



МОСКОВСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

М. Ю. Глотова, Е. А. Самохвалова

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УЧЕБНИК И ПРАКТИКУМ ДЛЯ БАКАЛАВРОВ

Допущено Учебно-методическим отделом высшего образования в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по педагогическим и гуманитарным направлениям и специальностям

**Книга доступна в электронной библиотечной системе
biblio-online.ru**

Москва ■ Юрайт ■ 2016

УДК 51
ББК 22.1я73
Г54

Авторы:

Глотова Марина Юрьевна — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры методов интенсификации процесса обучения Московского педагогического государственного университета;

Самохвалова Евгения Александровна — старший преподаватель кафедры методов интенсификации процесса обучения Московского педагогического государственного университета.

Рецензенты:

Игнатченко О. А. — кандидат физико-математических наук, доцент, заместитель директора Института образовательных информационных технологий Уральского федерального университета им. первого Президента России Б. Н. Ельцина;

Крамаренко В. И. — кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой Института экономики и культуры.

Глотова, М. Ю., Самохвалова, Е. А.

Г54 Математическая обработка информации : учебник и практикум для бакалавров / М. Ю. Глотова, Е. А. Самохвалова. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 344 с. — Серия : Бакалавр. Базовый курс.

ISBN 978-5-9916-6219-2

Учебник содержит изложение основ математической обработки информации для студентов, специализирующихся в области гуманитарных наук. В учебник включены прикладные наработки авторов по всем рассматриваемым разделам, примеры использования классических методов обработки информации и заданий для самостоятельной работы обучающихся.

Содержание учебника соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования третьего поколения и методическим требованиям, предъявляемым к учебным изданиям.

Для студентов высших учебных заведений педагогического профиля, обучающихся гуманитарным дисциплинам.

УДК 51
ББК 22.1я73

ISBN 978-5-9916-6219-2

© Глотова М. Ю., Самохвалова Е. А., 2013
© ООО «Издательство Юрайт», 2016

Оглавление

Введение.....	8
Глава 1. Информация. Использование математического языка для записи и обработки информации	12
1.1. Информация и информационное общество	12
1.2. Использование математического языка для записи и обработки информации	18
1.2.1. Аксиоматический метод как основа построения математических теорий	18
1.2.2. Математическое моделирование как один из основных методов познания.....	19
1.3. Математические средства представления информации в виде знаковых информационных моделей	23
1.3.1. Формулы.....	23
1.3.2. Таблицы	23
1.3.3. Графики.....	30
<i>Контрольные вопросы и задания.....</i>	<i>52</i>
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>52</i>
Глава 2. Элементы теории множеств. Теоретико- множественные основы математической обработки информации	54
2.1. Понятие множества	55
2.2. Подмножество. Основные числовые множества	59
2.3. Операции над множествами.....	60
2.4. Диаграммы Эйлера — Венна, таблицы вхождения элементов, координатная плоскость.....	64
2.5. Формула включений и исключений.....	71
2.6. Декартово произведение множеств. Соответствия. Бинарные отношения и их свойства. Отображения	74
<i>Контрольные вопросы и задания.....</i>	<i>81</i>
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>82</i>

Глава 3. Элементы теории графов. Методы решения задач как средство обработки и интерпретации информации	84
3.1. Понятие графа	85
3.2. Способы задания графов	91
3.3. Операции над графами.....	95
3.4. Изоморфизм графов.....	96
3.5. Маршруты, циклы в неориентированном графе	98
3.6. Пути, контуры в ориентированном графе	99
3.7. Связность графа.....	100
3.8. Деревья, лес	102
3.9. Взвешенные графы	104
3.10. Эйлеровы и гамильтоновы графы.....	105
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>111</i>
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	<i>111</i>
Глава 4. Элементы алгебры логики. Использование логических законов при работе с информацией	116
4.1. Высказывания. Логика высказываний	118
4.2. Основные логические операции. Таблицы истинности.....	119
4.2.1. Отрицание $\neg x$ (читается «не x »)	119
4.2.2. Дизъюнкция $x \vee y$ (читается « x или y »).....	120
4.2.3. Конъюнкция $x \& y$ (читается « x и y »)	121
4.2.4. Сложение по модулю $x \oplus y$ (читается «исключающее или», «логическое либо»)	122
4.2.5. Импликация $x \rightarrow y$ (читается «если x , то y »).....	123
4.2.6. Эквиваленция (или эквивалентность) $x \sim y$ ($x \leftrightarrow y$) (читается « x тогда и только тогда, когда y »).....	124
4.3. Логические формулы.....	125
4.4. Тавтология и противоречие. Равносильность высказываний	128
4.5. Основные законы алгебры логики	132
4.6. Совершенные нормальные формы.....	134
4.7. Примеры решения логических задач	136
4.7.1. Решение логических задач с помощью табличного метода.....	136
4.7.2. Решение логических задач с помощью рассуждений	140

4.7.3. Решение логических задач с помощью средств алгебры логики	142
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	145
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	146
Глава 5. Элементы комбинаторики. Комбинаторные методы обработки информации.....	148
5.1. Основные определения и правила комбинаторики	149
5.2. Соединения без повторений.....	153
5.3. Соединения с повторениями.....	155
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	159
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	160
Глава 6. Основные понятия теории вероятностей. Вероятностные методы обработки информации.....	162
6.1. События.....	163
6.2. Вероятность.....	165
6.2.1. Статистическое определение вероятности	165
6.2.2. Классическое определение вероятности	166
6.2.3. Геометрическое определение вероятности	170
6.3. Основные теоремы теории вероятностей	172
6.3.1. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей....	172
6.3.2. Произведение событий. Теорема умножения вероятностей.....	174
6.4. Формула полной вероятности. Формула Байеса.....	178
6.5. Схема решения задач по теории вероятностей	182
6.6. Решение задач по теории вероятностей с помощью графов.....	182
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	187
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	187
Глава 7. Элементы математической статистики. Статистические методы обработки информации.....	190
7.1. Основные понятия математической статистики.....	192
7.2. Проблемы измерения и виды шкал	196
7.2.1. Виды шкал.....	196
7.2.2. Типы данных	198
7.2.3. Правила ранжирования.....	198
7.3. Описательные статистики.....	199

7.3.1. Меры центральной тенденции.....	199
7.3.2. Меры изменчивости	200
7.3.3. Первичное описание исходных данных.....	201
7.3.4. Характеристики рассеивания.....	208
7.4. Ранговые корреляции и взаимосвязи в педагогических экспериментах	210
7.4.1. Корреляционное отношение.....	210
7.4.2. Коэффициент вариации	212
7.4.3. Доверительный интервал.....	213
7.4.4. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена.....	215
7.4.5. Коэффициент корреляции Пирсона.....	218
7.4.6. Корреляционные матрицы и графы.....	222
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>223</i>
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	<i>224</i>

Практикум по курсу «Математическая обработка информации» на базе MS Excel. Лабораторные работы

Лабораторная работа 1. Основы работы с Microsoft office Excel. Ввод данных	229
Задание 1. Перемещение по листу MS Excel и выделение ячеек.....	230
Задание 2. Ввод данных в ячейки Excel.....	232
Задание 3. Использование автозаполнения	237
Задание 4. Форматирование ячеек и их содержимого в Excel.....	238
<i>Задание для самостоятельной работы</i>	<i>241</i>
Лабораторная работа 2. Создание таблицы и выполнение расчетов.....	241
Задание 1. Создание таблицы.....	241
Задание 2. Создание и редактирование формул в таблице.....	243
Задание 3. Сортировка данных	245
Задание 4. Фильтрация (выборка) данных с помощью автофильтра	246
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	<i>247</i>
Лабораторная работа 3. Фильтрация данных с использованием расширенного фильтра. Условное форматирование	247
Задание 1. Фильтрация данных с использованием расширенного фильтра	247

Задание 2. Условное форматирование	248
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	250
Лабораторная работа 4. Построение диаграмм в MS Excel	251
Задание 1. Построение диаграмм	252
Задание 2. Диаграммы со вспомогательными осями	254
Задание 3. Смешанная (комбинированная) диаграмма	259
Задание 4. Диаграмма Ганта	262
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	264
Лабораторная работа 5. Логические функции	270
Задание 1. Логическая функция ЕСЛИ (IF)	270
Задание 2. Логическая функция И (AND)	270
Задание 3. Логическая функция ИЛИ (OR)	271
Задание 4. Совместное использование логических функций	272
Задание 5. Использование функций Дата и Время	275
Задание 6. Использование вложенных условных функций	279
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	279
Лабораторная работа 6. Подбор параметра и поиск решения	288
Задание 1. Инструмент анализа Подбор параметра	288
Задание 2. Инструмент анализа данных Поиск решения	294
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	297
Лабораторная работа 7. Решение комбинаторных задач в MS Excel	299
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	306
Лабораторная работа 8. Решение вероятностных задач в MS Excel	307
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	321
Лабораторная работа 9. Статистическая обработка информации в MS Excel	322
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	330
Итоговая лабораторная работа по курсу «Математическая обработка информации»	332
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	342
Список литературы	343

Введение

Роль учителя всегда была одной из самых важных для воспитания будущего поколения. Профессиональная деятельность педагога определяет успешность развития общества и страны в целом. XXI в. ставит новые задачи перед учителем, произошло бурное развитие технологий, особенно информационных. Существенно увеличился поток информации, скорость ее распространения, появились новые способы обмена информацией. Все это определяет необходимость для педагога владеть новыми информационными технологиями и уметь их применять в своей деятельности.

Нужно развивать навыки, необходимые в современной жизни и в профессии. Особенно важно умение учиться, так как оно формирует все остальные компетенции и умения, оно же диктует и необходимость качественного базового образования, общекультурных и общепрофессиональных компетенций. Качество базового образования, в свою очередь, определяет успешность всего дальнейшего обучения. Одни из самых востребованных навыков — это технологические, под которыми подразумеваются информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) (грамотность, информационная грамотность и медиаграмотность). Важно понимать содержание каждого из этих терминов. ИКТ-грамотность учителя — это умение использовать ИКТ-инструменты для собственного развития и образования, работы, общения, создания информационной образовательной среды. Информационная грамотность подразумевает умение работать с информацией, т. е. эффективно получать, критически оценивать, грамотно использовать информацию, а также управлять потоками информации. Медиаграмотность — это умение работать с образовательными медиаресурсами — выбирать инструменты для их создания, создавать, оценивать адекватность медиаресурсов учащимся и образовательным целям. Отдельно необходимо остановиться на формировании компетенций, связанных с умением работать с информацией —

важен не только отбор информации для дальнейшего анализа, но и грамотная ее обработка.

Именно поэтому в федеральных государственных образовательных стандартах для высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) третьего поколения появилась новая дисциплина «Основы математической обработки информации». Нами разработана программа данной дисциплины для студентов гуманитарных специальностей педагогического вуза, одобренная учебно-методическим управлением Московского педагогического государственного университета. Цель дисциплины — максимально развить интуитивное и практическое представление будущих учителей об анализе данных, статистической обработке педагогического эксперимента, научить работать с большим объемом информации.

Структура программы учебной дисциплины разбита на восемь модулей (табл. В1).

Таблица В1

Структура программы учебной дисциплины

№ модуля	Наименование модуля дисциплины
1	Информация. Использование математического языка для записи и обработки информации
2	Элементы теории множеств. Теоретико-множественные основы математической обработки информации
3	Элементы теории графов. Методы решения задач как средство обработки и интерпретации информации
4	Элементы алгебры логики. Использование логических законов при работе с информацией
5	Элементы комбинаторики. Комбинаторные методы обработки информации
6	Элементы теории вероятностей. Вероятностные методы обработки информации
7	Основные понятия математической статистики для педагогов
8	Выполнение проектной работы

На данный момент существует обширная учебная литература по математике и математическим методам работы с информацией. Есть литература, учитывающая специфику гуманитарных специальностей. Но в связи с тем, что текущие образовательные стандарты приняты не так давно, ощу-

щается нехватка учебной литературы именно по данному курсу с учетом всех особенностей преподаваемого предмета и современных образовательных технологий. Часто студенты задают вопрос: «Что вы можете порекомендовать почитать по данному предмету?» — и ответить на этот вопрос, упомянув только один учебник, никак не получается. В вузах стоит проблема обеспечения студентов учебниками по данному предмету. Преподавателю необходимо порекомендовать для приобретения библиотекой один учебник. Таким образом, назрела необходимость написать учебник на базе разработанного курса. К текущему моменту нами накоплен опыт в преподавании курса «Основы математической обработки информации» для гуманитарных специальностей педагогического вуза, разработаны лекции, тесты, контрольные и методические материалы, лабораторные и практические работы на базе пакета электронных таблиц. Реализована поддержка очного образовательного процесса с помощью системы дистанционного обучения Moodle, что дополнительно дает студентам опыт работы с дистанционным обучением, поддерживает выполнение ими самостоятельной работы и повышает уровень усвоения материала. Апробация данного курса на гуманитарных факультетах Московского педагогического государственного университета позволяет говорить о необходимости и несомненной полезности данного учебника.

Изучив материал учебника, студент должен:

знать

- современные информационные методики и технологии;
- методы математической обработки информации;
- методы теоретического и экспериментального исследования;

уметь

- использовать знания о современной естественно-научной картине мира в образовательной и профессиональной деятельности;
- применять методы математической обработки информации, теоретического и экспериментального исследования;
- работать с информацией в глобальных компьютерных сетях;
- применять современные методики и технологии, в том числе и информационные, для обеспечения качества учебно-

воспитательного процесса на конкретной образовательной ступени конкретного образовательного учреждения;

- использовать возможности образовательной среды, в том числе информационной, для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса;

владеть

- культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, ставить цель и выбирать пути ее достижения;

- основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации;

- навыками работы с компьютером как средством управления информацией.

Глава 1

ИНФОРМАЦИЯ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЯЗЫКА ДЛЯ ЗАПИСИ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Изучив материал главы, студент должен:

знать

- основные способы математической обработки информации;
- основы современных технологий сбора, обработки и представления информации;
- сферы применения простейших базовых математических моделей профессиональной области;

уметь

- читать и представлять статистические данные в различных видах (таблицы, диаграммы, графики);
- создавать и редактировать простейшие графические изображения;
- анализировать полученные результаты;
- осуществлять корректный подбор методов анализа, проводить обработку данных исследования и правильную интерпретацию результатов;

владеть

- основными методами представления и математической обработки информации.
-

1.1. Информация и информационное общество

Человеческое общество по мере своего развития прошло этапы овладения веществом, затем энергией и, наконец, информацией. В первобытно-общинном, рабовладельческом и феодальном обществах (в основе существования которых лежало ремесло) деятельность всего общества в целом и каждого человека в отдельности была направлена в первую очередь на овладение веществом.

На заре цивилизации (десятки тысяч лет до н.э.) люди научились изготавливать простые орудия труда и охоты (каменный топор, стрелы и т.д.), в Античности появились первые механизмы (рычаг и др.) и средства передвижения (колесницы, корабли), в Средние века были изобретены первые сложные орудия труда и механизмы (ткацкий станок, часы). Овладение энергией находилось в этот период на начальной ступени, в качестве источников энергии использовались солнце, вода, огонь, ветер и мускульная сила человека.

С самого начала истории человечества возникла потребность передачи и хранения информации. Для передачи информации сначала использовался язык жестов, а затем человеческая речь. Для хранения информации стали применяться наскальные рисунки, а в IV тысячелетии до н.э. появились письменность и первые носители информации (шумерские глиняные таблички и египетские папирусы).

В настоящее время постоянно нарастает поток информации. Развитие науки, превращение ее в непосредственную производительную силу, в достояние каждого человека сопровождается увеличением информации. Современный взрослый человек проводит за ежедневным чтением газет в среднем 52 мин. Кроме того, он тратит время на чтение журналов, книг, вывесок, объявлений, инструкций, этикеток, рекламы. Окруженный печатной продукцией, он «проглатывает» от 10 до 20 тыс. печатных слов в день. Тот же самый человек также тратит около часа в день, слушая радио. За то время, пока слушает новости, рекламно-коммерческие передачи, комментарии и другие программы, он воспринимает около 11 тыс. обработанных слов. Человек также проводит несколько часов за телевизором, что добавляет еще 10 тыс. слов или около того. Это информационный бум, который затронул даже сферу классической музыки. Сейчас музыканты играют музыку Моцарта, Баха и Гайдна в более быстром, чем тот, в котором она исполнялась, когда была написана, темпе. Мы слушаем Моцарта на бегу. Это касается и языка. По словам лексикографа Берга Флеаснера, если бы Шекспир вдруг каким-то чудом оказался в современном Лондоне, он смог бы понять в среднем пять из девяти слов. Великий драматург попросту оказался бы полуграмотным.

Увеличение скорости накопления информации, а она, по приблизительным подсчетам, возросла в 20—100 раз,

ставит перед людьми все более сложные задачи адаптации к реальности. Человеку все сложнее создавать целостную картину мира.

Под влиянием ускоряющихся изменений во внешнем мире мы вынуждены ежеминутно вновь и вновь изучать окружающую обстановку, изменять свою концепцию реальности в более короткие сроки. Умение легко и быстро ориентироваться во все возрастающем потоке научно-технических сведений по своей и смежным специальностям, широко использовать возможности новой, компьютерной техники — одно из важнейших качеств выпускников вуза.

В целом анализ различных подходов позволяет выделить, как минимум, три существенных аспекта информации.

- **Гносеологический аспект** — понимание информации, обладающей свойством атрибута материи, как продукта ее отражения [1].

- **Функциональный аспект** — трактовка информации, предложенная «отцом кибернетики» Н. Виннером: «Информация — это обозначение содержания полученного из внешнего мира в процессе нашего приспособления к нему и приспособливания к нему наших органов чувств. Процесс получения и использования информации является процессом нашего приспособления к случайностям внешней среды и нашей жизнедеятельности в этой среде» [2].

- **Деятельностный аспект** — информация рассматривается как обмен сведениями между людьми, человеком и автоматом, автоматом и автоматом, обмен сигналами в растительном и животном мире, передача признаков от клетки к клетке.

Вообще, в наши дни можно выделить следующие основные подходы к определению термина «информация»:

- информация — это совокупность сведений, необходимых для активного воздействия на управляемую систему с целью ее оптимизации;

- набор узкоспециальных данных, продуцированных в огромных количествах во всех сферах деятельности общества;

- необходимый резерв и ресурс социально-экономического развития общества, подобный другим ресурсам — трудовым, материальным.

За словом «информация» кроется коммуникация, а не знание. Более информированный человек — это не тот, кто больше знает, а тот, кто участвует в большем числе ком-

муникаций. В современном обществе информация — это идол [3].

В современную эпоху информация — это коммуникация, побуждающая к действию. Если мы определим информацию подобным образом, то станет понятным, почему главным феноменом компьютерной революции стал Интернет, а не обещанные футурологами гигантские электронные банки данных или искусственный интеллект.

Информация — это ценнейший интеллектуальный ресурс в системе жизнеобеспечения общества, важнейшая часть его интеллектуальной собственности, доля которой все возрастает в современном мире.

Характерными чертами информации являются следующие:

1) это наиболее важный ресурс современного производства — он снижает потребность в земле, труде, капитале, уменьшает расход сырья и энергии. Так, например, обладая умением архивировать свои файлы (т.е. имея такую информацию), можно не тратиться на покупку новых дисков;

2) информация вызывает к жизни новые производства. Например, изобретение лазерного луча явилось причиной возникновения и развития производства лазерных (оптических) дисков;

3) информация является товаром, причем продавец информации ее не теряет после продажи. Например, автор компьютерной программы, продавая ее пользователям, не лишается информации о ней;

4) информация придает дополнительную ценность другим ресурсам, в частности трудовым. Действительно, работник с высшим образованием ценится больше, чем со средним.

С информацией всегда связывают три понятия:

- **источник информации** — тот элемент окружающего мира (объект, процесс, явление, событие), сведения о котором являются объектом преобразования;

- **потребитель информации** — тот элемент окружающего мира, который использует информацию (для выработки поведения, принятия решения, управления или обучения);

- **сигнал** — материальный носитель, который фиксирует информацию для переноса ее от источника к потребителю. В данном случае сигнал носит электронный характер. Если же студент возьмет данный учебник в библиотеке, то та же информация будет иметь бумажный носитель.

Будучи прочитанной и запомненной студентом, информация приобретет еще один носитель — биологический, когда она «записывается» в память обучаемого.

Важно отметить такую черту информации, как постоянное ее накопление в увеличивающихся объемах. Именно это стимулирует развитие и совершенствование информационно-коммуникационных технологий.

Общество, в котором большинство трудоспособного населения занято производством, хранением, переработкой и реализацией информации, принято называть информационным.

В такого рода обществах социально-экономические успехи и сдвиги зависят в первую очередь от производства, переработки, хранения, распространения среди членов общества информации.

Впервые об обществе, основанном на работе с информацией, заговорили в начале 50-х гг. прошлого века в связи с появлением кибернетики и математической теории связи. Впрочем, сам термин «информационное общество» стал общепринятым значительно позднее — ближе к концу XX столетия, в период всеобщей информатизации и компьютеризации.

В известном смысле пионерами информационного общества следует считать основоположников кибернетики и математической теории связи — американских ученых Клода Шеннона, Норберта Виннера, Джона фон Неймана, Алана Тьюринга, а также советских математиков школы А. Н. Колмогорова, прежде всего самого Андрея Николаевича Колмогорова. Именно их работы и изыскания сделали возможным тот бум компьютерных технологий и программного обеспечения, свидетелями которого мы являемся сегодня.

В наши дни термин «информационное общество» прочно занял свое место, причем не только в лексиконе специалистов в области информации, но и политических деятелей, экономистов, преподавателей и ученых.

Отличительными признаками информационного общества являются следующие.

1. Важнейшими продуктами социальной деятельности становятся информационные технологии, услуги и знания. Основными аспектами их использования являются актуализация, защита, обеспечение целостности информации.

2. За счет появления новых информационных технологий удастся решать новые задачи, справиться с которыми

ранее было либо невозможно, либо экономически нецелесообразно.

3. Каждый гражданин и учреждение в любое время могут получить какую угодно информацию, необходимую для их жизни и деятельности. Существует лишь три запрета на получение информации, оформленные законодательно и связанные с обеспечением национальной безопасности, сохранением коммерческой тайны, неприкосновенностью частной жизни граждан.

4. Существует вся необходимая инфраструктура для информационных технологий — вычислительная техника, средства телекоммуникации и связи, программные продукты, базы данных и знаний коллективного использования и др.

Очевидно, что только опираясь на полную и достоверную информацию, можно принимать правильные и взвешенные решения в политике, экономике, науке, практической деятельности. Информационное общество несет в себе большой потенциал для совершенствования устройства государства, оптимального использования местных условий и ресурсов, значительного повышения эффективности производства, развития сложных услуг и образования, экономии природных ресурсов и защиты окружающей среды, перехода к устойчивому развитию. Сегодня все ведущие страны стремятся обеспечить для себя лидирующие позиции в формирующемся информационном обществе. Критичным фактором при этом является время — отставание чревато потерей конкурентоспособности на мировом рынке со всеми вытекающими отсюда последствиями для экономики, социальной сферы, науки, культуры и образования.

Для перехода к информационному этапу необходимо создание и развитие информационной среды. Информационная среда — это техническая материальная база, готовность и умение общества использовать информационную среду. Именно для достижения этих целей студент должен по результатам изучения данной дисциплины обладать следующими общекультурными компетенциями:

- готовность использовать основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации; работать с компьютером как средством управления информацией;

- способность использовать знания о современной естественно-научной картине мира в образовательной и профес-

сиональной деятельности, применять методы математической обработки информации, теоретического и экспериментального исследования;

- умение логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь;
- готовность к кооперации с коллегами, к работе в коллективе;
- способность работать с информацией в глобальных компьютерных сетях.

Для работы с информацией необходимо научиться количественно описывать объекты, их свойства, явления, т.е. математически интерпретировать получаемую информацию и использовать математические методы работы с ней. Познакомимся с основными математическими методами представления информации и работы с ней.

1.2. Использование математического языка для записи и обработки информации

1.2.1. Аксиоматический метод как основа построения математических теорий

Определением называется выражение, в котором разъясняется смысл нового понятия.

Теорема есть утверждение, справедливость которого устанавливается путем некоторого рассуждения, называемого **доказательством**.

Аксиомой называется истина, принимаемая без доказательства.

Непосредственный вывод из аксиомы или теоремы называется **следствием**.

Основным методом построения современной математики является аксиоматический метод. При составлении какой-либо теории возникает необходимость в уточнении понятий, установлении связей между ними, в сведении сложных понятий к более простым.

Аксиоматическое построение того или иного конкретного раздела математики осуществляется следующим образом:

1) отбираются так называемые *первичные термины* — конечное число понятий и соотношений между этими понятиями, которые в рамках данной теории не определяются;

2) выделяются некоторые *первичные утверждения* — *аксиомы*, устанавливающие связь между первичными поня-

тиями и соотношениями (и косвенно определяющие их), принимаемые за истинные без доказательства;

3) все новые понятия, вводимые в данной теории, должны быть определены через первичные термины или через ранее определенные понятия и соотношения; все новые утверждения теории (термины) должны быть доказаны на основе первичных терминов или аксиом (или предшествующих теорем) путем дедукции. **Дедукция** — способ рассуждения, посредством которых из общих посылок с необходимостью следует заключение частного характера.

Аксиоматический метод дает возможность строгого обоснования математических теорий, устанавливает глубокие взаимосвязи между математическими объектами, которые он характеризует.

1.2.2. Математическое моделирование как один из основных методов познания

В своей деятельности человек повсеместно использует модели, т.е. создает образ, копию того объекта, с которым ему приходится иметь дело. Продумывая план действий, представляя результат своих действий, человек строит модель на уровне мысли.

Модель — это искусственно созданный объект, дающий упрощенное представление о реальном объекте, процессе или явлении, отражающий существенные стороны изучаемого объекта с точки зрения цели моделирования.

Моделирование — это построение моделей, предназначенных для изучения и исследования объектов, процессов или явлений.

Объект, для которого создается модель, называют оригиналом или прототипом. Любая модель не является абсолютной копией своего оригинала, она лишь отражает некоторые его качества и свойства, наиболее существенные для выбранной цели исследования. При создании модели всегда присутствуют определенные допущения и гипотезы.

Моделирование (эксперимент) может быть незаменимо. Мы не можем, например, устроить ядерную катастрофу, чтобы выяснить масштабы возможного заражения, а с помощью компьютера возможен расчет (и достаточно точный) интересующих исследователей параметров.

Моделирование — исследование явлений, процессов или систем объектов путем построения и изучения их моделей. Это основной способ научного познания.

Объектов моделирования огромное количество. И для того чтобы ориентироваться в их многообразии, необходимо все это классифицировать. Границы между моделями различных типов или классов, а также отнесение модели к какому-то типу или классу чаще всего условны. Рассмотрим наиболее распространенные признаки, по которым классифицируются модели:

- цель использования;
- область знаний;
- фактор времени;
- способ представления.

По целям использования выделяются модели учебные, опытные, имитационные, игровые, научно-технические.

По области знаний выделяются модели биологические, экономические, исторические, социологические и т.д.

По фактору времени разделяются модели динамические и статические. Статическая модель отражает строение и параметры объекта, поэтому ее называют также структурной. Она описывает объект в определенный момент времени, дает срез информации о нем. Динамическая модель отражает процесс функционирования объекта или изменение и развитие процесса во времени.

Любая модель имеет конкретный вид, форму или **способ представления**, она всегда из чего-то и как-то сделана или представлена и описана. В этом классе прежде всего модели рассматриваются как материальные и нематериальные.

Материальные модели — это материальные копии объектов моделирования.

Они всегда имеют реальное воплощение, воспроизводят внешние свойства или внутреннее строение либо действия объекта-оригинала. Примеры: глобус — модель формы земного шара, кукла — модель внешнего вида человека, робот — модель действий человека на вредном производстве. Материальное моделирование использует экспериментальный (опытный) метод познания.

Нематериальное моделирование использует теоретический метод познания. По-другому его называют абстрактным, идеальным. Абстрактные модели, в свою очередь, делятся на воображаемые и информационные.

Информационная модель — это совокупность информации об объекте, описывающая свойства и состояние объекта, процесса или явления, а также связи и отношения с окружающим миром.

Информационную модель нельзя потрогать, у нее нет материального воплощения, она строится только на информации. Информационные модели представляют объекты и процессы в образной или знаковой форме.

Образные модели (рисунки, фотографии и др.) представляют собой зрительные образы объектов, зафиксированные на каком-либо носителе информации (бумага, фото, видео и др.). Широко используются образные информационные модели в образовании (учебные плакаты по различным предметам) и науках, где требуется классификация объектов по их внешним признакам (ботаника, биология, палеонтология и др.).

Знаковые информационные модели строятся с использованием различных языков (знаковых систем). Знаковая информационная модель может быть представлена в форме текста (например, программы на языке программирования), формулы (например, второй закон Ньютона $F = m \cdot a$), таблицы (например, периодическая таблица элементов Д. И. Менделеева) и т.д.

Иногда при построении знаковых информационных моделей используются одновременно несколько различных языков. Примерами таких моделей могут служить графики, диаграммы и блок-схемы алгоритмов. Во всех этих моделях применяется одновременно как язык графических элементов, так и символичный язык.

Для представления информационных моделей в той или иной форме используются естественные и формальные языки.

Естественные языки применяются для построения словесных, описательных моделей. Например, различные литературные произведения имеют непосредственное отношение к понятию модели, поскольку фокусируют внимание читателя на определенных сторонах человеческой жизни. Естественным языком описывают и модели в науке, например гелиоцентрическая модель мира Коперника, которую он сформулировал следующим образом:

- не Солнце движется вокруг Земли, а Земля вращается вокруг своей оси и Солнца;
- орбиты всех небесных тел проходят вокруг Солнца.

Словесные модели могут описывать ситуации, события, происходящие в жизни, с целью их осмысления и использования опыта. Со словесного описания начинается построение любой модели, так как оно более или менее точно отражает

оригинал. При создании словесной модели важно уметь ясно и понятно строить фразы, выделять ключевые моменты, правильно пользоваться терминологией, ссылаться на известные исторические факты.

Инструментом создания словесных моделей в древности были папирус и перья. Потом — типографские станки и пишущие машинки. Сегодня для описания словесных моделей используется компьютер, а именно его клавиатура и специальная программа, называемая текстовый редактор, и процессор.

С помощью **формальных языков** строятся формальные информационные модели (математические, логические и др.). Одним из самых широко используемых формальных языков является математика. Модели, построенные с использованием математических понятий и формул, называются **математическими моделями**.

Язык математики является совокупностью формальных языков. Некоторые из них (алгебра, геометрия, тригонометрия) вы изучили в школе, с другими (теория множеств, теория графов, теория вероятностей и др.) ознакомимся в процессе дальнейшего обучения.

Язык алгебры позволяет формализовать функциональные зависимости между величинами. Так, Ньютон формализовал гелиоцентрическую систему мира, открыв законы механики и закон всемирного тяготения и записав их в виде алгебраических функциональных зависимостей. В школьном курсе физики рассматривается много разнообразных функциональных зависимостей, выраженных на языке алгебры, которые представляют собой математические модели изучаемых явлений или процессов.

Язык алгебры логики (алгебры высказываний) позволяет строить формальные логические модели. С помощью алгебры высказываний можно формализовать (записать в виде логических выражений) простые и сложные высказывания, выраженные на естественном языке. Построение логических моделей позволяет решать логические задачи, строить логические модели устройств компьютера и т.д.

Процесс построения информационных моделей с помощью формальных языков называется **формализацией**. В процессе познания окружающего мира человечество постоянно использует моделирование и формализацию. При изучении нового объекта сначала обычно строится его описательная информационная модель на естественном языке, затем она