V_y \cdot t;$$
$$z(t) = z_0 + V_z \cdot t.$$

или в векторном виде:

$$\vec{V} = \vec{V}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \Rightarrow \quad \Delta \vec{r} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{V}(t)dt = \vec{V} \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{V} \cdot t \qquad (1.14,a)$$

В равенствах (1.14) и (1.14,a) для упрощения записей мы считаем, что время отсчитывается от нуля, т.е. $t_0 = 0$ и $\Delta t = t - t_0 = t$.

Строго говоря (следуя определению), равномерным может быть только прямолинейное движение. Однако иногда говорят и о криволинейном равномерном движении (например, по окружности), имея ввиду *постоянство скорости по модулю*. В этом случае путь линейно растет с течением времени:

$$\Delta l = \upsilon \cdot t. \qquad (1.15)$$

1.2.5. Ускорение

Для характеристики быстроты изменения скорости пользуются понятием ускорения. Конечно, начать можно, как и в случае скорости со среднего ускорения. Но мы дадим сразу определение ускорения мгновенного, выполнив знакомый уже предельный переход.

[**)] Часто именно это условие и принимается за определение равномерного движения.

(*Опр*.) Ускорением[*)] ***называется производная скорости по времени:***

$$\boxed{\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}} \qquad (1.16)$$

или (что то же самое) $$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \equiv \dot{\vec{V}} \left(a \text{ значит}: \quad \vec{a} = \ddot{\vec{r}}\right). \qquad (1.16,a)$$

при этом

$\vec{a} = a_x \cdot \vec{e}_x + a_y \cdot \vec{e}_y + a_z \cdot \vec{e}_z$, где $a_x = \frac{dV_x}{dt}$, $a_y = \frac{dV_y}{dt}$, $a_z = \frac{dV_z}{dt}$.

Ускорение равно нулю ($\vec{a} = 0$) только в случае, если скорость не изменяется ни по величине, ни по направлению ($\vec{V} = const$).

Зная функцию $\vec{a}(t)$, можно определить изменение вектора скорости за промежуток времени между моментами t_1 и t_2:

$$\Delta \vec{V} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}(t) dt. \qquad (1.17)$$

А если известны ещё начальные положение $\vec{r}_0$ и скорость частицы $\vec{V}_0$, то нетрудно найти законы изменения её скорости и положения:

$$\begin{aligned} \vec{V}(t) &= \vec{V}_0 + \int_0^t \vec{a}(t) dt \\ \vec{r}(t) &= \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{V}(t) dt. \end{aligned} \qquad (1.18)$$

Таким образом, принципиальным физическим вопросом является как раз поиск ускорения – функции $\vec{a}(t)$. На этот вопрос, как мы убедимся, ответ даёт только «динамика».

[*)] Аналогично ситуации со скоростью, если не оговорено иное, то под термином ускорение понимается именно мгновенное ускорение!

Пример 2. Равнопеременное движение

(Опр.) ***Движение МТ называется равнопеременным, если за любые равные интервалы времени Δt происходят равные изменения скорости $\Delta\vec{V}$***

Нетрудно понять, что в этом случае ускорение $\vec{a}$ не меняется ($\vec{a} = const$). Опираясь на соотношения (1.18), легко получить для этого случая хорошо знакомые по школьному курсу зависимости:

$$\vec{V}(t) = \vec{V}_0 + \int_0^t \vec{a}(t)dt \quad \Rightarrow \quad \vec{V}(t) = \vec{V}_0 + \vec{a}\cdot t\,;$$
$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{V}(t)dt \quad \Rightarrow \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{V}_0\cdot t + \frac{\vec{a}\,t^2}{2}. \tag{1.19}$$

Запишем также закон ***равнопеременного движения*** и «в координатной форме» для одной из проекций:

$$x(t) = x_0 + V_{0x}\cdot t + \frac{a_x t^2}{2}, \tag{1.19,a}$$

здесь V_{0x} – начальная скорость вдоль оси X ($V_x(0) = V_{0x}$), x_0 – координата x в начальный момент, т.е. $x(0) = x_0$.

❖ **Замечание**

Пример 3. Движение тел, брошенных вблизи поверхности Земли (сопротивление воздуха пренебрежимо мало)

Это хотя и частный, но очень важный случай равнопеременного движения. Не будем, однако, воспроизводить все положенные выкладки, которые подробно обсуждались ещё в школьном курсе[*)]. Анализируя приведённые ранее кинематические соотношения, мы отметим здесь, что характеристики движения материальной точки вдоль любой оси не влияют на параметры движения вдоль остальных осей. Это позволяет сформулировать

[*)] Освежить их в памяти поможет, как мы надеемся, например, разбор задачи 1.1 нашего пособия для семинарских занятий или любой школьный учебник.

принцип независимости движений, согласно которому движение материальной точки вдоль координатных осей *можно рассматривать независимо друг от друга*. По горизонтали происходит равномерное движение, а по вертикали – с постоянным ускорением – ускорением свободного падения $\vec{g}$. В действительности эти движения объединены общностью течения времени, что и позволяет находить траекторию движения.

1.3. Угловые кинематические характеристики движения

При криволинейном движении, в частности, при движении по окружности, удобными помимо «линейных» оказываются т.н. «угловые характеристики»: угловое перемещение, угловая скорость, угловое ускорение.

1.3.1. Угловое перемещение

(*Опр.*) Введём понятие ***углового перемещения***, отталкиваясь как раз от случая движения МТ по окружности – см. рис. 1.5. Радиус-вектор $\vec{r}$, соединяющий центр окружности (точка О) и материальную точку, как всегда «следит» за изменением её положения, и при этом поворачивается на угол $\Delta\varphi$. Чтобы указать не только величину этого поворота, но и направление, угловому перемещению *придают векторный характер*: *за направление вектора $\overrightarrow{\Delta\varphi}$ принимается направление поступательного перемещения правого винта – «буравчика» при повороте его рукоятки в направлении вращения радиус-вектора* – см. рис. 1.5.

Так же поступают и при движении МТ по любой плоской кривой[*)].

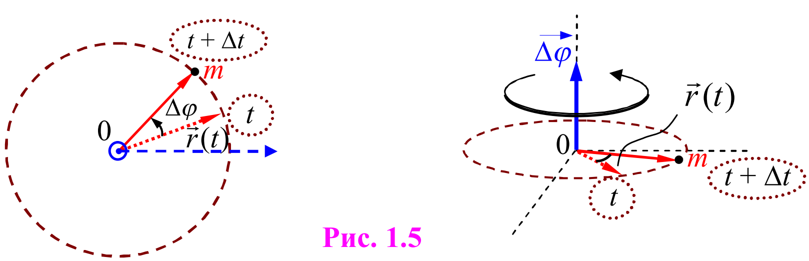

Рис. 1.5

[*)] В общем случае векторами являются лишь бесконечно малые угловые перемещения $d\vec{\varphi}$.

1.3.2. Угловая скорость

Быстроту угловых перемещений характеризуют угловой скоростью, которую определяют аналогично линейной:

(*Опр.*) Угловая скорость *равна*

$$\boxed{\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{\varphi}}{dt}} \qquad (1.20)$$

Т.е. она представляет собой производную по времени от угла поворота

Направлен вектор угловой скорости, как следует из определения, так же, как и вектор малого углового перемещения $d\vec{\varphi}$.

Ранее введённую скорость $\vec{V}$ в данном контексте называют ***линейной***. Её модуль υ связан с модулем угловой скорости ω простым соотношением, получить которое можно, вспомнив равенство (1.7,*б*) и математическое выражение для длины дуги окружности $dl = R \cdot d\varphi$:

$$\upsilon = \frac{dl}{dt} = \frac{Rd\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot R = \omega \cdot R. \qquad \text{Итак} \qquad \upsilon = \omega \cdot R \qquad (1.21)$$

Можно ли записать связь линейной и угловой скоростей в векторном виде, учитывающем направления этих характеристик движения? Линейная скорость всегда направлена по касательной к траектории, т.е. перпендикулярно радиусу окружности. Угловая – вдоль оси, относительно которой поворачивается радиус-вектор частицы, т.е. перпендикулярно плоскости, в которой лежат оба вектора $\vec{V}$ и $\vec{R}$. С учётом сказанного приходим к равенству $\vec{V} = [\vec{\omega}, \vec{R}]$. Оказывается его можно несколько обобщить, выбрав начало системы отсчёта (точку O') в произвольном месте оси поворота радиус вектора $\vec{r}$ (см. рис. 1.6):

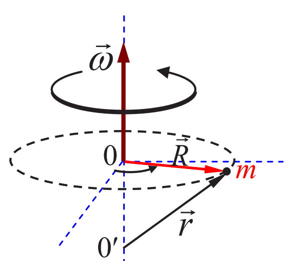

Рис. 1.6

$$\vec{V} = [\vec{\omega}, \vec{r}]\ ^{*)} \qquad (1.22)$$

Этот вывод будет для нас важен при анализе кинематики движения твёрдых тел.

Замечание

Если линейная скорость *неизменна по величине* υ, то постоянна и угловая скорость ω. Такое движение называют «**равномерным движением материальной точки по окружности**». Следует помнить об условности этой терминологии с учётом данного общего определения понятия равномерного движения. В этом случае справедливы соотношения:

$$\upsilon = const, \quad \omega = const, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

1.3.3. Угловое ускорение

(***Опр.***) Для описания движения с изменяющейся угловой скоростью вводится понятие **углового ускорения**:

$$\boxed{\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}} \quad \left(\text{или} \quad \vec{\beta} \equiv \dot{\vec{\omega}} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} \equiv \ddot{\vec{\varphi}}\right) \qquad (1.23)$$

Аналогично случаю линейных характеристик оно позволяет находить, изменение угловой скорости и угловое перемещение:

$$\overrightarrow{\Delta\omega}(t) = \int_0^t \vec{\beta}(t)dt, \qquad (1.24)$$

$$\overrightarrow{\Delta\varphi} = \int_0^t \vec{\omega}(t)dt. \qquad (1.25)$$

1.4. Ускорение при криволинейном движении

При криволинейном движении линейная скорость $\vec{V}$ обязательно изменяется хотя бы по направлению. Поэтому ускорение всегда отлично от нуля даже в «школьном» случае «равномерного движения по окружности» (т.е. при постоянстве угловой скорости). Если материальная точка движется по произвольной ***кривой траектории*** можно утверждать, что вектор ускорения направлен всегда внутрь этой траектории. Его удобно

---

*) Иногда это соотношение называют формулой Эйлера.

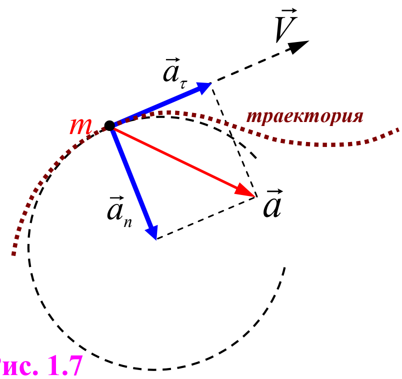

Рис. 1.7

разложить на две составляющие – вдоль вектора скорости (по касательной к траектории) и в нормальном (т.е. перпендикулярном) направлении:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \tag{1.26}$$

Символом $\vec{\tau}$ принято обозначать орт тангенциального ($\vec{\tau} \uparrow\uparrow \vec{V}$), а $\vec{n}$ – нормального ($\vec{n} \perp \vec{\upsilon}$) направлений. Соответственно первую составляющую $\vec{a}_\tau$ называют «тангенциальным», а вторую $\vec{a}_n$ – «нормальным» ускорением (см. рис. 1.7). Поскольку $\vec{V} = \upsilon \cdot \vec{\tau}$, следующей цепочкой равенств можно так пояснить смысл каждой из компонент ускорения:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(\upsilon \cdot \vec{\tau}) = \underbrace{\frac{d\upsilon}{dt} \cdot \vec{\tau}}_{\vec{a}_\tau} + \underbrace{\upsilon \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt}}_{\vec{a}_n}}$$

Т.е. тангенциальная компонента $\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} \cdot \vec{\tau}$ ответственна за изменение модуля скорости. Тогда как нормальная $\vec{a}_n = \upsilon \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt}$ – это по сути всё то же, известное вам по школьному курсу, «центростремительное» ускорение, изменяющее скорость по направлению. Вектор $\vec{a}_n$ перпендикулярен вектору линейной $\vec{V}$ скорости и направлен по радиусу к центру т.н. «мгновенной» окружности (см. рис. 1.7) – движение по произвольной ***кривой траектории*** можно представить как последовательность движений по малым дугам окружностей с разными радиусами R и разными положениями центров, сменяющими друг друга.

Чему равен модуль нормального ускорения? Процедура расчёта центростремительного ускорения описывается в любом