Н. Г. Курганов

Арифметика или Числовник

Часть 2

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
Н11

Н. Г. Курганов

Н11 Арифметика или Числовник: Часть 2 / Н. Г. Курганов – М.: Книга по Требованию, 2021. – 108 с.

ISBN 978-5-458-28237-6

ISBN 978-5-458-28237-6

АРИѲМЕТИКИ

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

о вышшихъ числительныхъ дѣйствїяхъ.

ГЛАВА I.

О сравненїи чиселъ между собою.

Содержанїе есть состоянїе двухъ количествъ сносимыхъ между собою.

Сравненїе или сношенїе двухъ чиселъ обыкновенно неравныхъ дѣлается для того, чтобъ знать ежели они равны, или чемъ одно превосходитъ другова, или сколько разъ одно содержится въ другомъ: *напримѣръ* по сравненїю 4 съ 12 находится; что оныя числа неравны, и 12 больше 4хъ 8ю, или разность оныхъ 8. Также 4 содержится въ 12ти 3 жды, или 4 есть $\frac{1}{3}$ двенатцати, то есть 4 содержитъ въ себѣ $\frac{1}{3}$ двенатцати; ибо $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Первое сравненїе двухъ количествъ, то есть въ познанїи оныхъ разности состоящее и узнаваемое по вычитанїю, называется *содержанїе ариѳметическое* или *вычетное*, и оное выражается такъ 4. 12; а другое, по которому ищется, сколько разъ одно содержитъ въ себѣ другое, узнаваемое по дѣленїю *геометрическимъ* или *участнымъ* содержанїемъ имянуется, которое пишется такъ 4: 12; и оныя употребляются въ обѣихъ сихъ наукахъ.

Всякаго содержанїя первый или сперва написаной членъ (какъ 4) называется *предъидущей*

или

или *передней*, а другой (какъ 12) *послѣдующей* или *послѣдней*. Понеже вычетное содержаніе есть разность между переднимъ и послѣднимъ, а участное изъявляетъ частное раздѣля одинъ членъ на другой. По сему помянутая разность или частное называется *знаменатель* содержанія.

Содержанія равныя тѣ, коихъ разности или частныя находятся равныя. Напримѣръ разность между 7 и 3 равна разности между 9 и 5, то есть 4. По сему вычетное содержаніе 7. 3 = 9. 5. Подобно 3 къ 12 есть въ томъ же участномъ содержаніи, какъ 2 къ 8, или содержаніе 3: 12 = 2: 8, ибо икъ частныя $\frac{3}{12}$, $\frac{2}{8}$ равны, то есть $\frac{1}{4}$; а именно, каждой оныхъ послѣдующей вчетверо больше своего предъидущаго члена.

Сравненіе равныхъ количествъ, *содержаніе равности* называется какъ 4 къ 4 и 9 къ 9 и проч. *Содержаніе большой неравности* есть то, коего передней больше своего послѣдняго, какъ 9 къ 3 и 15 къ 8 и проч. или число говорится, большее имѣетъ содержаніе къ другому, когда другое содержится въ немъ меньше кратъ.

Содержаніе меньшой неравности есть, котораго передней меньше своего послѣдняго, какъ 3 къ 9, 4 къ 12 и проч.; или число 3 имѣетъ меньшее содержаніе къ 9.

Равныя большой или одной меньшой неравности содержанія *прямо равныя содержанія* называются; а которыя разныхъ неравностей, то есть содержаніе большой неравности равно другому меньшей неравности, такія имянуются *обратно равныя содержанія.*

Два пряморавныя содержанія называются *пропорція*, которая по свойству оныхъ бываетъ вычетная и участная. Напримѣръ содержанія 7 къ 3, 9 къ 5 составляютъ вычетную *пропорцію*, кото-

которая значится такимЪ образомЪ 7. 5: 9. 5. Содержанія 3 кЪ 12, 2 кЪ 8 есть участная *про. порція*, и оная пишется такЪ 3: 12 = 2: 8, или 3: 12 : : 2 : 8, еще 3 | 12 | | 2 | 8. Всякой пропорціи первой и послѣдней члены называются *крайнія*, а второй и третей *среднія*.

Когда послѣдней членЪ перваго содержанія пропорціи бываетЪ переднимЪ другова. НапримѣрЪ вЪ вычетной пропорціи 4. 6 : 6. 8 или вЪ участной 5 : 10 = 10 : 20, тогда такія *пропорціи непрерывныя* называются. По сему *непрерывная* пропорція есть та, коей средніе члены равны, а буде онѣ не равны, такая *пропорція* называется *раздѣльная*. *Непрерывная* вычетная *пропорція* значится ÷ 4, 6, 8; участная ∺ 5, 10, 20. Второй оныхЪ членЪ имянуется *средній пропорціональный*.

Всякая непрерывная пропорція, больше трехЪ членовЪ имѣющая, называется *прогрессія* или *наращеніе*, и оная есть прибывающая или убывающая; напримѣрЪ ÷ 3, 6, 9, 12, 15, 18, и проч.: есть *прибывающая* вычетная *прогрессія*. Подобно и самопроизводной порядокЪ чиселЪ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, и проч., а *убывающая* ÷ 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1. участная *прибывающая прогрессія* есть ∺ 3, 6, 12, 24, 48, 96, и проч., а *убывающая* какЪ : : 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1. Числа прогрессію составляющія называются *члены прогрессіи*. Число изЪявляющее разность или частное есть *знаменатель прогрессіи*.

ОТДѢЛЪ I.

О свойствахъ участнаго содержанія.

Положеніе I. Всякое участное содержаніе можетЪ выражено быть двояко, то есть раздѣляя передней членъ на послѣдней, или послѣдней на передней членъ.

Напримѣръ содержанія $4:6$ есть частное $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$, которое изъявляетъ, что 4 есть $\frac{2}{3}$ шести; а частное $\frac{6}{4}=1\frac{1}{2}$ показуетъ, что 4 содержится $1\frac{1}{2}$ раза въ 6 ти или 4 въ $1\frac{1}{2}$ раза меньше шести.

Отъ того слѣдуетъ 1 е, что въ разсужденіи перваго частнаго, которымъ мы всякое содержаніе изображать будемъ впредь, можно всякую долю принять за содержаніе, котораго передней членъ доли числитель, а послѣдней знаменатель.

2 е. Въ деленіи частное число содержится къ единицѣ, какъ дѣлимое къ дѣлителю. 3 е. *Число* есть содержаніе одного количества къ другому того же рода количеству, кое есть его мѣра; а *мѣра числа* есть число, содержащееся въ немъ нѣсколько разъ точно.

3 е. Для познанія равности содержаніевъ напримѣръ $3:7$ и $12:28$, надлежитъ разсуждать, что передней членъ 3 есть $\frac{1}{4}$ другаго передняго 12, подобно и задней 7 есть также $\frac{1}{4}$ числа 28. Или по общему правилу $\frac{3}{7}=\frac{12}{28}=\frac{3}{7}$. Изъ сего явно, что содержанія $3:7$, $12:28$ между собою равныя. По сему двоеточіе есть знакъ дѣленія, по лѣвую сторону онаго ставится дѣлимое, а по правую дѣлитель.

II. Два обратно равныя содержанія, какъ $3:7$, и $28:12$ перемѣняются въ пряморавныя $3:7$ и $12:28$, или $7:3$ и $28:12$ полагая въ которомъ нибудь содержаніи одинъ членъ на мѣсто другаго.

Содержаніе, котораго передней членъ вдвое больше своего задняго, называется *двойное*, какъ $6:3$, а второе, *тройное*, какъ $17:6$ и проч. Также $48:8$ есть *шестерное*, $3:2$ *полуторное*, $5:2$ содержаніе *полутретное* и проч.

Содер-

Содержанiе меньшей неравности, котораго передней вдвое меньше члена послѣдняго какъ 4 : 8, называется *половинное;* второе, *третное* какъ 3: 9 и проч. Содержанiе 6: 9 есть *двутретное;* ибо $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ и проч

Содержанiя *измѣримыя* называются тѣ, которыхъ частныя въ цѣлыхъ или дробныхъ числахъ изобразить можно какъ 7: 11, и $4\frac{2}{7}:\frac{11}{17}$; ибо оныхъ частныя суть $\frac{7}{11}$, $\frac{77}{115}$. А *неизмѣримыя*, которыхъ частныя состоятъ изъ неизмѣримыхъ количествъ; какъ $4 : \sqrt{3}$, $\sqrt{5} : 8$. Ибо оныхъ участки $\frac{4}{\sqrt{5}}$ и $\frac{\sqrt{5}}{8}$ суть числа неизмѣримыя.

III. Всякое содержанiе не перемѣняется, когда въономъ оба члена на какое либо число умножены или раздѣлены бываютъ.

$$\begin{array}{lrl} \text{Напримѣръ содерж.} & 4: & 12 \\ \text{Умножа на} & 3 & 3 \\ \hline \text{выдетъ} & 12: & 36 = 4: 12 \end{array}$$

Понеже $\frac{12}{36} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$,

То есть 12 содержитъ $\frac{1}{3}$ числа 36ти, равно какъ 4, есть $\frac{1}{3}$ числа 12.

Или раздѣля содерж. 5 : 3 на 7, будетъ $\frac{5}{7}:\frac{3}{7} = 5: 3$. Ибо подобныя части находятся въ томъ же содержанiи, какъ ихъ цѣлыя.

Слѣдоват., ежели числомъ умножить сколько либо иныхъ чиселъ, то произведенiи пропорцiональны множимымъ числамъ. И когда сколько ни будь чиселъ раздѣлить порознь на число иное, то частныя суть пропорцiональны дѣлимымъ.

IV. Когда два или многiя прямо равныя содержанiя вмѣстѣ сложатся, тогда сумма всѣхъ переднихъ членовъ бываетъ къ суммѣ послѣднихъ въ томъ же содержанiи, какъ одинъ передней членъ къ своему послѣднему.

Напримѣръ слагая содерж. $\begin{array}{r} 2 : 6 \\ 4 : 12 \\ 3 : 9 \\ \hline \end{array}$

Ибо $\frac{9}{27} = \frac{4}{12} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. $9 : 27 = 2 : 6$ и пр. То есть во всякомъ передней есть $\frac{1}{3}$ своего послѣдняго члена. И ежели изъ содержанія, напримѣръ,

$$\begin{array}{lr} & 12 : 15 \\ \text{вычтется оному равное} & 4 : 5 \\ \hline \text{тогда будетъ} & 8 : 10 = 12 : 15 \text{ и проч.} \end{array}$$

По тому что $\frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$, т. е. каждаго частное $\frac{4}{5}$.

Слѣдовательно когда отнятыя части отъ цѣлыхъ содержатся межъ собою какъ цѣлыя, то и остатки содержаться будутъ какъ ихъ цѣлыя.

О составныхъ содержаніяхъ.

Составное содержаніе есть произведеніе двухъ или многихъ равныхъ или неравныхъ взаимно умноженныхъ содержаній, какъ умножая содержаніе 5 : 4 на 3: 8, происходитъ составное изъ двухъ данныхъ, содержаніе 15 : 32; а изъ трехъ 5: 7, 9 : 4 и 6 : 3 выдетъ 270 : 84 и проч.

Содержаніе изъ двухъ равныхъ составленное называется *удвоенное*, а изъ трехъ *утроенное* каждаго составляемыхъ содержаній.

Напримѣръ умножая равныя содержанія 4 : 6 и 2 : 3. будетъ удвоенное содержаніе 8 : 18 : сего 4 : 6 и 2 : 3. Подобно отъ умноженія между собою трехъ равныхъ содержаній 1 : 3, 2 : 6 и 3 : 9, происходитъ утроенное содержаніе 6: 162, сего 1 : 3: или 2 : 6 или 3 : 9.

$$\begin{array}{r} 4 : 6 \\ 2 : 3 \\ \hline 8 : 18 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 : 3 \\ 2 : 6 \\ 3 : 9 \\ \hline 6 : 162 \end{array}$$

V. Всякое удвоенное содержанїе равно содержанїю квадратовЪ членовЪ котораго ни будь изЪ двухЪ составляемыхЪ содержанїй.

НапримѣрЪ, содержанїи 2 : 7 и 7 : 21, между собою умноженныя доказываютЪ,

$$\begin{array}{lllll} & 2:\ 6 = 2:\ 6 & & 2:\ 6 = 7:\ 21 \\ & 7:\ 21 = 2:\ 6 & & 7:\ 21 = 7:\ 21 \\ \hline \text{удвоен.} & 14:126 = 4:36 & \text{удвоен.} & 14:126 = 49:441 \end{array}$$

Ибо $\frac{14}{126} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$. Также $\frac{14}{126} = \frac{49}{441} = \frac{1}{9}$.

VI. Всякое утроенное содержанїе равно бываетЪ содержанїю кубовЪ членовЪ каждаго изЪ трехЪ составляемыхЪ содержанїй.

Да будутЪ три равныя содержанїя 2 : 4, 3 : 6 и 4 : 8, то отЪ слѣдующаго составленїя оныхЪ явствуетЪ.

$$\begin{array}{ll} & 2:\ 4 = 2:\ 4 = 3:\ 6 = 4:\ 8 \\ & 3:\ 6 = 2:\ 4 = 3:\ 6 = 4:\ 8 \\ & 4:\ 8 = 2:\ 4 = 3:\ 6 = 4:\ 8 \\ \hline \text{утроенное} & 24:192 = 8:64 = 27:216 = 64:512 \end{array}$$

По тому что $\frac{24}{192} = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$ и проч.

Слѣдовательно квадраты бываютЪ вЪ удвоенномЪ содержанїи своихЪ радиксовЪ, а кубы вЪ утроенномЪ кубичныхЪ радиксовЪ; и обратно.

VII. Ежели многїя содержанїя равны или неравны, изЪ коихЪ перваго послѣдней членЪ равенЪ переднему другова, а сего послѣдней переднему третьяго и проч. взаимно умножатся; тогда содержанїе перваго члена кЪ послѣднему равно бываетЪ, изЪ оныхЪ составному содержанїю.

НапримѣрЪ содерж. 16 : 8, 8 : 6, 6 : 2 будучи умножены производятЪ сїе

$$\begin{array}{ll} & 16 : 8 \\ & 8 : 6 \\ & 6 : 2 \\ \hline \text{составное содержан.} & 768 : 96 = 16 : 2. \end{array}$$

Ибо раздѣля содержанїе 768 : 96 на число 8 × 6 = 48, частное будетЪ содержанїе 16 : 2.

О сравненіи содержаніевъ между собою.

Содержаніе больше другова, когда онаго частное число превосходитъ частнаго втораго содержанія. Какъ содержаніе $6 : 4 > 5 : 4$ (знакъ $>$ значитъ больше), ибо $\frac{6}{4} > \frac{5}{4}$ или $1\frac{1}{2} > 1\frac{1}{4}$. Подобно и меньшей неравности содержаніе $5 : 8 > 5 : 20$, по тому что оныхъ частное $\frac{5}{8} > \frac{5}{20}$. Такожде $6 : 9 > 4 : 15$ то есть $\frac{6}{9} > \frac{4}{15}$, понеже по приведеніи къ одинакому знаменателю, будетъ $\frac{90}{135} > \frac{36}{135}$ и проч. Напротивъ того одно содержаніе тѣмъ меньше бываетъ другова, чѣмъ онаго частное находится меньше частнаго сего содержанія, какъ содержаніе $5 : 20 < 5 : 6$ (знакъ $<$ изъявляетъ меньше), ибо частное $\frac{5}{20} < \frac{5}{6}$. Такожде и $3 : 11 < 4 : 9$, понеже оныхъ частныя $\frac{3}{11}$, $\frac{4}{9}$, приведенныя къ одинакому знаменателю показываютъ $\frac{27}{99} < \frac{44}{99}$. Подобно и большей неравности содержанія $6 : 5 <$ содерж. $: 8 : 6$, ибо частное $\frac{6}{5} < \frac{8}{6}$, то есть, $1\frac{1}{5} < 1\frac{1}{3}$.

Изъ двухъ неравныхъ чиселъ какъ 15 и 9 большее къ какому нибудь третьему напримѣръ, къ 7 ми есть въ большемъ содержаніи нежели меньшее къ томужъ, то есть, $15 : 7 > 9 : 7$; ибо $\frac{15}{7} > \frac{9}{7}$. Или полагая третіе 18 будетъ $15 : 18 > 9 : 18$, понеже $\frac{15}{18} > \frac{9}{18}$ то есть, $15 > 9$.

Задача. Два корабля плыли равномѣрно, одинъ въ 5 часовъ перешелъ 7 миль, а другой въ 8 часовъ 11 миль; (н. з.) которой изъ нихъ скорѣе плылъ, то есть которой большую скорость въ ходу имѣлъ?

Рѣш.

Рѣш. Понеже скорости имѣются въ такомъ содержанїи, въ какомъ разстоянїи раздѣленныя на ихъ времена: того ради скорость перваго корабля къ скорости втораго есть въ содержанїи какъ $\frac{7}{5}:\frac{11}{8}$ то есть $\frac{56}{40}:\frac{55}{40}$; или $56:55$. Слѣдовательно первой плылъ скорѣе другова корабля.

ОТДѢЛЪ II.

о свойствахъ вычетной и участной пропорцїи.

Пропорцїя есть равенство или сходство двухъ равныхъ содержанїй.

Положенїе I. Всякой вычетной пропорцїи, какъ $9 . 5 : 12 . 8$, сумма крайнихъ членовъ равна суммѣ среднихъ, то есть $9+8=5+12=17$.

Изъ того явствуетъ 1 е. Даннымъ тремъ числамъ находится четвертое вычетное пропорцїональное, вычитая изъ суммы среднихъ первое число. Ибо $5+12=17$, а изъ $17-9=8$. 2 е. Въ непрерывной вычетной пропорцїи какъ $\div 4, 6, 8$, сумма крайнихъ чиселъ всегда вдвое больше средняго, то есть, $4+8=6+6=6\times2=12$ ти. 3 е. Полусумма какихъ либо двухъ чиселъ равна между оныхъ среднему пропорцїональному числу.

II. Во всякой участной пропорцїи произведенїе изъ крайнихъ равно бываетъ произведенїю изъ среднихъ членовъ.

Напримѣръ въ пропорцїи $3:4::9:12$, явно видно, что $12\times3=9\times4=36$.

Примѣч. Сумма крайнихъ чиселъ всегда бываетъ больше суммы среднихъ; ибо $3+12>4+9$, то есть $15>13$.

III. Въ непрерывной пропорцїи произведенїе крайнихъ равно квадрату средняго или средняго пропорцїональнаго члена.

Да будетЪ пропорція $\div$ 8, 16, 32, которая будучи изображена прерывною такЪ, $8:16::16:32$, изЪявляетЪ, что $8 \times 32 = 16 \times 16 = 256$.

IV. Ежели 4 числа такЪ поставлены, что произведеніе изЪ среднихЪ равно произведенію изЪ крайнихЪ: тогда оныя числа пропорціональны.

КакЪ числа 5, 8, 10, 16, коихЪ $5 \times 16 = 8 \times 10$ дѣлаютЪ пропорцію $5:8::10:16$. А изЪ трехЪ количествЪ, ежели произведеніе крайнихЪ равно квадрату средняго, тогда оныя будутЪ вЪ непрерывной пропорціи. НапримѣрЪ числа 6, 18, 54, гдѣ $6 \times 54 = 18 \times 18 = 324$, составляютЪ пропорцію $\div$ 6, 18, 54.

Ежели какое либо число, какЪ 12, раздѣлится на нѣкоторыя два порознь 3 и 8, то будутЪ частныя $\frac{12}{3}$ и $\frac{12}{8}$ вЪ обращенной пропорціи дѣлителей 3 и 8, то есть $\frac{12}{8} : \frac{12}{3} = 8:3$. Ибо $\frac{12}{8} \times 3 = \frac{12}{3} \times 8$. Слѣдовательно, доли одинакихЪ числителей пропорціональны своимЪ знаменателямЪ.

V. Какія нибудь два содержанія, то есть равныя или неравныя вЪ строку поставленныя, бываютЪ вЪ сей пропорціи, первое ко второму, какЪ произведеніе крайнихЪ кЪ произведенію среднихЪ чиселЪ.

НапримѣрЪ вЪ содержаніяхЪ $2:3$, $5:8$ произведеніе крайнихЪ $2 \times 8 = 16$, среднихЪ $3 \times 5 = 15$, а содержаніе между собою какЪ $\frac{2}{3} : \frac{5}{8}$. Того ради будетЪ $16:15 = \frac{2}{3} : \frac{5}{8}$; понеже вЪ первомЪ содержаніи числа 2, 5 на 8 и 3 умножены, а вЪ другомЪ на оныяжЪ раздѣлены, при томЪ же $16 \times \frac{5}{8} = \times \frac{2}{3} = 10$.

Задача 1). По даннымЪ tremЪ числамЪ 5, 9, 12, найти четвертое пропорціональное.

Рѣш. По свойству пропорціи произведеніе изЪ крайнихЪ равно произведенію изЪ среднихЪ; того ради для сысканія четвертаго числа надлежитЪ

вто-