

# ДОРОГОЙ ЧИТАТЕЛЬ!

В учебной книге под названием «Положительные и отрицательные числа» тебя ждёт встреча с новыми математическими знаниями. Изучать математику ты будешь вместе с персонажами из сказки «Приключения Пиноккио. История деревянной куклы» итальянского писателя Карло Лоренцини (1826–1890), известного под псевдонимом Карло Коллоди. Это мальчишка Пиноккио с длинным носом, девочка с лазурными волосами по имени Селеста (на итальянском языке слово *seleste* означает *лазурная*), Говорящий Сверчок. Кроме них в этой истории участвуют и другие герои. У них есть свой кукольный театр, в котором они разыгрывают представления.

У каждого персонажа особый характер и особый склад ума. *Пиноккио* — озорной, весёлый, возмутитель спокойствия и чрезвычайно любознательный. Назван в честь семьи Пинокки, слывшейся тем, что, несмотря на жизненные невзгоды, никто никогда не видел ни одного из них грустным. *Селеста* следит за порядком и очень ответственно относится к любому делу. *Пьеро* — поэт, печальный мечтатель с богатым воображением. *Тито* и *Вито* на мир смотрят с практической точки зрения, могут отремонтировать или смастерить все что угодно. *Арти* (на итальянском языке слово *artista* означает *художник*) любит рисовать и может любую мысль передать в виде рисунка. *Говорящий Сверчок* даёт полезные советы и помогает в трудных ситуациях. *Мудрая Черепаха* знает всё на свете и готова делиться своими знаниями.

С подробными «портретами» каждого из персонажей ты познакомишься при чтении этой книги. Наблюдая за поведением героев и участвуя в их диалогах, ты сможешь узнать о разных способах познавательной деятельности, оценить их преимущества, а также сравнить свой подход к решению математических проблем с теми, которые присущи нашим героям.

Дорогой читатель!

Книга написана в виде пьесы. На уроках можно читать эту пьесу по ролям, то есть быть актёрами. Может быть, придётся дополнять текст своими репликами, спорить с героями, то есть быть соавторами пьесы.

Кроме пьесы в книге имеется практикум. Он включает большое количество разнообразных заданий, которые помогут тебе не только усвоить знания, но и приобрести умения анализировать, обобщать, находить и исправлять ошибки, планировать, контролировать свои действия, проявлять самостоятельность. Практикум составлен таким образом, чтобы каждый ученик мог выбрать наиболее полезные для себя задания.

В начале каждого раздела практикума приведено задание, отмеченное знаком , которое помогает оценить степень усвоения соответствующего учебного материала. Тренировочные задания могут быть лёгкими и трудными, поэтому они разделены на две ступени:  и . Можно начать с первой ступени и выполнять задания по порядку, а можно начать с любого задания и выполнить их столько, сколько необходимо для дальнейшей успешной работы.

В разделе «Проверь себя» можно выбрать один из трёх вариантов заданий для самоконтроля либо выполнить все три варианта. В первом варианте содержатся обычные задания, позволяющие проверить свои знания, во втором — более трудные задания, в третьем — творческие задания, выполнив которые можно продемонстрировать свои знания математического материала, написав рассказ, сделав рисунок или выполнив какую-либо другую творческую работу.

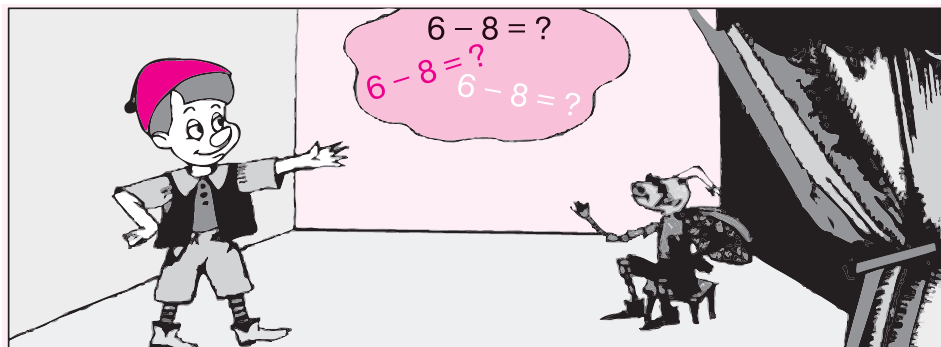
*Желаем удачи!*

## ДЕЙСТВИЕ ПЕРВОЕ

### ПЕРВЫЕ СВЕДЕНИЯ О ЦЕЛЫХ ЧИСЛАХ

#### Сцена первая

Чему равно  $6 - 8$



*Говорящий Сверчок.* Мой юный друг Пиноккио, продолжим занятия математикой.

*Пиноккио.* Опять учиться? Но я уже всё умею!

*Говорящий Сверчок.* Всё?

*Пиноккио.* Складывать умею? Умею! Вычитать умею? Умею! Делить-умножать тоже умею. Не верите? Дайте мне любое задание, я вам докажу!

*Говорящий Сверчок.* Что ж, вот тебе задания:

- |              |               |                   |               |
|--------------|---------------|-------------------|---------------|
| 1) $6 + 4 =$ | 2) $6 - 4 =$  | 3) $6 \cdot 4 =$  | 4) $6 : 4 =$  |
| 5) $6 + 6 =$ | 6) $6 - 6 =$  | 7) $6 \cdot 6 =$  | 8) $6 : 6 =$  |
| 9) $6 + 8 =$ | 10) $6 - 8 =$ | 11) $6 \cdot 8 =$ | 12) $6 : 8 =$ |

*(Пиноккио быстро-быстро вычисляет и записывает результаты. Нерешённым остаётся только один пример.)*

*Пиноккио.* А это что такое:  $6 - 8 = ?$  Такого числа, которое можно прибавить к 8 и получить 6, нет. Из шести восемь, уважаемый Говорящий Сверчок, не вычитается!

*Говорящий Сверчок.* Не вычитается? В самом деле, я увлёкся и забыл, что мы не умеем вычитать из меньшего натурального числа большее.

*Пиноккио.* А что, кто-то такое умеет? Умеет вычитать из меньшего большее?

*Говорящий Сверчок.* Кое-кто, говорят, умеет.

Действие первое. Первые сведения о целых числах

*Пиноккио.* Может, он просто хвастается?

*Говорящий Сверчок.* Итак, с твоей точки зрения, разность  $6 - 8$  смысла не имеет. Давай-ка я её вычеркну.

*Пиноккио.* Погодите, погодите! Надо же сначала разобраться! Тут какая-то хитрая тайна! Так... Кто сказал, что этот пример решить нельзя?

*Говорящий Сверчок.* Ты сказал.

*Пиноккио.* Нет, можно!

*Говорящий Сверчок.* Тогда покажи как.

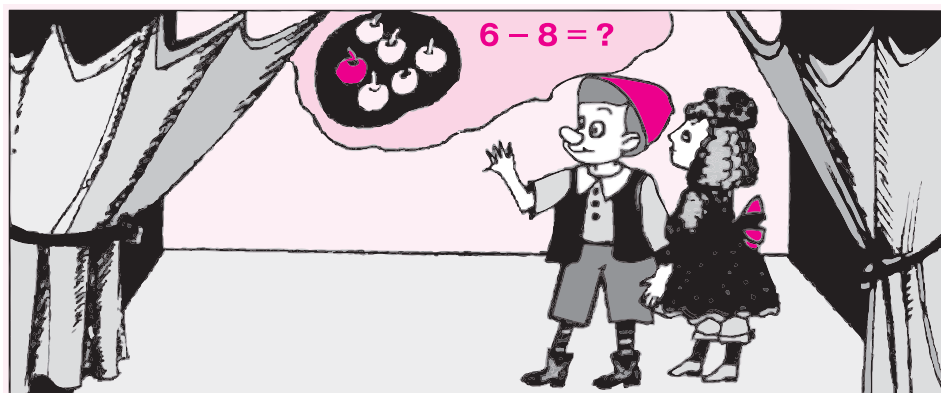
*Пиноккио.* И покажу! Вот сейчас ка-ак покажу!

*Говорящий Сверчок.* Так, значит, ты не всё умеешь? А говорил: «Умею, умею!»

*Пиноккио.* Ну не всё, и нечего дразниться. Но вот с этим примером разберусь, подумаю-подумаю и разберусь... Сколько же будет  $6 - 8$ ?

## Сцена вторая

Что может означать разность  $6 - 8$



*Пиноккио.* Селеста, привет! Ты вычитать умеешь?

*Селеста (удивлённо).* Да.

*Пиноккио.* Из любого числа любое вычесть сможешь?

*Селеста.* Наверное, смогу.

*Пиноккио.* Ну, держись! Сколько будет  $6 - 4$ ?

*Селеста.*  $6 - 4 = 2$ .

*Пиноккио.*  $6 - 6$ ?

*Селеста.*  $6 - 6 = 0$ .

## Действие первое. Первые сведения о целых числах

*Пиноккио.* Сколько будет...  $6 - 8$ ? А?

*Селеста.*  $6 - 8$ ? погоди, погоди... Что ты вычитаешь?

*Пиноккио.* Ну, пусть это будут яблоки.

*Селеста.* Если у тебя есть шесть яблок, то, например, четыре из них отнять можно и все шесть отнять можно... Но отнять восемь яблок из шести — такого никому не сделать.

*Пиноккио.* Положим, у меня отнять и четыре яблока никому не удастся. Разве что сам отдам... Так ты думаешь, что вычитать из шести восемь не имеет смысла?

*Селеста.* Иногда, наверное, имеет... Я вчера ходила в магазин за конфетами. У меня с собой было шесть сольдо, а за коробку конфет нужно было заплатить восемь сольдо. Мне не хватило двух сольдо. Конфеты мне дали, но я осталась должна два сольдо.

*Пиноккио.*  $6 \text{ сольдо} - 8 \text{ сольдо} = 2 \text{ сольдо}$  долгу.

Значит, пример  $6 - 8 = ?$  — это пример про деньги Селесты.  $6 - 8$  означает, что у Селесты 2 сольдо долга, а не 2 сольдо в кошельке. Может быть, этот пример не только про деньги, а ещё про что-нибудь?

## ПИНОККИО



Пиноккио обладает замечательной способностью — способностью удивляться. И уж если он чему-то удивился, то — будьте уверены! — он не успокоится до тех пор, пока не найдёт ключ к решению возникшей проблемы.

Пиноккио с азартом берётся за всё новое, необычное, таинственное, а всё привычное и общеизвестное повергает его в состояние уныния и скуки. Любая странная и неожиданная ситуация как магнит притягивает Пиноккио, и он готов немедленно засунуть в неё свой любопытный нос. Никакие противоречия его не пугают. И это очень важно. Некоторые, столкнувшись с противоречием, считают, что оказались в тупике, — и отказываются от размышлений над проблемой. На самом деле, противоречие — это сигнал о том, что в проблеме есть своя изюминка, что эта проблема бросает вызов твоим возможностям, твоему упорству, твоему умению думать.

## Действие первое. Первые сведения о целых числах

Пиноккио часто не соглашается со своими друзьями, высказывая сомнения по самым разным поводам. Хорошо это или плохо? Может быть, он просто неисправимый спорщик? Нет, дело в том, что у Пиноккио критический склад ума. Люди, обладающие критичностью ума, как правило, не склонны ничего принимать на веру.

Пиноккио задаёт множество вопросов. Казалось бы, тот, кто задаёт вопросы, обнаруживает тем самым своё незнание. Но это не так! Способность задавать вопросы — признак живого и пытливого ума.

Пиноккио предпочитает всё делать побыстрее. Частенько он сначала говорит и делает, а потом — думает. Так уж он устроен! Хотя, наверное, лучше было бы наоборот: сначала — подумать и только потом принимать решение, что сказать и что сделать.

Пиноккио — фантазёр, выдумщик и возмутитель спокойствия. В любой ситуации он ухитряется увидеть такие неожиданные и интересные стороны, на которые другой никогда бы не обратил внимания.



Пиноккио любит решать каверзные задачи, разбираться со странными вопросами, вроде такого: для чего человеку нужна шуба? Конечно же, для того, чтобы не мёрзнуть. Ох, как тепло и уютно чувствуешь себя в шубе, выйдя на прогулку в морозный зимний день! И вдруг вам говорят, что на самом деле шуба несколько не греет.

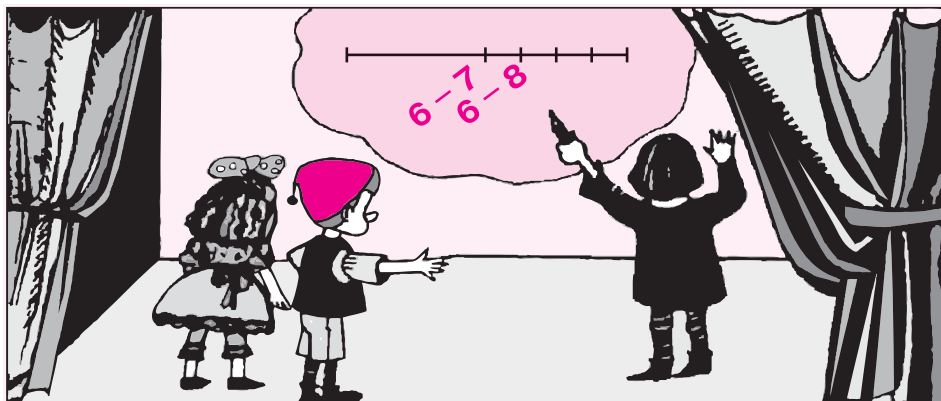
Кто-то, наверное, отмахнётся от сказанного, как от шутки. Но только не Пиноккио. Сначала он удивится и, может быть, даже возмутится: «Как это так? Шуба да вдруг не греет! Не может быть!» Потом желание найти разгадку этой странности возьмёт верх, и он обязательно придумает эксперимент. Снимет, например, с вешалки шубу, завернёт в неё термометр и убедится, вынув его через несколько часов, что ртутный столбик несколько не поднялся.

Итак, почему же невозможное оказалось возможным? Разберись, почему человеку в шубе тепло.

Действие первое. Первые сведения о целых числах

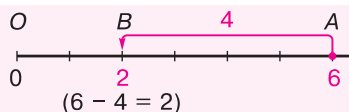
### Сцена третья

Можно ли изобразить разность  $6 - 8$

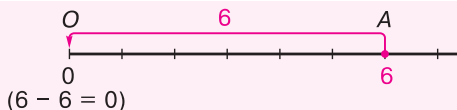


*Пиноккио.* Арти, привет! Видал такое:  $6 - 8$ ? Спорим, такую разность нипочём нарисовать не сможешь!

*Арти.* Надо попробовать. Некоторые разности я уже изображал на числовом луче. (*Рисует.*) Начну вот с чего — нарисую разность  $6 - 4$ . Отмечу на числовом луче число 6 точкой *A*. От точки *A* отсчитаю влево 4 единичных отрезка. Я попал в точку *B*, которой соответствует число 2.



Точно так же я бы мог изобразить разность  $6 - 5$ ,  $6 - 6$ .



Стоп! А дальше? Как изобразить  $6 - 7$  или  $6 - 8$ ?

*Пиноккио.* Но мне-то нужна разность  $6 - 8$ !

*Селеста.* Не шуми! У Арти идёт творческий поиск.

Действие первое. Первые сведения о целых числах

*Арти.* Попробую поступить так же. Вот так мне видится разность  $6 - 8$ :



*Пиноккио.* Что это такое?

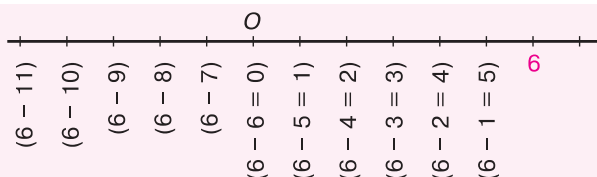
*Селеста.* Арти нужно было отсчитать влево от точки  $A$  8 единичных отрезков. На этом луче столько отрезков не нашлось. Луч кончился. Наш Арти вышел из положения — он на этой же прямой нарисовал новый числовой луч с началом в точке  $O$ , направленный влево от неё. Теперь Арти может свободно двигаться от точки  $A$  и влево, и вправо на любое количество единичных отрезков.

*Пиноккио.* Ур-ра! Вот это здорово, вот это ур-ра! Мы нашли, мы нашли... Отсчитаем от числа 6 влево восемь единичных отрезков и попадём в точку, где находится число  $6 - 8$ !

*Арти.* Лично я ничего не нашёл, просто сделал набросок, над ним ещё работать надо.

*Пиноккио.* Именно ты и нашёл! Раньше слева от нуля ничего не было, а теперь — пожалуйста! Вычитаем из меньшего натурального числа большее натуральное число. И что получаем? Новое число! Оно не натуральное, потому что все натуральные числа расположены справа от нуля. Значит, мы получили какое-то совсем-совсем новое число. Ой... Арти, да ты ведь сколько хочешь таких разностей слева от нуля нарисовать можешь, и каждая из них — новое число!

*Арти.* Конечно, могу.



*Селеста.* Мы нашли совсем новые числа, каждое из них может означать чей-нибудь долг. Но, может быть, они что-нибудь ещё означают? И потом... про числа, которые справа от нуля, мы всё-всё знаем, умеем их складывать, вычитать, умножать... А как выполнять действия с этими новыми числами?

## Действие первое. Первые сведения о целых числах

*Пиноккио.* Вечно тебе, Селеста, хочется всё по полочкам разложить! Появились новые числа — радуйся!

*Селеста.* Ну, пусть место, где они живут, Арти нашёл. Название мы им придумали: это числа-долги. А как записывать эти числа? Неужели всё время писать разности? Или каждый раз, когда из меньшего натурального числа вычитаешь большее, нужно к полученному натуральному числу приписывать слово «долг»? Тогда новые числа будут записываться с помощью натуральных чисел и слова «долг».

*Пиноккио.* Нельзя ли покороче их записывать?

*Арти.* Можно натуральные числа писать ручкой с красным стержнем, а новые числа — с синим. Тогда слово «долг» не потребуется.

*Пиноккио.* У меня и одной-то ручки часто не бывает, а ты предлагаешь целых две с собой таскать! Нет, такое дело мне не нравится.

*Селеста.* Как же эти новые числа записывать?

## АРТИ



Арти — художник. Поэтому ему обязательно надо увидеть то, над чем он думает. Арти обладает очень ценным качеством: он умеет изображать математические факты, делать их наглядными. С помощью рисунков ему удаётся объяснить своим друзьям самые разные математические идеи.

Дело в том, что мысль имеет две формы своего выражения — язык слов (знаков, символов) и язык зрительных образов. Взаимодействие этих двух форм мысли является непременным условием успешной работы нашего ума.

Арти покажет тебе, как переводить содержание математических формул, словесных определений, понятий на язык рисунков-образов (наглядных представлений, схем, моделей). Кроме того, он научит тебя читать рисунки-образы, то есть описывать математическим языком то, что ты видишь, наблюдаешь и рассматриваешь.

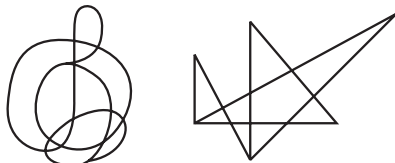
Арти знает, что зрительный образ может передавать самую разную информацию и что образ может заменить множество слов. Не зря говорят, что «лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать».

## Действие первое. Первые сведения о целых числах

\* \* \*

Посмотри, например, на эти рисунки двух фантастических зверей: одного зверя Арти назвал «мамлына», другого – «жакарэг».

Как по-твоему, на каком из рисунков — «мамлына», а на каком — «жакарэг»? Чтобы проверить «правильность» названий портретов, выбери из набора прилагательных те, которыми можно описать мамлыну, и те, которыми можно



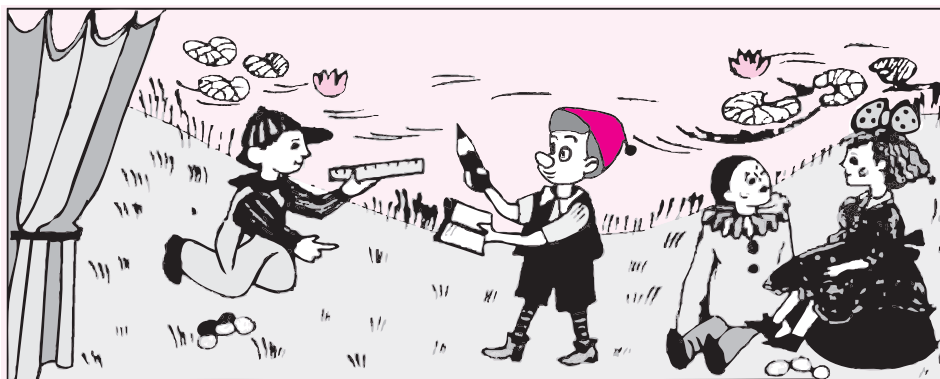
описать жакарэга (составь два списка и сравни их): спокойный, громкий, мягкий, сильный, медленный, тревожный, тёплый, твёрдый, безобидный, гладкий, быстрый, блестящий, опасный, тихий, холодный, слабый, блёклый, колючий.

Не правда ли, рисунки сами подсказывают, какой зверь какими свойствами обладает?

Теперь попробуй, как Арти, мысленно увидеть значения понятий «разность», «дробь», «ряд натуральных чисел». Попробуй зарисовать возникшие у тебя зрительные образы.

## Сцена четвёртая

### Как записать результаты наблюдений за изменяющимся уровнем воды



*Селеста (с тревогой).* Уровень воды в пруду резко меняется. Как бы не случилось наводнения.

[...]