

Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

МАТЕМАТИКА НА КАЖДОМ ШАГУ



Аванта

ПРЕДИСЛОВИЕ

В поисках средств для оживления в широких кругах интереса к математике мне пришла мысль собрать ряд произведений, трактующих математические темы в беллетристической или полубеллетристической форме, и предложить их читателю с соответствующими комментариями. Число таких произведений, впрочем, весьма ограничено. Этим объясняются скромные размеры настоящего сборника. Однако затрагиваемые в нем математические темы все же довольно разнообразны: относительность пространства и времени, четырехмерный мир, расчеты из области небесной механики, вопросы



математической географии, комбинаторика и исполинские числа, приближенные вычисления, приложение математического анализа к играм, неопределенный анализ, уравнения. Можно надеяться, что этот небольшой сборник натолкнет иных читателей на более серьезные размышления и побудит к систематическому ознакомлению с тем или иным отделом математики.

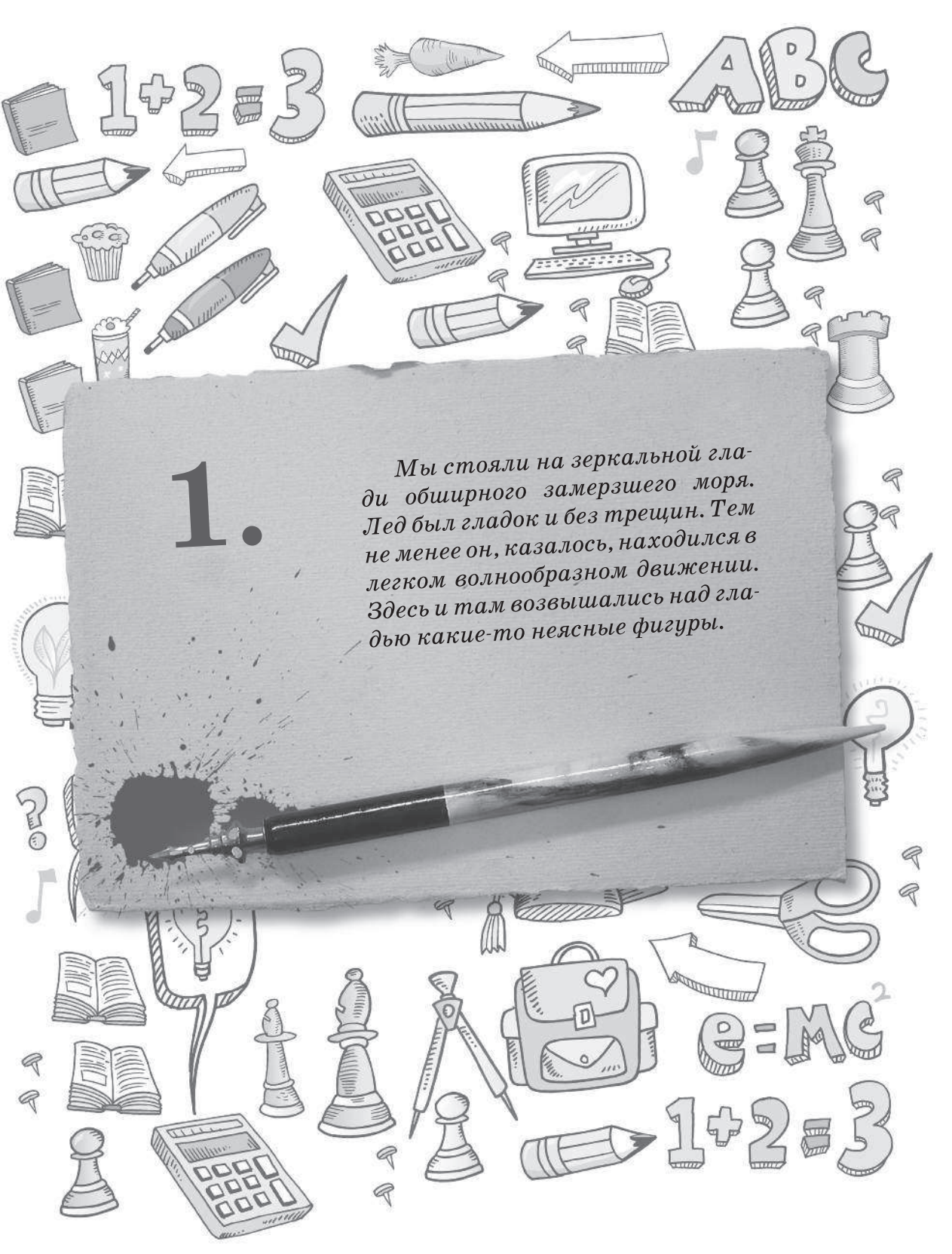
Предлагаемый сборник является первым известным мне опытом подобного рода.

Второе издание было дополнено очерком составителя «Пирамида Хеопса и ее тайны», сопровождающимся краткой статьей о действиях над приближенными числами. Исправлены, кроме того, опечатки первого издания.

Я. П.

1.

Мы стояли на зеркальной глади обширного замерзшего моря. Лед был гладок и без трещин. Тем не менее он, казалось, находился в легком волнообразном движении. Здесь и там возвышались над гладью какие-то неясные фигуры.





НА МЫЛЬНОМ ПУЗЫРЕ*

Рассказ Курда Лассвица



I

— Дядя Вендель! А дядя Вендель! Какой большой мыльный пузырь, смотри... Что за чудесные краски! Откуда такие? — кричал мой сынишка из окна в сад, куда он сбрасывал свои пестрые мыльные пузыри.

Дядя Вендель сидел со мной в тени высокого дерева, и сигары наши улучшали чистый воздух прелестного летнего дня.



**Даровитого германского математика, физика, философа и беллетриста Курда Лассвица (1848—1910) часто называют «немецким Жюлем Верном», так как он был первым удачным последователем знаменитого французского романиста. Особенно широкую известность получил его большой астрономический роман «На двух планетах» (1897) — одно из лучших произведений научной фантастики. Печатаемые в настоящем сборнике два его рассказа появляются в русском переводе впервые.*

Рассказ «На мыльном пузыре» написан в 1887 г. Он приведен здесь с незначительными сокращениями (исключены излишние длинноты). — Прим. ред.

МАТЕМАТИКА В ЗАНИМАТЕЛЬНЫХ РАССКАЗАХ

— Гм! — проворчал, обращаясь ко мне, дядя Вендель. — Ну-ка, объясни ему! Желал бы я видеть, как ты с этим справишься. Интерференция в тонких пластинках, не так ли? Волны различной длины; полосы, не покрывающие друг друга, и т.д. Много бы из этого понял мальчуган! Гм...



Дядя Вендель сделал уже ряд открытий. В сущности, он ничего, кроме открытий, и не делал. Его квартира была настоящей лаборатория — наполовину мастерская алхимика, наполовину — современный физический кабинет. Удостоиться проникнуть в него было большою честью. Все открытия свои он держал в секрете. Лишь изредка, в тесном кругу, приподнимал он немного завесу своих тайн. И тогда я изумлялся его учености, а еще больше — глубине проникновения в научные методы, в эволюцию культурных достижений. Но немыслимо было убедить его выступить публично со своими взглядами, а следовательно, и с открытиями, которые, как он утверждал, не могут быть поняты без его собственных теорий. Я сам



**Курд Лассвиц
(1848—1910)**

Немецкий писатель-фантаст



присутствовал при том, как он искусственным путем приготовил белок из неорганических веществ. Когда я настаивал, чтобы он обнародовал это выдающееся открытие, способное, быть может, совершенно преобразовать наши социальные отношения, он отвечал:

— Не имею охоты выставлять себя на посмешище. Не поймут. Не созрели еще. Никаких общих точек... Другой мир, другой мир! Лет через тысячу... Пусть себе спорят... Все одинаково невежественны...

Последним открытием его был «микроген». Не знаю на-

верное, что это такое — особое вещество или аппарат. Но насколько я понял, дядя Вендель мог посредством него достигать уменьшения как пространственных, так и временных отношений в любом масштабе. Уменьшения не только для глаза, какое достигается с помощью оптических приборов, но и для всех прочих чувств. Деятельность сознания изменяется так, что, хотя восприятия остаются качественно неизменными, все количественные отношения сокращаются. Дядя утверждал, что любого человека и всю воспринимаемую им окружающую



Иллюстрация к рассказу «На мыльном пузыре» К. Лассвица



обстановку он может уменьшить в миллион или в миллиард раз. Как? В ответ на этот вопрос дядя тихо рассмеялся про себя и пробормотал:

— Гм... Не понять тебе... Невозможно объяснить... Совершенно бесполезно!.. Не хочешь ли лучше испытать на себе? Да? Взгляни-ка на эту вещицу.

Он вынул из кармана небольшой аппарат. Я различил несколько стеклянных трубок в металлической оправе с винтами и мелкой шкалой. Дядя поднес трубки к моему носу и начал что-то вращать. Я почувствовал, что вдыхаю нечто необычное.

— Как красиво! — опять воскликнул мой сынишка, восхищенный новым мыльным пузырем, который плавно опускался с подоконника.

— Всматривайся в этот пузырь, — сказал дядя, продолжая вертеть.

Мне показалось, что пузырь увеличивается у меня на глазах. Я словно приближался к нему все более и более. Окно с мальчиком, стол, за которым мы сидели, деревья сада — все отодвигалось вдаль, становилось туманнее. Один лишь дядя по-прежнему оставался вблизи меня; трубки свои он снова положил в карман. Наконец прежняя обстановка наша исчезла совсем. Подобно исполинскому матовому куполу, расстилось над нами небо, примыкавшее к горизонту. Мы стояли на зеркальной глади обширного замерзшего моря. Лед был гладок и без трещин. Тем не менее он, казалось, находился в легком волнообразном движении. Здесь и там возвышались над гладью какие-то неясные фигуры.

— Что произошло? — крикнул я в испуге. — Где мы? Неспеша по льду?



Девочка, пускающая мыльные пузыри.
Художник Пьер Миньяр, 1674

— По мыльному пузырю, — невозмутимо ответил дядя. — Ты принимаешь за лед поверхность водяной пленки, образующей пузырь. Знаешь, какой толщины та пленка, на которой мы стоим? В обычных человеческих мерах

она равна 5000-й доле сантиметра. Пятьсот таких слоев, наложенные друг на друга, составят вместе один миллиметр.

Я невольно поднял ногу, словно мог этим уменьшить свой вес.

— О, дядя, — воскликнул я, — перестань шутить! Неужели ты говоришь правду?

— Сущую правду. Но не трусь. Пленочка эта для нынешних твоих размеров равна по прочности стальной панцирной плите в 200 метров толщиной. Благодаря микрогену мы уменьшены сейчас в масштабе 1 : 100 миллионов. Это значит, что мыльный

пузырь, обхват которого в человеческих мерах 40 сантиметров, теперь столь же велик для нас, как земной шар для людей.

— Какой же величины мы сами? — спросил я в отчаянии.

— Рост наш равен $1/60\ 000$ доле миллиметра. Нас невозможно разглядеть в сильнейшие микроскопы.

— Но почему не видим мы дома, сады, людей, не видим земли, наконец?

— Все это находится за пределами нашего горизонта. Но даже когда Земля и взойдет над горизонтом, ты ничего на ней не различишь, кроме матового сияния; вследствие нашего уменьшения оптические условия настолько изменились, что, хотя мы вполне ясно видим все в нашей новой обстановке, мы совершенно отрешены от прежнего своего мира, размеры которого в 100 миллионов раз больше. Тебе придется довольствоваться тем, что доступно нашему зрению на мыльном пузыре, — этого будет достаточно.

Тем временем мы брели по мыльному пузырю и достигли места, где вокруг нас фонтаном били вверх прозрачные струи. В голове моей пронеслась мысль, от которой кровь застучала в висках... Ведь пузырь может каждую секунду лоп-

нуть! Что будет, если я окажусь на одной из разбрызганных водяных пылинок, а дядя Вендель со своим микрогеном — на другой? Кто меня тогда разыщет? И что будет со мной, если я на всю жизнь останусь ростом в $1/60\ 000$ миллиметра? Кем буду



Мыльные пузыри.
Художник Тома Кутюр, 1859



Мыльные пузыри.
Художник Жан-Батист-Симеон Шарден, 1734

я среди людей? Гулливера среди великанов нельзя и сравнить со мной, потому что никто из людей не мог бы меня даже увидеть. Жена... бедные мои дети!.. Кто знает, не вдохнут ли они меня с ближайшим вдохом в свои легкие! И когда они станут оплакивать мое загадочное исчезновение, я буду прозябать в их крови, подобно невидимой бактерии...

— Скорей, дядя, скорей! — завопил я. — Возврати нам человеческий рост! Пузырь должен сейчас лопнуть... Странно, что он еще цел. Как долго мы здесь?

— Пусть это не тревожит тебя, — невозмутимо ответил дядя. — Пузырь сохранит свою целостность дольше, чем мы здесь пробудем. Наша мера времени уменьшилась вместе с нами, и то, что ты здесь принимаешь за минуту, составляет по земной

оценке лишь стомиллионную ее долю. Если мыльный пузырь витает в воздухе только 10 земных секунд, то при нынешних наших условиях это отвечает целой человеческой жизни. Обитатели же пузыря живут, наверное, еще в сто тысяч раз быстрее, нежели мы теперь.

— Как? На мыльном пузыре есть обитатели?

— Конечно, и даже довольно культурные. Но время течет для них в десять миллиардов раз* быстрее человеческого темпа; это значит, что они воспринимают все впечатления и вообще живут в десять миллиардов раз стремительнее. Три земных секунды составляют столько же, сколько на мыльном пузыре миллион лет, — если только его обитателям знакомо понятие «год»: ведь наш пузырь не обладает равномерным, достаточно быстрым круговым движением. Мы находимся на пузыре, который образовался не менее 6 секунд тому назад; в течение этих двух миллионов лет могла успеть развиться пышная живая природа и достаточная цивилизация. По крайней мере это вполне согласуется с моими наблюдениями над другими мыльными пузырями: всякий раз я обнаруживал в них родственное сходство с матерью-Землей.

— Но эти обитатели... где же они? Здесь видны предметы, ко-

торые я готов принять за растения; эти полушаровидные купола могли бы быть городами. Но я не вижу ничего похожего на людей.

— Вполне естественно. Способность наша воспринимать внешний мир, даже ускоренная в сто миллионов раз по сравнению с человеческой, все еще в 100 000 раз медленнее, нежели у «мылоземельцев» (будем так называть обитателей мыльного пузыря). Если сейчас нам кажется, что прошла одна секунда, то они прожили 28 часов**. В такой пропорции ускорена здесь вся жизнь. Взгляни-ка на эти растения.

— Действительно, — сказал я, — мне видно, как деревья (эти коралловидные образования, конечно, не что иное, как деревья) вырастают на наших глазах, цветут и приносят плоды. А вот тот дом словно сам растет из-под земли.

— Его сооружают мылоземельцы. Мы не видим самих



* Здесь под миллиардом надо понимать миллион миллионов (1 000 000 000 000). — Примеч. ред.

** 28 часов — около 100 000 секунд. — Примеч. ред.

II



Иллюстрация к рассказу
«На мыльном пузыре» К. Ласвица

строителей, движения их слишком быстры для нашей способности восприятия. Но сейчас мы поможем делу. С помощью микрогена я изошчрю наше чувство времени еще в 100 000 раз. Вот — понюхай-ка еще раз. Размеры наши останутся те же, я переставил только шкалу времени.

Дядя вновь извлек свои трубки. Я понюхал — и тотчас же очутился в городе, окруженный многочисленными, деятельно занятыми существами, имевшими несомненное сходство с людьми. Они казались мне немного прозрачными, что обуславливалось, вероятно, их происхождением из глицерина и мыла. Мы слышали и их голоса, хотя не могли понять их языка. Растения утратили быстрюю свою изменчивость; мы находились теперь по отношению к ним в тех же условиях восприятия, как и мылоземельцы или как обыкновенные люди по отношению к зем-

ным организмам. То, что представлялось нам раньше струями фонтана, оказалось стеблями быстро растущего высокого злака.

Обитатели мыльного пузыря также воспринимали нас теперь и забросали многочисленными вопросами, обнаруживавшими их живую любознательность.

МАТЕМАТИКА В ЗАНИМАТЕЛЬНЫХ РАССКАЗАХ

Взаимное понимание налаживалось туго, так как члены их, имевшие некоторое сходство с щупальцами полипов, делали настолько странные движения, что даже язык жестов оказывался неприменимым. Тем не менее мылоземельцы встретили нас дружелюбно; как мы узнали позже, они приняли нас за

обитателей другой, еще неисследованной части их собственного шара. Они предложили нам пищу, имевшую сильный щелочный привкус и не особенно нам понравившуюся; со временем мы привыкли к ней, но было очень неприятно, что здесь не имелось настоящих напитков, а одни только каше-



Тридцатисемилетний англичанин Сэм Хит (Sam Heath) по прозвищу Сэмсэм Мыльный Пузырь (Samsam Bubbleman) выдул самый большой мыльный пузырь в мире, и после официального подтверждения в Книге рекордов Гиннеса будет зафиксирован новый рекорд.