ПРЕДИСЛОВИЕ

Не знающий геометрии да не войдет сюда.

Надпись над вратами
Академии Платона

Дорогие друзья!

Вы продолжаете изучение одной из самых древних и в то же время всегда молодых, активно развивающихся, интересных и полезных ветвей математической науки — геометрии — по комплекту учебников геометрии, состоящему из четырех книг — Геометрия-7, Геометрия-8, Геометрия-9, Геометрия-10, 11. Эти книги будут с вами все последующие школьные годы и, надеемся, останутся вашими добрыми друзьями и надежными помощниками на всю жизнь.

Вы уже ознакомились с основными понятиями геометрии, изучили свойства треугольников, признаки их равенства, свойства окружностей, осевую симметрию, геометрические построения.

В курсе 8 класса вы познакомитесь с понятием многоугольника, изучите четырехугольники и их свойства, центральную симметрию, понятие движения. Вы научитесь измерять площади многоугольников, узнаете о векторах и операциях над ними, а также познакомитесь с понятиями подобия и гомотетии.

Вы добьетесь успеха и ощутите огромную радость освоения предмета, если ваши мысли и рассуждения будут сопровождаться активными действиями: построением чертежей, обсуждением изученного материала с друзьями, рассмотрением всех вариантов решения задач, проверкой полученных результатов.

Как и в учебнике 7 класса, каждая глава завершается задачами и вопросами для повторения, а также заданиями для самопроверки. В усвоении материала вам поможет справочный раздел, приведенный в конце книги.

Обратите внимание на символы навигационной полосы, имеющейся в учебниках. Они означают следующее:

материал, необходимый для подготовки к государственной итоговой аттестации (ГИА);

запомни определение или важное утверждение;

дополнительное разъяснение, комментарий;

дополнительный материал;

выполни практическую работу;

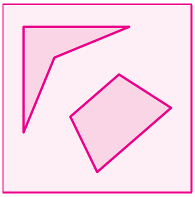
выполни исследовательское задание;

ответь на вопросы к параграфу;

пройди по ссылке на Интернет-ресурс.

Счастливого вам пути в прекрасный и удивительный мир геометрии!

Профессор
Григорий Глейзер



ГЛАВА 1
ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

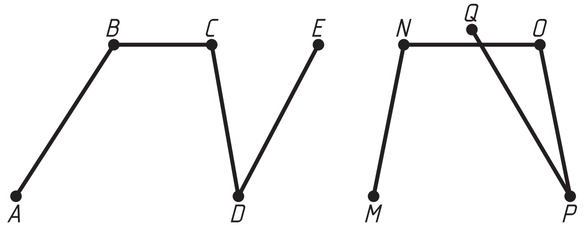
§ 1
Многоугольники

Представьте себе ломаную линию (см. 7 кл., § 8). Из множества ломаных линий выделим ломаные, звенья которых не имеют других общих точек, кроме вершин, и в каждой вершине сходятся лишь два звена. Такие ломаные называют *простыми*. На рис. 1, *а* изображена простая ломаная, на рис. 1, *б* — *непростая* ломаная. Ломаная, вообще говоря, имеет *два конца* (например, точки A и E, рис. 1, *а*). Если концы ломаной совпадают (рис. 2), то такую ломаную называют замкнутой.

Простая *замкнутая* ломаная разбивает все множество точек плоскости, не принадлежащих ей, на две области — *внутреннюю* и *внешнюю* (рис. 2). Различить их можно так: внешняя область может содержать луч, внутренняя же область содержать луч не может. Объединение этой ломаной линии, ее внутренней и внешней областей представляет собой всю плоскость.

Определение. Объединение простой замкнутой ломаной линии и ее внутренней области называется *простым многоугольником*.

В нашем курсе геометрии изучаются только простые многоугольники, поэтому в дальнейшем для краткости мы их будем называть многоугольниками.



а б

Рис. 1

Рис. 2

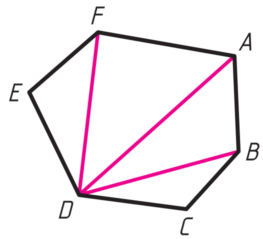


Рис. 3

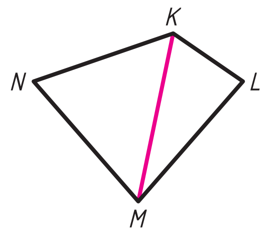


Рис. 4

Многоугольники называют *треугольниками, четырехугольниками, пятиугольниками* и т. д. по числу звеньев ломаной линии, образующей многоугольник. Звенья ломаной линии называются *сторонами* многоугольника, а концы их — *вершинами* многоугольника.

Например, многоугольник с тремя сторонами называется треугольником; у шестиугольника шесть сторон. На рис. 3 изображен шестиугольник $ABCDEF$, на рис. 4 — четырехугольник $KLMN$.

Диагональ многоугольника — это отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной стороне. Например, DA, DF и DB (рис. 3) — диагонали шестиугольника $ABCDEF$.

Задание 1. Начертите произвольный пятиугольник, обозначьте его буквами. Сколько диагоналей можно провести из одной его вершины? Сколько всего диагоналей можно провести в пятиугольнике? Проведите все диагонали в построенном пятиугольнике.

Сумма длин всех сторон многоугольника называется его *периметром*. Периметр многоугольника обычно обозначают буквой P.

Например, периметр четырехугольника $KLMN$ (рис. 4) равен:

$$P = MN + NK + KL + LM.$$

Задание 2. Начертите произвольный шестиугольник. Измерьте его стороны и вычислите периметр.

Задание 3. Начертите произвольный четырехугольник. Постройте отрезок, длина которого равнялась бы периметру данного четырехугольника.

Многоугольники бывают *выпуклыми* и *невыпуклыми* (вспомните определения выпуклых и невыпуклых фигур, см. 7 кл., § 12).

Например, шестиугольник $ABCDEF$ (рис. 5, *б*) выпуклый, так как вместе с любыми принадлежащими ему точками M и N он содержит и все точки отрезка MN. Многоугольник же $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ (рис. 5, *в*) невыпуклый: диагональ A_1C_1 не принадлежит ему.

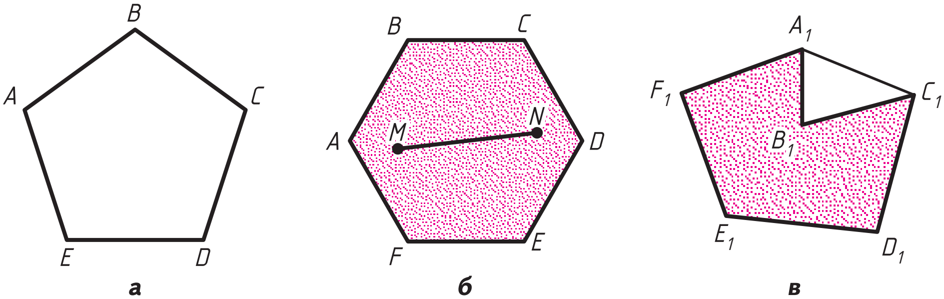


Рис. 5

Мы будем изучать свойства только выпуклых многоугольников.

Определение. Выпуклый многоугольник, у которого все стороны равны и все углы равны, называется *правильным*.

С примерами правильных многоугольников вы уже встречались. Так, равносторонний треугольник, квадрат — примеры правильных многоугольников. На рис. 5, *а*, *б* изображены правильный пятиугольник и правильный шестиугольник. В основаниях правильных пирамид лежат правильные многоугольники.

Задание 4. Применяя линейку, циркуль, транспортир, постройте правильный: а) четырехугольник, б) пятиугольник, в) шестиугольник, г) восьмиугольник.

Интернет-ресурсы: http://fcior.edu.ru **каталог ЭОР — основное общее образование — перечень учебных предметов общего образования — математика — название модуля:**

Понятие выпуклого многоугольника, четырёхугольника.

Параллелограмм, его виды, признаки, свойства.

Вопросы и задачи

1. Сформулируйте определение простого многоугольника.
2. Постройте произвольный пятиугольник. Назовите его стороны, вершины, диагонали. Выполните измерения и вычислите периметр этого пятиугольника.
3. Сформулируйте определение периметра многоугольника.
4. Какой многоугольник называют выпуклым?
5. Докажите, что правильный пятиугольник имеет ось симметрии.
6. Сколько осей симметрии у правильного а) шестиугольника, б) семиугольника?
7. Верно ли утверждение: пятиугольник с равными сторонами, имеющий две равные диагонали, является правильным?

§ 2
Четырехугольники. Сумма величин углов выпуклого четырехугольника

В курсе седьмого класса мы изучали некоторые свойства простейшего многоугольника — треугольника.

Сейчас мы переходим к изучению свойств четырехугольников.

На первом форзаце (на внутренней стороне обложки) изображены различные четырехугольники.

Все четырехугольники делятся на две группы: *выпуклые* четырехугольники и *невыпуклые* четырехугольники. Мы будем изучать свойства только выпуклых четырехугольников.

На первом форзаце изображены выпуклые четырехугольники, свойства которых мы будем изучать в этой главе. Вспомните, какие виды четырехугольников вы встречали в окружающей обстановке.

Теорема. *Сумма величин углов четырехугольника равна* 360°.

Дано. $ABCD$ — четырехугольник (рис. 6).
Доказать, что $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$.

Доказательство. Проведем диагональ AC. Она разделит четырехугольник на два треугольника. Сумма величин углов четырехугольника состоит из суммы величин углов двух треугольников. Сумма величин углов каждого треугольника равна 180°, поэтому сумма величин углов четырехугольника равна 360°. ■

Задание. Три угла четырехугольника содержат соответственно 90°, 125°, 49°. Вычислите величину его четвертого угла.

Определение. Угол, смежный с углом многоугольника, называется *внешним углом многоугольника*.

На рис. 7 цифрами 1, 2, 3, 4 обозначены внешние углы четырехугольника. Причем при каждой вершине построен только один внешний угол. Очевидно, при каждой вершине четырехугольника можно построить два внешних угла. Например, при вершине C построены углы BCN и DCM. Каждый из них будет смежным с внутренним углом C четырехугольника, значит, оба они — внешние углы четырехугольника. Очевидно, внешние углы четырехугольника, построенные при одной вершине, равны (как вертикальные углы).

Теорема. *Сумма величин внешних углов выпуклого четырехугольника, взятых по одному при каждой его вершине, равна* 360°.

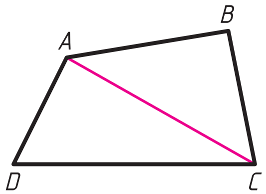


Рис. 6

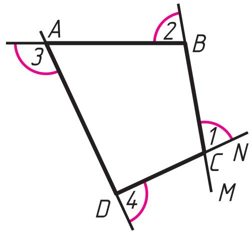


Рис. 7

Доказательство. Сумма величин углов данного четырехугольника и сумма величин его внешних углов, взятых по одному при каждой вершине, составляет $180° \cdot 4 = 720°$. Сумма величин углов четырехугольника равна $360°$, поэтому и сумма величин его внешних углов равна $720° - 360° = 360°$. ■

Интернет-ресурсы: http://fcior.edu.ru **каталог ЭОР — основное общее образование — перечень учебных предметов общего образования — математика — название модуля:**

Сумма углов треугольника и выпуклого многоугольника.

Теорема о внешнем угле треугольника.

Вопросы и задачи

1. Постройте четырехугольник и проведите его диагонали. Сколько при этом образовалось треугольников?
2. Может ли больший угол четырехугольника быть острым?
3. Может ли меньший угол четырехугольника быть тупым?
4. Может ли величина одного угла четырехугольника быть равной сумме величин трех остальных его углов?
5. Начертите четырехугольник с тремя тупыми углами.
6. Вычислите величины внешних углов четырехугольника, если известны величины трех его углов: $83°$, $64°$, $157°$.
7. Вычислите величины углов четырехугольника, если известны величины трех внешних его углов: $68°$, $85°$, $143°$.
8. Существует ли выпуклый четырехугольник с углами: а) $90°$, $90°$, $120°$, $50°$; б) $90°$, $90°$, $120°$, $60°$?
9. Существует ли выпуклый четырехугольник с внешними углами, взятыми по одному при каждой его вершине: а) $90°$, $90°$, $120°$, $50°$; б) $90°$, $90°$, $120°$, $60°$?
10. Постройте четырехугольник по данным длинам четырех сторон и диагонали.

[...]