

*Задачу задали у нас,
Её решал я целый час,
И вышло у меня в ответе:
Два землекопа и две трети.*

С.Маршак

В настоящем учебном пособии для абитуриентов собраны задачи, основанные на теории чисел. Такие задачи повышенного уровня сложности встречаются на олимпиадах по математике и конкурсных испытаниях в некоторые вузы.

Вместе с тем в старшей школе целочисленная арифметика практически не изучается. Учебных пособий, в которых изучение теории чисел органично сочеталось бы с разбором конкурсных и олимпиадных задач, крайне мало. Имеющаяся хорошая литература по целочисленной арифметике, как правило, далеко выходит за рамки школьной программы; это затрудняет её использование абитуриентами при подготовке к экзаменам.

Актуальность углублённого изучения именно этого раздела математики выпускниками школ возросла в связи с включением задачи, основанной на теории чисел, в 2010 г. в содержание Единого государственного экзамена -- задание С6.

Специфика данных заданий ЕГЭ заключается в их ярко выраженном нестандартном, олимпиадном и исследовательском характере. Основным смыслом включения задачи С6 в состав контрольно-измерительных материалов служит диагностика уровня интеллектуального развития учащихся. Для выполнения этих заданий недостаточно твёрдого усвоения теоретического содержания школьного курса математики, но необходимо также уметь мыслить оригинально, творчески, не по шаблону, иметь довольно развитое логическое мышление, определённые навыки исследовательской работы, достаточно высокий уровень общей математической культуры. В школьных учебниках по математике таких задач явно недостаточно. Практика сдачи экзаменов показывает, что задачи на свойства чисел представляют для учащихся наибольшую сложность как в логическом, так и в техническом плане.

Данное пособие призвано как-то восполнить пробел в учебной литературе по указанной тематике. Книга может служить не только дидактическим оснащением для подготовки к решению задания С6 ЕГЭ, но и средством систематического интеллектуального (само)развития учащихся на материале содержания задач целочисленной арифметики.

Само пособие появилось в результате составления автором элективного курса по арифметике целых чисел в московском лицее № 1581 при МГТУ им. Н.Э. Баумана.

В пособии собрано более шестисот пятидесяти задач по данной тематике. Ко всем задачам приведены ответы, к некоторым -- указания, к наиболее трудным и типичным -- решения.

Некоторые задачи, собранные в книге, принадлежат автору. Но большинство из них заимствовано из различных источников: это олимпиадные задачи различных уровней, конкурсные задания в МГУ и некоторые другие вузы, задания пробных и реальных вариантов ЕГЭ. Источники заимствования задач в пособии не указываются по следующим причинам. В некоторых случаях автор задач бывает известен, но в большинстве случаев установить его практически невозможно. В одних источниках указан прецедент использования задачи -- например, год, класс и название олимпиады или год и название вуза, в других источниках эти данные отсутствуют или приведены частично; бывает и так, что разные источники противоречат друг другу. Некоторые задачи были заимствованы вместе с идеей решения, в других случаях -- решены самостоятельно. Кроме того, тексты многих задач и решений были исправлены: в одних задачах изменены сюжетные линии при сохранении числовых данных, в других, наоборот, сохранена форма и смысловая конструкция, но изменены числовые данные. Кое в каких задачах исправлены ошибки в решении, предложены иные способы. Иной раз идея решения заимствована, но разбирается задача, аналогичная уже решённой. В этих условиях установление степени авторства каждой задачи и её решения если и возможно, то представляет собой отдельную исследовательскую работу, не

входящую в задачу автора данного пособия. Тем более что на практике отсутствуют какие-либо общепринятые нормы указания авторства при заимствовании задач.

Главная цель автора заключалась в том, чтобы отразить и систематизировать накопленный в отечественной педагогике опыт обучения школьников решению сложных задач, основанных на элементарной теории чисел. Ясно, что многие виды задач и идеи решений не нашли своего отражения в книге. Ведь все задачи в коллекции нестандартные, что само по себе предопределяет невозможность рассмотреть их совокупность достаточно полно. Тем более что развитие элементарной математики продолжается и каждый год добавляет в сокровищницу целочисленной арифметики что-то новое и оригинальное.

Книга рассчитана на старшеклассников, готовящихся к олимпиадам или ЕГЭ по математике, преподавателей математики, руководителей математических кружков и факультативов, репетиторов, студентов педагогических специальностей и всех, кто любит, умеет или учится решать сложные, интересные и нестандартные математические задачи.

Об авторе



Сергей Валентинович БУФЕЕВ

Преподаватель математики лицея № 1580 при МГТУ им. Н. Э. Баумана и Подготовительных курсов при МГТУ, член редколлегии журнала "Математика в школе".

Лауреат профессионального конкурса "Учитель года Москвы -- 2009" в номинации "Интеллект и эрудиция", лауреат премий Президента РФ в области образования (2009, 2011), лауреат гранта Москвы (2009), победитель Творческих конкурсов учителей математики.

Автор дистанционного учебного курса подготовки к ЕГЭ в Онлайн-школе Издательского дома "Учительская газета", а также более 50 научно-методических публикаций, в том числе учебных пособий "Основы математической логики и теории множеств" (М., 2010), "Функции и графики" (М., 2010), "Практика решения сложных стереометрических задач" (М., 2010), "Коллекция задач по арифметике целых чисел. Задания С6 ЕГЭ" (М., 2011).
