

*Книга посвящается моей бабушке
Торгашовой Фаине Ивановне*

Предисловие

Предлагаемая читателям книга представляет собой руководство к решению задач по информатике. Круг рассматриваемых в ней вопросов достаточно широк.

В первой главе изучаются основные теоретические понятия: информация, система счисления, система передачи данных.

Во второй главе излагаются основы алгебры логики, даны примеры решения качественных логических задач, а также задач, связанных с анализом и синтезом переключательных и комбинационных схем, рассматриваются основы комбинаторики, теории множеств и теории игр.

Третья глава посвящена современным информационным технологиям. В ней рассматриваются электронные таблицы, файловые системы, информационные сети. Большое внимание в третьей главе также уделено вопросам моделирования, численным методам и решению оптимизационных задач.

В четвертой главе излагаются основы алгоритмизации и разобран ряд типовых задач.

Пятая глава представляет собой введение в программирование на языке Паскаль. В ней рассматриваются основные конструкции этого языка и примеры различных алгоритмов обработки данных.

После каждой главы даны задачи для самостоятельного решения. Всего таких задач — более 400, они приведены в порядке увеличения их сложности.

В разделе «Справочная информация» содержатся основные сведения о действиях со степенями, указаны свойства логарифма, даны таблицы сложения и умножения в некоторых системах счисления, проведено сопоставление встроенных функций электронных таблиц Microsoft Excel и OpenOffice.org Calc, а также даны для справки таблицы кодировки символов.

Безусловно, приведенная в данной книге теоретическая информация, а также примеры решений задач не являются исчерпываю-

щими в каждом из отдельных вопросов. Однако они дают достаточное представление о содержании основных задач по информатике и о наиболее распространенных способах их решения.

Книга будет полезной для школьников и студентов средних специальных учебных заведений, а также при самостоятельной подготовке к ЕГЭ по информатике.

Автор выражает благодарность Н. Н. Самылкиной за ценные советы, полученные при подготовке рукописи книги.

Глава 1

Информационные процессы и системы

1.1. Информация и ее кодирование

1.1.1. Понятие информации

Информация — это знания об объектах и явлениях окружающей среды, их параметрах, свойствах и состояниях. Получение информации об объектах уменьшает имеющуюся степень неопределенности, неполноты знаний о них. С информацией связаны *процессы передачи, хранения и обработки*, называемые *информационными процессами*.

Информация может существовать в различных *формах*. Для представления и передачи информации удобно использовать *знаковые системы*. **Знаковая система** включает в себя определенный набор знаков (**алфавит**) и правила работы с ними (**грамматика**).

Одним из примеров знаковой системы является **язык** — множество символов и совокупность правил, определяющих способы составления из этих символов осмысленных сообщений.

Языки делятся на *естественные* (русский, английский и т. д.) и *формальные* (азбука Морзе, языки программирования, язык математики и др.). Естественные языки складываются и развиваются стихийным образом, хотя и по своим законам. Правила оперирования со знаками в них сложны и неоднозначны; большая часть этих правил имеет исключения. Формальные же языки создаются для решения определенных задач и имеют ограниченный набор строгих правил.

1.1.2. Методы измерения количества информации

Единица измерения информации называется **«бит»**. Термин *«бит»* представляет собой аббревиатуру от английского словосочетания *«binary digit»* («двоичная цифра»). Для измерения информации, наряду с битом, используются производные величины, указанные в табл. 1.1.

При измерении количества информации, содержащейся в некотором сообщении, обычно используются два метода: *вероятностный* и *алфавитный*.

Таблица 1.1

Единицы измерения информации

Название	Обозначение	Значение величины	
		в байтах	в битах
Байт	Б	2^0	2^3
Килобайт	КБ	2^{10}	2^{13}
Мегабайт	МБ	2^{20}	2^{23}
Гигабайт	ГБ	2^{30}	2^{33}
Терабайт	ТБ	2^{40}	2^{43}
Петабайт	ПБ	2^{50}	2^{53}
Эксабайт	ЭБ	2^{60}	2^{63}
Зеттабайт	ЗБ	2^{70}	2^{73}
Йоттабайт	ЙБ	2^{80}	2^{83}

Вероятностный подход

Вероятность — числовая характеристика возможности появления какого-либо события в определенных условиях.

Событием называется любой факт, который в результате опыта может произойти или не произойти. Вероятность появления некоторого события A вычисляется по формуле:

$$P_A = m / n, \quad (1.1)$$

где m — число благоприятных случаев (таких, при появлении которых обязательно должно совершиться событие A), а n — общее количество случаев. Вероятность любого события заключена в интервале от нуля до единицы: $0 \leq P_A \leq 1$.

П р и м е р. Подброшенная монета может упасть на «орла» или «решку». Количество возможных случаев здесь равно двум ($n = 2$). Упасть на «орла» монета может только в одном случае из двух ($m = 1$). Следовательно, вероятность того, что монета упадет на «орла», равна $P_o = m / n = 1 / 2$.

Зависимость между вероятностью появления события p и количеством информации I в сообщении о данном событии описывается формулой:

$$I = \log_2(1 / p), \quad (1.2)$$

т. е. чем меньше вероятность некоторого события, тем больше информации содержит сообщение об этом событии. (Здесь и ниже под со-

общением понимается некая последовательность чисел, с помощью которой закодирована информация. Способы кодирования текстовой, графической и другой информации будут рассмотрены позже.)

Алфавитный подход

Алфавитный метод измерения информации основан на том, что любое сообщение можно закодировать в виде конечной последовательности символов некоторого алфавита. Например, *двоичный алфавит* содержит два символа (0 и 1), а *троичный* — три символа (0, 1 и 2). Существуют алфавиты и с большим количеством символов. Так, алфавит *кодировки ASCII*, используемой для представления символьной информации, включает 256 элементов, а алфавит *кодировки UNICODE* — 65 536 элементов.

Количество различных сообщений N длиной в I символов, которые можно записать с помощью алфавита из q символов, оценивается с помощью формулы:

$$N = q^I. \quad (1.3)$$

Количество символов в алфавите q при этом называют **мощностью** (размером) **алфавита**:

$$q = \sqrt[I]{N}. \quad (1.4)$$

Количество символов I , используемых для записи N сообщений с помощью алфавита мощностью q символов, вычисляется по формуле:

$$I = \log_q N. \quad (1.5)$$

Например, если требуется закодировать 15 различных сообщений, то для этого можно использовать алфавит мощностью 2. В этом случае длина каждого сообщения будет составлять $I = \lceil \log_2 15 \rceil = 4$ символа (обозначение $\lceil \cdot \rceil$ означает округление в большую сторону, например: $\lceil 5.3 \rceil = 6$). А если для решения этой же задачи использовать алфавит мощностью 3, то длина сообщения будет меньше: $I = \lceil \log_3 15 \rceil = 3$ символа.

Отметим, что при решении задач, в которых требуется выполнить кодирование состояний некоторого объекта, каждое состояние соответствует одному какому-то символу алфавита.

При определении количества информации часто требуется вычислить заданную степень двойки. В этом вам поможет табл. 1.2.

Таблица 1.2

Степени двойки

Степень	Число	Степень	Число
0	$2^0 = 1$	10	$2^{10} = 1024$
1	$2^1 = 2$	11	$2^{11} = 2048$
2	$2^2 = 4$	12	$2^{12} = 4096$
3	$2^3 = 8$	13	$2^{13} = 8192$
4	$2^4 = 16$	14	$2^{14} = 16384$
5	$2^5 = 32$	15	$2^{15} = 32768$
6	$2^6 = 64$	16	$2^{16} = 65536$
7	$2^7 = 128$	17	$2^{17} = 131072$
8	$2^8 = 256$	18	$2^{18} = 262144$
9	$2^9 = 512$	19	$2^{19} = 542288$

Задача 1. Определить количество информации, которое содержится в сообщении о результате броска монеты.

Решение.

Возможно два равновероятных результата броска монеты: монета упала на «орла» или «решку». Следовательно, вероятности появления сообщений «монета упала на орла» и «монета упала на решку» одинаковы и равны $p = 1 / 2$. Вычислим количество информации в каждом сообщении о результате броска, используя формулу (1.2):

$$I = \log_2 (1 / (1 / 2)) = 1 \text{ бит.}$$

Ответ: 1 бит.

Задача 2. В барабане для розыгрыша лотереи находятся 16 пронумерованных шаров. Определите количество информации, содержащейся в сообщении о первом выпавшем номере.

Решение.

Запишем выражение для определения количества информации в сообщении, используя формулу (1.2) и зная, что вероятность выбора каждого шара $p = 1 / 16$:

$$I = \log_2 (1 / (1 / 16)) = 4 \text{ бита.}$$

Ответ: 4 бита.

Задача 3. Шахматная доска состоит из 64 полей: 8 столбцов на 8 строк. Какое минимальное количество битов потребуется для кодирования координат одного шахматного поля [1]?

Решение.

Вычислим количество битов для кодирования координат шахматного поля. В данной задаче событие соответствует выбору одного из 64 полей шахматной доски (т. е. всего существует 64 равновероятных события). Используя формулу (1.2), можно записать:

$$I = \log_2 (1 / (1 / 64)) = 6 \text{ бит.}$$

Ответ: 6 бит.

Задача 4. Световое табло состоит из лампочек, каждая из которых может находиться в двух состояниях («включено» или «выключено»). Какое наименьшее количество лампочек должно находиться на табло, чтобы с его помощью можно было передать 50 различных сигналов [4]?

Решение.

Лампочка может находиться в одном из двух состояний. Следовательно, для кодирования сигналов данного табло должен использоваться алфавит мощностью 2 символа ($q = 2$). Используя формулу (1.5), можно записать: $I = \log_2 50$, где I — количество лампочек (символов сообщения), требуемых для передачи 50 сигналов. Искомое I представляет собой ближайшее большее целое число для $\log_2 50$. Таким числом является 6, так как $6 = \log_2 64$ и $\log_2 64 > \log_2 50$.

Используя 6 лампочек, можно закодировать 64 различных сигнала. Следовательно, с помощью 6 лампочек можно закодировать и 50 сигналов. Если же использовать 5 лампочек ($5 = \log_2 32$), то с их помощью можно закодировать только 32 сигнала, что не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 6 лампочек.

Задача 5. Световое табло состоит из лампочек. Каждая лампочка может находиться в одном из трех состояний («включено», «выключено» или «мигает»). Какое наименьшее количество лампочек должно находиться на табло, чтобы с его помощью можно было передать 18 различных сигналов [5]?

Решение.

Лампочка может находиться в одном из трех состояний, поэтому для кодирования сигналов данного табло должен использоваться алфавит мощностью 3 символа ($q = 3$). Используя формулу (1.5), определим количество лампочек: $I = \log_3 18$, где I — количество лампочек, необходимых для передачи 18 сигналов. Искомое I представляет собой ближайшее большее целое число для $\log_3 18$. Таким числом является 3, так как $3 = \log_3 27$ и $\log_3 27 > \log_3 18$.

Ответ: 3 лампочки.

Задача 6. Какое наименьшее число символов должно быть в алфавите, чтобы при помощи всевозможных двухбуквенных слов, состоящих из символов данного алфавита, можно было передать не менее 11 различных сообщений?

Решение.

Используя формулу (1.3), запишем: $q^2 \geq 11$. Ближайшее целое, удовлетворяющее этому неравенству, — 4. Таким образом, алфавит должен содержать 4 символа.

Ответ: 4.

Задача 7. Сколько существует различных последовательностей из символов «плюс» и «минус» длиной ровно в пять символов [2]?

Решение.

Каждая из N последовательностей символов представляет собой набор «+» и «-» (0 и 1), поэтому для их кодирования должен использоваться алфавит мощностью 2 символа ($q = 2$). Следовательно, на основе формулы (1.3) можно записать: $N = 2^5 \Rightarrow N = 32$.

Ответ: 32.

Задача 8. В ящике находится 32 цветных карандаша, среди которых X — красного цвета. Наудачу вынимается один карандаш. Сообщение «извлечен не красный карандаш» несет 3 бита информации. Чему равно X ?

Решение.

Используя формулу (1.1), можно записать:

$$P_{\text{нк}} = (32 - X) / 32, \quad (1.6)$$

где $P_{\text{нк}}$ — вероятность выбора не красного карандаша.

На основе формулы (1.2) можно записать:

$$I = \log_2 (1 / P_{\text{нк}}). \quad (1.7)$$

Выразим $P_{\text{нк}}$ из формулы (1.7):

$$1 / P_{\text{нк}} = 2^I \Rightarrow P_{\text{нк}} = 1 / (2^I). \quad (1.8)$$

Зная, что $I = 3$, и подставляя (1.8) в (1.6), получим:

$$(32 - X) / 32 = 1 / (2^I) \Rightarrow (32 - X) / 32 = 1 / (2^3) \Rightarrow \\ \Rightarrow 32 - X = 4 \Rightarrow X = 28.$$

Следовательно, в ящике находилось 28 красных карандашей.

Ответ: $X = 28$.

Задача 9. В двух вагонах товарного поезда находятся 32 генератора электрической энергии. Некоторые из них — исправные, некоторые — нет. Сообщение «сломанный генератор находится в первом вагоне» несет 4 бита информации. Сколько генераторов находится во втором вагоне?

Решение.

Зная, что в обоих вагонах находится 32 генератора, можно записать:

$$N_1 + N_2 = 32 \Rightarrow N_2 = 32 - N_1, \quad (1.9)$$

где N_1 — количество генераторов в первом вагоне, N_2 — во втором. Используя формулу (1.2), получим выражение для вычисления P_1 (вероятность того, что сломанный генератор находится в первом вагоне):

$$I = \log_2(1 / P_1) \Rightarrow 4 = \log_2(1 / P_1) \Rightarrow P_1 = 1 / 16. \quad (1.10)$$

На основе формул (1.1), (1.9) и (1.10) запишем:

$$P_1 = (32 - N_1) / 32 \Rightarrow (32 - N_1) / 32 = 1 / 16 \Rightarrow N_1 = 2.$$

Следовательно, из (1.9) получаем, что $N_2 = 32 - 2 = 30$.

Ответ: 30 генераторов.

Задача 10. В ящике находятся исправные и неисправные жесткие диски. Среди них 16 исправных. Сообщение о том, что из ящика достали неисправный диск, несет 1 бит информации. Сколько всего жестких дисков находится в ящике?

Решение.

В ящике находится 16 исправных дисков. Следовательно, $N_u + N_n = N \Rightarrow 16 + N_n = N$, где N — количество дисков в ящике, N_u — количество исправных дисков, N_n — количество неисправных дисков.

Используя формулу (1.1), запишем выражение для вычисления вероятности того, что из ящика достали неисправный диск:

$$P_n = N_n / (N_u + 16). \quad (1.11)$$

На основе (1.2) запишем:

$$I_n = \log_2(1 / P_n) \Rightarrow P_n = 1 / 2^{I_n} \Rightarrow P_n = 1 / 2^1 \Rightarrow P_n = 1 / 2. \quad (1.12)$$

Подставляя (1.12) в (1.11), получим: $1/2 = N_n / (N_u + 16) \Rightarrow 1 \cdot N_u = 16 \Rightarrow N_n = 16$. Таким образом, в ящике хранится $16 + 16 = 32$ жестких диска.

Ответ: 32 жестких диска.

Задача 11. Получено сообщение, информационный объем которого равен 32 битам. Чему равен этот объем в байтах?

Решение.

Выполним перевод битов в байты (1 байт = 8 бит): $32 / 8 = 4$.

Ответ: 4 байта.

Задача 12. Сколько мегабайт информации содержит сообщение объемом 2^{23} битов?

Решение.

Используя табл. 1.1, запишем:

$$2^{23} \text{ (бит)} = 2^{3+10+10} \text{ (бит)} = 2^{10+10} \text{ (байт)} = 2^{10} \text{ (кб)} = 1 \text{ (Мб)}.$$

Ответ: 1 Мб.

Задача 13. Сколько битов информации содержит сообщение объемом 4 мегабайта?

Решение.

Используя табл. 1.1, можно записать:

$$\begin{aligned} 4 \text{ (Мб)} &= 4 \cdot 2^{10} \text{ (кб)} = 4 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \text{ (байт)} = \\ &= 2^2 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^3 \text{ (бит)} = 2^{2+10+10+3} \text{ (бит)} = 2^{25} \text{ (бит)}. \end{aligned}$$

Ответ: 2^{25} бит.

1.2. Процесс передачи информации

Один из наиболее важных информационных процессов — **процесс передачи информации**. В нем участвуют различные устройства (см. рис. 1.1). Обмен информацией между *источником* и *получателем* выполняется по *каналу связи*. Каналы связи делятся на *симплексные* (информация по ним передается только в одну сторону, пример — телевидение) и *дуплексные* (в них возможна передача информации в обоих направлениях одновременно, примеры — телефон, локальная вычислительная сеть).

Кодирующее устройство предназначено для преобразования исходного сообщения источника к виду, удобному для передачи.

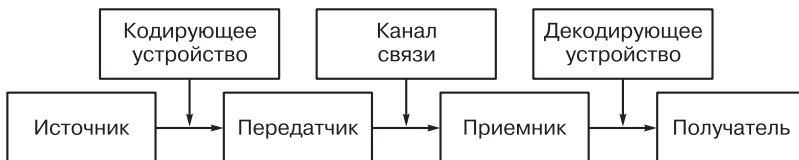


Рис. 1.1. Процесс обмена информацией

[...]