# Введение

*Уважаемые восьмиклассники!*

Мы живём во время стремительных перемен, когда для человека важна способность к постоянному развитию, готовность к освоению новых, в том числе информационных, технологий. Необходимость подготовки к быстро наступающим переменам в окружающем мире требует от человека развитого мышления, умения организации собственной учебной деятельности, ориентации на деятельностную жизненную позицию. Формирование таких качеств личности невозможно без фундаментального базового образования.

В курсе информатики 8 класса большое внимание уделяется фундаментальным (теоретическим) вопросам информатики. Вы будете изучать математические основы информатики, освоите базовые алгоритмические конструкции, познакомитесь с языком программирования Паскаль.

Мы надеемся, что знания и умения, полученные на уроках информатики, вы сможете применять в дальнейшем при решении разнообразных жизненных задач, предполагающих такие этапы, как:

- целеполагание — постановка задачи на основе соотнесения того, что уже известно, и того, что требуется установить;
- планирование — определение последовательности промежуточных целей с учётом конечного результата, разбиение задачи на подзадачи, разработка последовательности и структуры действий, необходимых для достижения цели с помощью фиксированного набора средств;
- прогнозирование — предвосхищение результата;
- контроль — интерпретация полученного результата, его соотнесение с имеющимися данными с целью установления соответствия или несоответствия (обнаружения ошибки);
- коррекция — внесение необходимых дополнений и исправлений в план действий в случае обнаружения ошибки;
- оценка — осознание человеком того, насколько качественно им решена задача.

Как и ранее, в этом учебнике кроме основной информации содержатся многочисленные ссылки на образовательные ресурсы сети Интернет, в том числе на такие порталы, как:

1) Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (http://sc.edu.ru/);
2) Федеральный центр информационных образовательных ресурсов (http://fcior.edu.ru/);
3) сайт методической службы издательства (http://metodist.Lbz.ru/).

На страницах учебника подробно рассмотрены решения типовых задач по каждой изучаемой теме. В конце каждой главы учебника приведены тестовые задания, которые помогут вам оценить, хорошо ли вы освоили теоретический материал и можете ли применять свои знания для решения возникающих проблем.

Изучая теоретический материал, работая с дополнительными материалами, отвечая на вопросы, решая задачи и выполняя практические задания на компьютере, вы сможете полностью подготовиться к сдаче выпускного экзамена по курсу информатики и в форме государственной итоговой аттестации (ГИА), требования к которой размещены на сайте http://fipi.ru.

В работе с учебником вам помогут навигационные значки:

— важное утверждение или определение;

— интересная информация;

— пример решения задачи;

— информация, полезная для решения практических задач;

— ссылка на ресурс в Интернете;

— дополнительный материал к параграфу, содержащийся в электронном приложении к учебнику (http://metodist.Lbz.ru/);

— вопросы в тексте параграфа, вопросы и задания для самоконтроля;

— задания для подготовки к итоговой аттестации;

— домашний проект или исследование;

— задания для практических работ на компьютере.

Желаем успехов в изучении информатики!

# Глава 1
# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ

## § 1.1
## Системы счисления

***Ключевые слова:***

- система счисления
- цифра
- алфавит
- позиционная система счисления
- основание
- развёрнутая форма записи числа
- свёрнутая форма записи числа
- двоичная система счисления
- восьмеричная система счисления
- шестнадцатеричная система счисления

### 1.1.1. Общие сведения о системах счисления

**Система счисления** — это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел. Знаки, с помощью которых записываются числа (рис. 1.1), называются **цифрами**, а их совокупность — **алфавитом** системы счисления.

В любой системе счисления цифры служат для обозначения чисел, называемых *узловыми*; остальные числа (*алгоритмические*) получаются в результате каких-либо операций из узловых чисел.

<u>**Пример 1.**</u> У вавилонян узловыми являлись числа 1, 10, 60; в римской системе счисления узловые числа — это 1, 5, 10, 50, 100, 500 и 1000, обозначаемые соответственно I, V, X, L, C, D, M.

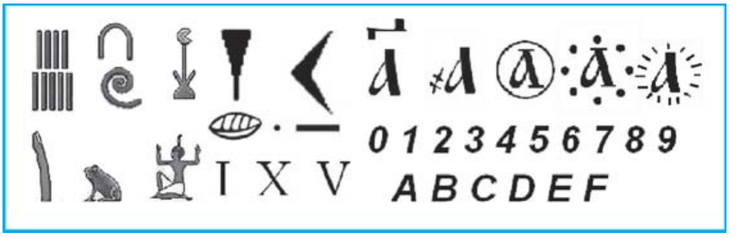



**Рис. 1.1.** Знаки, используемые для записи чисел в различных системах счисления

Системы счисления различаются выбором узловых чисел и способами образования алгоритмических чисел. Можно выделить следующие виды систем счисления:

1) унарная система;
2) непозиционные системы;
3) позиционные системы.

Простейшая и самая древняя система — так называемая **унарная система счисления**. В ней для записи любых чисел используется всего один символ — палочка, узелок, зарубка, камушек. Длина записи числа при таком кодировании прямо связана с его величиной, что роднит этот способ с геометрическим представлением чисел в виде отрезков. Именно унарная система лежит в фундаменте арифметики, и именно она до сих пор вводит первоклассников в мир счёта. Унарную систему ещё называют системой бирок.

Система счисления называется **непозиционной**, если количественный эквивалент (количественное значение) цифры в числе не зависит от её положения в записи числа.

В большинстве непозиционных систем счисления числа образуются путём сложения узловых чисел.

<u>**Пример 2.**</u> В древнеегипетской системе счисления числа 1, 2, 3, 4, 10, 13, 40 обозначались соответственно следующим образом:
|, ||, |||, ||||, ∩, ∩|||, ∩∩∩∩

Те же числа в римской системе счисления обозначаются так: I, II, III, IV, X, XIII, XL. Здесь алгоритмические числа получаются путём сложения и вычитания узловых чисел с учётом следующего правила: каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к его значению, а каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него.

Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры зависит от её положения (позиции) в записи числа.
**Основание** позиционной системы счисления равно количеству цифр, составляющих её алфавит.

**Десятичная система** записи чисел, которой мы привыкли пользоваться в повседневной жизни, с которой мы знакомы с детства, в которой производим все наши вычисления, — пример позиционной системы счисления. Алфавит десятичной системы составляют цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Алгоритмические числа образуются в ней следующим образом: значения цифр умножаются на «веса» соответствующих разрядов, и все полученные значения складываются. Это отчётливо прослеживается в числительных русского языка, например: «три-ста пять-десят семь».

Основанием позиционной системы счисления может служить любое натуральное число $q > 1$. Алфавитом произвольной позиционной системы счисления с основанием $q$ служат числа 0, 1, ..., $q-1$, каждое из которых может быть записано с помощью одного уникального символа; младшей цифрой всегда является 0.

Основные достоинства любой позиционной системы счисления — простота выполнения арифметических операций и ограниченное количество символов, необходимых для записи любых чисел.

В позиционной системе счисления с основанием $q$ любое число может быть представлено в виде:

$$A_q = \pm (a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \ldots + a_0 \cdot q^0 + a_{-1} \cdot q^{-1} + \ldots + a_{-m} \cdot q^{-m}). \quad (1)$$

Здесь:
$A$ — число;
$q$ — основание системы счисления;
$a_i$ — цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;
$n$ — количество целых разрядов числа;
$m$ — количество дробных разрядов числа;
$q^i$ — «вес» $i$-го разряда.

Запись числа по формуле (1) называется **развёрнутой формой** записи.
**Свёрнутой формой** записи числа называется его представление в виде[1] $\pm\, a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_1a_0,a_{-1}\ldots a_{-m}$.

[1] Далее будут рассматриваться только положительные целые числа.

**Пример 3.** Рассмотрим десятичное число 14351,1. Его свёрнутая форма записи настолько привычна, что мы не замечаем, как в уме переходим к развёрнутой записи, умножая цифры числа на «веса» разрядов и складывая полученные произведения:

$$1 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1}.$$

## 1.1.2. Двоичная система счисления

**Двоичной системой счисления** называется позиционная система счисления с основанием 2. Для записи чисел в двоичной системе счисления используются только две цифры: 0 и 1.

На основании формулы (1) для целых двоичных чисел можно записать:

$$a_{n-1}a_{n-2}...a_1a_0 = a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + ... + a_0 \cdot 2^0. \qquad (1')$$

Например:

$$10011_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 2^4 + 2^1 + 2^0 = 19_{10}.$$

Такая форма записи «подсказывает» правило перевода натуральных двоичных чисел в десятичную систему счисления: *необходимо вычислить сумму степеней двойки, соответствующих единицам в свёрнутой форме записи двоичного числа*.

Получим правило перевода целых десятичных чисел в двоичную систему счисления из формулы (1′).

Разделим $a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + ... + a_0 \cdot 2^0$ на 2. Частное будет равно $a_{n-1} \cdot 2^{n-2} + ... + a_1$, а остаток будет равен $a_0$.

Полученное частное опять разделим на 2, остаток от деления будет равен $a_1$.

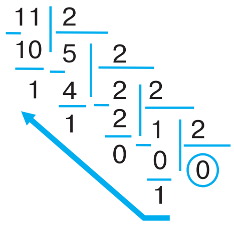
Если продолжить этот процесс деления, то на $n$-м шаге получим набор цифр:

$$a_0, a_1, a_2, ..., a_{n-1},$$

которые входят в двоичное представление исходного числа и совпадают с остатками при его последовательном делении на 2.

Таким образом, для перевода целого десятичного числа в двоичную систему счисления нужно последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на 2 до тех пор, пока не получим частное, равное нулю. Исходное число в двоичной системе счисления составляется последовательной записью полученных остатков, начиная с последнего.

**<u>Пример 4.</u>** Переведём десятичное число 11 в двоичную систему счисления. Рассмотренную выше последовательность действий (алгоритм перевода) можно изобразить так:



Выписывая остатки от деления в направлении, указанном стрелкой, получим: $11_{10} = 1011_2$.

**<u>Пример 5.</u>** Если десятичное число достаточно большое, то более удобен следующий способ записи рассмотренного выше алгоритма:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 363 | 181 | 90 | 45 | 22 | 11 | 5 | 2 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |

$363_{10} = 101101011_2$

## 1.1.3. Восьмеричная система счисления

**Восьмеричной системой счисления** называется позиционная система счисления с основанием 8. Для записи чисел в восьмеричной системе счисления используются цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

На основании формулы (1) для целого восьмеричного числа можно записать:

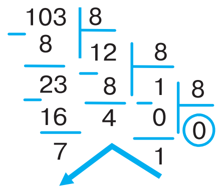
$$a_{n-1}a_{n-2}...a_1a_0 = a_{n-1} \cdot 8^{n-1} + a_{n-2} \cdot 8^{n-2} + ... + a_0 \cdot 8^0. \qquad (1'')$$

Например: $1063_8 = 1 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 563_{10}$.

Таким образом, для перевода целого восьмеричного числа в десятичную систему счисления следует перейти к его развёрнутой записи и вычислить значение получившегося выражения.

Для перевода целого десятичного числа в восьмеричную систему счисления следует последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на 8 до тех пор, пока не получим частное, равное нулю. Исходное число в новой системе счисления составляется последовательной записью полученных остатков, начиная с последнего.

**Пример 6.** Переведём десятичное число 103 в восьмеричную систему счисления.




$103_{10} = 147_8$

## 1.1.4. Шестнадцатеричная система счисления

Основание: $q = 16$.

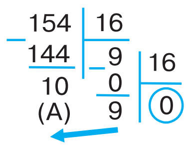
Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

Здесь только десять цифр из шестнадцати имеют общепринятое обозначение 0,..., 9. Для записи цифр с десятичными количественными эквивалентами 10, 11, 12, 13, 14, 15 обычно используются первые пять букв латинского алфавита.

Таким образом, запись $3AF_{16}$ означает:

$3AF_{16} = 3 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = 768 + 160 + 15 = 943_{10}$.

**Пример 7.** Переведём десятичное число 154 в шестнадцатеричную систему счисления.




$154_{10} = 9A_{16}$

## 1.1.5. Правило перевода целых десятичных чисел в систему счисления с основанием *q*

Для перевода целого десятичного числа в систему счисления с основанием $q$ следует:

1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получим частное, равное нулю;
2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления;

3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего полученного остатка.

Представим таблицу соответствия десятичных, двоичных, восьмеричных и шестнадцатеричных чисел от 0 до $20_{10}$.

| Десятичная система | Двоичная система | Восьмеричная система | Шестнадцатеричная система |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 10 | 2 | 2 |
| 3 | 11 | 3 | 3 |
| 4 | 100 | 4 | 4 |
| 5 | 101 | 5 | 5 |
| 6 | 110 | 6 | 6 |
| 7 | 111 | 7 | 7 |
| 8 | 1000 | 10 | 8 |
| 9 | 1001 | 11 | 9 |
| 10 | 1010 | 12 | A |
| 11 | 1011 | 13 | B |
| 12 | 1100 | 14 | C |
| 13 | 1101 | 15 | D |
| 14 | 1110 | 16 | E |
| 15 | 1111 | 17 | F |
| 16 | 10000 | 20 | 10 |
| 17 | 10001 | 21 | 11 |
| 18 | 10010 | 22 | 12 |
| 19 | 10011 | 23 | 13 |
| 20 | 10100 | 24 | 14 |

[. . .]