

Предисловие

Глава 1. Основные структуры математического анализа

1. Элементы теории множеств и отображений
 - 1.1. Некоторые логические символы
 - 1.2. Обозначения, используемые в теории множеств
 - 1.3. Натуральные числа. Метод математической индукции
 - 1.4. Простейшие операции над множествами
 - 1.5. Упорядоченная пара и декартово произведение множеств
 - 1.6. Бинарные отношения. Проекция и сечения бинарного отношения. Обратное бинарное отношение
 - 1.7. Функциональное бинарное отношение. Функция и простейшие понятия, связанные с ней
 - 1.8. Обратная функция. Композиция отображений
 - 1.9. Параметрическое и неявное отображения
 - 1.10. Изоморфизм
2. Математические структуры
 - 2.1. Группа
 - 2.2. Кольцо
 - 2.3. Тело
 - 2.4. Поле
 - 2.5. Векторное пространство над полем $\mathbf{K}$ Нормированное пространство
3. Метрические пространства
 - 3.1. Аксиомы метрики. Предел последовательности точек метрического пространства
 - 3.2. Шары, сферы, диаметр множества
 - 3.3. Открытые множества
 - 3.4. Внутренность множества
 - 3.5. Замкнутые множества, точки прикосновения, замыкание множества
4. Компактные множества
5. Связные пространства и связные множества
6. Предел и непрерывность отображения из одного метрического пространства в другое
 - 6.1. Предел и непрерывность отображения
 - 6.2. Непрерывность композиции отображений
 - 6.3. Непрерывность обратного отображения
 - 6.4. Предел и непрерывность отображения в смысле Коши. Некоторые свойства непрерывных отображений
 - 6.5. Равномерно непрерывные отображения
 - 6.6. Гомеоморфизмы. Эквивалентные расстояния

Глава 2. Комплексные числа и функции комплексного переменного

1. Комплексные числа и комплексная плоскость
 - 1.1. Определение комплексного числа
 - 1.2. Аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы его записи. Умножение и деление комплексных чисел. Операция извлечения корня из комплексного числа
 - 1.3. Стереографическая проекция и ее свойства
- Примеры*
2. Топология комплексной плоскости. Последовательности комплексных чисел. Свойства функций, непрерывных на компакте
 - 2.1. Топология комплексной плоскости
 - 2.2. Замкнутые множества, отрезок и ломаная. Связные множества

- 2.3. Последовательность комплексных чисел и ее предел
- 2.4. Свойства компакта $K \subset \mathbb{C}$
- 2.5. Предел и непрерывность функции комплексного переменного
- 2.6. Арифметические операции над пределами и непрерывными функциями
- 2.7. Предел и непрерывность композиции функций
- 2.8. Свойства функций, непрерывных на компакте
- 3. Непрерывные и гладкие кривые. Односвязные и многосвязные области

Примеры

- 4. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Связь между $\mathbb{C}$ -дифференцируемостью и $\mathbb{R}^2$ -дифференцируемостью. Аналитические функции
 - 4.1. Определение дифференцируемой функции. Правила дифференцирования
 - 4.2. Дифференциал функции
 - 4.3. Критерий дифференцируемости функции комплексного переменного
 - 4.4. Аналитические функции
 - 4.5. Геометрический смысл производной функции комплексного переменного. Понятие конформного отображения
 - 4.6. Плоские физические поля и их связь с аналитическими функциями
 - 4.7. Неравенство Лагранжа

Примеры

Упражнения для самостоятельной работы

3 Элементарные функции в комплексной плоскости

- 1. Дробно-линейные функции и их свойства
 - 1.1. Определение дробно-линейной функции. Конформность отображения
 - 1.2. Геометрические свойства дробно-линейных отображений
 - 1.3. Дробно-линейные изоморфизмы и автоморфизмы

Примеры

[...]

- 4. Общая степенная и общая показательная функции
 - 4.1. Общая степенная функция
 - 4.2. Общая показательная функция
- 5. Функция Жуковского
 - 5.1. Определение функции Жуковского. Конформность

Примеры

- 6. Тригонометрические и гиперболические функции

Примеры

Упражнения для самостоятельной работы

Ответы

Литература

Предметный указатель

Предисловие

В учебной литературе, рекомендованной для изучения теории функций комплексного переменного, имеется много содержательных учебников и учебных пособий, авторами которых являются известные ученые М.А.Лаврентьев, Б.В.Шабат, И.И.Привалов, А.И.Маркушевич, А.В.Бицадзе, М.А.Евграфов, А.Гурвиц, Р.Курант и другие. К сожалению, большинство из них не приспособлено как по объему, так и по выбору и распределению материала к учебным программам по теории функций комплексного

переменного для физико-математических факультетов университетов России и других стран СНГ. Ничтожно мало написано пособий по решению задач. Начинающему преподавателю, а тем более студенту и аспиранту, нелегко выделить из объемистой книги основной материал так, чтобы образовался целостный, логически заверченный курс, отвечающий учебной программе.

Указанные выше обстоятельства натолкнули автора на мысль о необходимости написания на современном уровне требований книги, которая соответствовала бы учебным университетским программам по данному предмету, не была перегружена частностями и содержала большое количество решенных задач. В книгу включено более 370 решенных задач средней и повышенной трудности.

Характерной чертой многих книг по теории функций комплексного переменного является разноречивость и нечеткость основной терминологии. Например, основное понятие аналитической функции в разных местах одной и той же книги может иметь разный смысл. Это обстоятельство принято во внимание автором, и все рассматриваемые понятия имеют вполне определенный смысл.

В первой главе первой части книги дано строгое определение функции (а не описание ее, как это принято в большинстве учебников), рассмотрены операции над множествами и основные вопросы теории метрических пространств. Без включения этого материала в книгу изложение основных вопросов на современном математическом уровне оказалось бы невозможным. Поэтому читателю будет полезно хотя бы бегло прочитать эту небольшую по объему главу для понимания остальных глав, включающих традиционные вопросы, относящиеся к теории аналитических функций, которая была создана в XIX столетии в первую очередь благодаря работам О.Коши, Г.Римана, К.Вейерштрасса.

В книге уделено большое внимание практическим вопросам конформных отображений. Новыми для читателя окажутся понятия интеграла Ньютона--Лейбница и производной Ферма--Лагранжа.

Книга рассчитана на широкий круг читателей, владеющих знаниями в объеме стандартных программ по математическому анализу для студентов физико-математических специальностей университетов.

Автор

Об авторе



БОЯРЧУК Алексей Климентьевич

Родился 4 февраля 1925 г. в селе Фесюры Киевской области. В феврале 1944 г. был призван в армию, участвовал в боевых действиях, награжден орденами и медалями. Окончив в 1956 г. механико-математический факультет Киевского государственного университета им. Тараса Шевченко и работая на этом факультете преподавателем, защитил в 1965 г. кандидатскую диссертацию, посвященную исследованию теории разностных схем для дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами. С 1967 г. — доцент кафедры вычислительной математики факультета кибернетики Киевского университета. Автор 60 научных работ, в том числе 21 учебника и учебного пособия, изданных на нескольких языках мира. Лауреат Государственной премии Украины и награды Ярослава Мудрого АН высшей школы Украины в области науки и техники.

Григорий Петрович Головач Родился в 1940 г. на Черниговщине. Окончил механико-математический факультет Киевского государственного университета им. Тараса Шевченко. С 1966 г. работает на кафедре математики и теоретической радиофизики Киевского университета. Кандидат физико-математических наук, доцент. Основные научные работы относятся к вычислительной математике. Является соавтором монографии «Приближенные методы решения операторных уравнений» (на укр. яз.), учебных пособий «Сборник задач по дифференциальным и интегральным уравнениям» (на укр. яз.), «Математический анализ в примерах и задачах», а также многотомного «Справочного пособия по высшей математике».