

**Р. Аллен**

# **Математическая экономия**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 51  
ББК 22.1  
P11

P11 **Р. Аллен**  
Математическая экономия / Р. Аллен – М.: Книга по Требованию, 2024. – 668 с.

**ISBN 978-5-458-34620-7**

Книга известного английского экономиста охватывает все основные области приложения математики к анализу экономики. В книге излагаются вопросы анализа системы межотраслевых связей, применения линейного программирования для решения экономических и производственных задач, математические методы исследования спроса и предложения, распределения ресурсов, теории игр, перехода от микроанализа к макроэкономике и т. д. Рассматриваемые в книге эконометрические модели основаны на принципах вульгарной буржуазной политэкономии. Однако методика использования математического анализа в экономике представляет определенный интерес для советского читателя. Книга рассчитана на практиков—экономистов, плановиков, статистиков — и работников научно-исследовательских институтов.

**ISBN 978-5-458-34620-7**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2024  
© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



книге Р. Аллен, линейное программирование имеет очевидное и непосредственное отношение к экономике социализма и к планированию коллективистского хозяйства» (стр. 469). Это он повторяет и по отношению к другим математическим разделам: «...система межотраслевых связей, предложенная Леонтьевым, наилучшим образом применима к народному хозяйству в целом и к проблемам широкого масштаба, например к мероприятиям, проводимым правительством» (стр. 512), и т. д.

Предлагаемая советскому читателю книга «Математическая экономия» представляет собой сводку и педагогическое обобщение большого зарубежного опыта разнообразных применений современной математики в экономике. Автор ее, Рой Аллен (Roy George Douglas Allen), является одним из виднейших современных английских статистиков-математиков и экономистов-математиков.

Научная и научно-педагогическая деятельность Р. Аллена связана с Лондонским университетом и с Лондонской школой экономических и политических знаний, находящейся в составе последнего. С 1944 г. Аллен является профессором экономической статистики этого университета. Вместе с тем он читает курс математической экономии в некоторых провинциальных университетах, консультировал и занимал руководящие посты в центральных статистических учреждениях Англии, а во время второй мировой войны был представителем Англии в руководстве статистическими исследованиями в объединенном министерстве производства и ресурсов в Вашингтоне. Аллен является членом Совета Королевского статистического, Королевского экономического и эконометрического обществ, Международного статистического института и многих других научных обществ и учреждений.

В 1938 г. Аллен выпустил учебник математики для экономистов («Mathematical Analysis for Economists»). Эта книга, написанная очень доходчивым языком, на хорошем математическом уровне, вся пронизанная экономическими иллюстрациями, была очень положительно встречена научными буржуазными кругами. Она неоднократно переиздавалась и была переведена на ряд языков. В 1956 г. Аллен выпустил новую работу — курс «Математической экономии». В 1957 г. издано стереотипное повторение этого курса, а в 1959 г. вышло второе, переработанное издание — успех для Англии немалый. В 1960 г. оно было повторено.

Книга «Математическая экономия» не есть учебник математики. Автор излагает в ней проблемы, интересующие экономистов, он рассматривает ее как экономический текст в математических выражениях. Однако книга Аллена также не есть курс или систематическое изложение какой-либо экономической теории, а представляет учебник по новой гибридной дисциплине, четко выявившейся за рубежом в течение последних двух десятилетий на стыке математики и экономической науки. Она в систематизированной форме описывает и исследует методы, применяемые для математического оформления разнообразных экономических проблем как общетеоретического, так и частнохозяйственного порядка, с целью последующего решения построенных математических соотношений и нахождения количественного ответа.

Аллен — буржуазный экономист. Его теоретические концепции ярко отражены в упомянутом выше учебнике «математики для экономистов», в котором автор дает экономическую интерпретацию основных математических понятий, приемов и задач в духе англо-американской экономической школы.

Но математика сама по себе не может обосновать какую-либо теоретическую концепцию, и Аллен это понимает, когда говорит (стр. 19), что математика просто ведет от предпосылок к выводам и что последние будут верны, если предпосылки правильны, правильность же выводов проверяется согласием их с действительно наблюдаемыми явлениями. Но сами предпосылки или система исходных положений, аксиом должны быть сформулированы *извне*. Они должны вытекать из содержания исследуемого предмета, т. е. в данном случае из области экономики. Поэтому острое критики математико-экономических

построений должно быть направлено на анализ правомерности предпосылок, кладущихся в их основание, на экономическую интерпретацию получаемых каждый раз математических решений и соответствие их фактам экономической действительности и марксистскому учению.

В отдельных случаях сам автор критически относится к исходным положениям рассматриваемых им построений. Так, разбирая весьма спорную концепцию известного эконометрика Робертсона о возможности измерения полезности, если даны две аксиомы, Аллен иронически замечает, что «позиция Робертсона может быть защитима только при слепом доверии к нему» (стр. 556). Аллен не считает обязательным принимать основную гипотезу теории предельной полезности о том, что «решения потребителей совместны с принципом максимизации ожидаемой полезности». Он полагает, что можно придумать более фундаментальную систему аксиом, дающую в результате то же математическое решение (стр. 558). Но все же концепции и модели, рассматриваемые в «Математической экономике», принадлежат буржуазным экономистам, прежде всего Кейнсу и кейнсианцам, и, следовательно, Аллен выступает в этой книге как проводник теоретических взглядов Кейнса. Теория Кейнса неоднократно критически разбиралась и доказана ее теоретическая несостоятельность<sup>1</sup>. Поэтому здесь нам достаточно ограничиться немногим.

Краеугольным камнем теории Кейнса является движение народного дохода (определяемого по конечному использованию) и тесно связанного с доходом объема занятости. Обе эти категории рассматриваются как зависимые регулируемые величины. Математические модели кейнсианцев строятся на основе вводимых в экономический анализ предельных категорий: «предельная склонность к потреблению», «побуждение к инвестированию», «предпочтение ликвидности», «предельная эффективность капитала» и связанные с ними понятия мультипликатора и акселератора. Некоторые из них представляют модифицированные варианты прежних «классических» категорий психологического характера.

Аллен рассматривает ряд математических моделей теорий экономического цикла, принадлежащих различным буржуазным исследователям кейнсианского толка. Но вместо анализа кругооборота капитала и соотношений отдельных его частей, блестяще проведенного К. Марксом, авторы этих моделей исследуют уравнения обмена и рыночного равновесия и оперируют отдельными компонентами народного дохода — совокупностью доходов, совокупностью расходов на потребление, совокупностью сбережений, совокупными инвестициями, — устанавливая зависимость между этими категориями в форме уравнений. Но эти уравнения не дают возможности глубоко проникнуть в экономические процессы и неправильны по существу, ибо отдельные переменные в этих уравнениях представляют соединение разнородных элементов. Сумма доходов, например, объединяет и зарплату рабочих, и прибыль предпринимателей, и доходы прочего населения. Между тем заработная плата и прибыль антагонистичны по своей природе и ведут себя по-разному и в процессе производства и в процессе потребления, прочие же формы дохода (от услуг), как известно, вообще не создаются в процессе производства, а выплачиваются из создаваемой в последнем прибавочной стоимости. Из анализа Маркса вытекает, что исходной точкой экономического процесса является не получение дохода и вытекающие из него сбережения, а кругооборот капитала, который в капиталистическом обществе есть начало всех форм дохода. Чем больше капитала вовлечено в оборот, тем большая сумма переходит в форму товаров, необходимых для производства, тем большая сумма зарплаты будет выплачена.

---

<sup>1</sup> Из последних работ укажем две: 1) Джон Итон, «Маркс против Кейнса», М., 1958, и 2) содержательная, вступительная статья Л. Б. Альтера к книге Э. Хансена «Экономические циклы и национальный доход», М., 1959. Обе книги выпущены Издательством иностранной литературы.

В модели Кейнса народный доход распадается на две части: потребление и сбережения ( $Y = C + S$ ), а сбережения  $S$  он приравнивает (в условиях равновесия) к капиталовложениям. Последние являются независимой переменной, воздействующей через мультипликатор снова на народный доход и регулирующей весь народнохозяйственный процесс. Однако равенство фактических сбережений и капиталовложений, а равно и другие принимаемые в рассматриваемых моделях гипотезы — равенство продукции и дохода, равенство спроса на предметы потребления и объема их производства — вообще говоря, не реализуются в капиталистическом хозяйстве, а эти предпосылки являются краеугольным камнем многих моделей, начиная с простейшей. Для Кейнса суммы доходов и расходов неизбежно уравниваются, и это отражено в моделях. Но уравнивание может происходить и происходит на разном уровне деловой активности, например низкая склонность к потреблению может не покрываться более высоким побуждением к инвестированию и обратно. И тогда уравнивание наступит после и в результате значительных экономических потрясений и кризиса.

Сам отбор переменных, включаемых в модель, зависит от исходных предпосылок. Например, математическое выражение модели, определяющей объем капиталовложений, основывается на том теоретическом положении, что этот объем является функцией предельной эффективности капитала.

Другой пример. Уровень процента, по Кейнсу, зависит от двух факторов: от «предпочтения ликвидности» и от количества денег в обращении. Процент изменяется в прямом отношении к степени «предпочтения ликвидности» и в обратном — к количеству денег. В соответствии с этим и строится математическая модель (см. 2.2 и след. разделы этой главы): вся денежная масса  $M$  делится на две части:  $T(Y)$  — деньги, обслуживающие сделки капиталистических предприятий, где  $Y$  есть объем дохода или выпуска продукции, и вторую часть — деньги, обслуживающие спрос в сфере биржевой спекуляции. Последняя величина равна  $A(i)$  и зависит, следовательно, от ссудного процента  $i$ . Увеличение  $A$  создает возможность роста кредитования биржевых сделок, увеличивает спрос на ценные бумаги и тем самым повышает их курс. Курс же ценных бумаг изменяется в обратном отношении к ссудному проценту. Поэтому рост  $A(i)$  влечет за собой снижение процента, и величина  $i$  определена, когда даны  $Y$  и  $M$ . Это выражается уравнением (3) раздела 2.2. Однако это уравнение и, следовательно, выведенная зависимость не могут иметь места, ибо неверна исходная предпосылка Кейнса, положенная в основу модели.

Для того чтобы критически разобрать все модели, представленные Алленом в его книге, и выявить экономически несостоятельные и не соответствующие марксистскому учению, вероятно, понадобился бы целый том. Однако этого вовсе не требуется. Предлагаемый труд очень полезен для ознакомления не с буржуазными экономическими теориями, а с *методикой математического оформления* различных экономических гипотез, моделирования экономических процессов и с вытекающими из них математическими решениями.

В Программе КПСС записано: «Достижение в интересах общества наибольших результатов при наименьших затратах — таков непреложный закон хозяйственного строительства». Выполнение же этого требует построения математических моделей оптимального развития народного хозяйства и его отдельных отраслей, разработки методов получения их математических решений. Из книги Аллена советский исследователь сможет увидеть, как модифицируется математическое построение, какие изменения надо внести в форму и тип зависимости, когда изменяются исходные предпосылки, направленность задачи, характер протекания процесса, и он может использовать все это при построении моделей социалистического хозяйства уже при предпосылках, свойственных последнему. Нас не должно смущать возможное в ряде случаев внешнее сходство математических построений экономики социалистического хозяйства и буржуазной политической экономии, которое вызывается только общностью математического решения многих экстремальных задач. Ведь

одни и те же уравнения математической физики также описывают физические явления разной природы или допускают различную физическую интерпретацию.

\* \* \*

Надо еще остановиться на характере изложения Алленом математических частей книги. Математик *par excellence* (чистый математик) мог бы во многом упрекнуть автора с точки зрения математической строгости и последовательности изложения и нашел бы ряд погрешностей в этом отношении. Аллен иногда оперирует понятиями до того, как дается их строгое определение (например, понятиями линейной зависимости и независимости). Некоторые положения он приводит без доказательства или сначала применяет эти положения, а доказательства приводит в другом месте. Сами доказательства им не всегда строго формулируются. С точки зрения математика автор иногда излишне многословен, несколько раз повторяя одну и ту же мысль, возвращается к ней в разных местах.

Однако критика в этом направлении была бы мимо цели. Особенности построения и изложения предлагаемой книги, могущие на первый взгляд вызвать упреки придирчивого математика, во многих случаях свидетельствуют на самом деле о большом педагогическом опыте и такте автора. Ведь книга Аллена есть учебник «математической экономики», предназначенный для студентов-экономистов английских вузов<sup>1</sup>. Математическая подготовка этих студентов, конечно, не столь глубока, чтобы воспринимать абстрактное и лаконичное, хотя бы весьма стройное и логически безупречное математическое изложение. Нужно к тому же отметить, что математический аппарат, который предлагает Аллен для экономических исследований, чрезвычайно широк и разносторонен. Поэтому изложение математических построений нужно по возможности приспособлять к уровню математической подготовки читателя, постепенно вводя его в круг абстрактных идей и понятий, предварительно или параллельно конкретизируя и иллюстрируя формулируемые определения и положения геометрическими интерпретациями, графическими представлениями, примерами из области экономики.

Совершенная строгость и точность математических формулировок на начальной стадии развития математического мышления у экономиста не только не обязательна, но иногда даже вредна, ибо может заслонить от него экономическую сущность и пути применения предлагаемых методов. Книга Аллена должна прежде всего в максимально доходчивой форме научить экономиста представлять себе математическое оформление интересующих его экономических проблем и показать, как в результате решения построенных уравнений могут быть получены количественные экономические закономерности. И он достигает своей цели иногда за счет нестрогости доказательства или замены последнего геометрической интерпретацией или графической иллюстрацией. Некоторые вопросы (например, доказательство существования решений для рассматриваемых им видов уравнений) автор оставляет совершенно в стороне (стр. 141 и др.). Мы, как правило, не указывали и не подчеркивали в соответствующих местах текста эту нестрогость формулировок и упрощенность доказательств. В тех случаях, когда изложение в оригинале против обыкновения было недостаточно подробно, мы в сносках давали пояснения, элементарные для математика, но необходимые, по нашему мнению, для читателя-экономиста.

Само изложение математических разделов книги разворачивается Алленом часто не в математико-логической последовательности, а в непосредственной связи с постановкой экономических проблем. Автор сам говорит об этом во

---

<sup>1</sup> По сообщению проф. Бирмингемского университета А. М. Байкова, курс математической экономики читается на втором курсе экономического факультета этого университета, и студенты-экономисты сдают зачет по этой дисциплине в объеме настоящей книги Аллена.

введении (стр. 17). В отдельных случаях мы обращаем (в сносках) внимание читателя на тесную связь формулировок и операций автора с определениями и доказательствами, приводимыми только в дальнейшем тексте.

Перевод книги сделан со 2-го, переработанного издания, однако с двумя купюрами. Во-первых, мы выпустили из математической части главу о комплексных числах. Поэтому русский перевод Аллена содержит 19 глав вместо 20 глав английского текста. Изложение этой главы в оригинале многословно, автор приводит в ней много материала, ненужного для понимания дальнейших математических построений. В СССР комплексные числа и действия над ними входят в программу полной средней школы. Для тех же читателей, которые нуждаются в восстановлении в памяти и некотором расширении этого раздела школьной математики, мы даем приложение Б к книге, написанное автором настоящей статьи, в которой приводятся краткие элементарные сведения о комплексных числах и операциях над ними в объеме, достаточном для понимания остальных глав.

Во-вторых, мы выпустили из приложений к книге два последних раздела приложения А и полностью приложение Б («Алгебра множеств, групп и векторных пространств»). Выпущенный текст отсутствовал в первом, но добавлен Алленом во втором издании. Он представляет изложение абстрактных разделов современной высшей алгебры и по своему содержанию мало связан с основной частью книги.

Перевод математико-экономических терминов представлял известные трудности, ибо нет прочно установленной русской математико-экономической терминологии. Бурное развитие применения математических методов в экономике и планировании за последние десятилетия вызвало к жизни большое количество новых понятий, введение которых далеко не всегда считалось с обычным словоупотреблением, с ассоциациями, связанными с вводимыми терминами, с необходимостью как можно точнее передать смысловой оттенок и даже с грамматикой русского языка. Поэтому в научный обиход проникли и неудачные термины, например равновесные цены, располагаемые ресурсы и т. п., вместо более удовлетворительных, принятых в данном переводе: цены равновесия, имеющиеся в распоряжении ресурсы или наличные ресурсы. Иногда, вместо того чтобы подыскать для нового математико-экономического понятия надлежащий русский термин, пишут просто соответствующее иностранное (английское) слово русскими буквами. В результате получают такие термины, как «бихевиористические отношения» или «бихевиористическая функция» (behavior function — функция поведения), статистическое тестирование (statistical testing — статистическая проверка), инверсионная матрица, которые режут слух русского читателя и менее понятны ему, чем соответствующие английские словосочетания. Мы решительно отказались во всех подобных случаях от русифицирования английских слов и выбирали при переводе по возможности подходящее русское словосочетание.

Английский термин «aggregation» понимается очень широко, именно как всякое соединение отдельных элементов и деталей групп в более обширные подразделения. Перевод этого понятия на русский язык англизированным термином «агрегирование», как это часто встречается, имеет, быть может, основание, когда речь идет об объединении разнородных элементов или частей (агрегатов). Для тех же случаев (а их большинство), когда «aggregation» относится к процессу объединения отдельных элементов и деталей групп, однородных по какому-либо признаку или признакам, в более крупные сводные деления, в русском языке существует слово «укрупнение», адекватно характеризующее этот процесс. Поэтому в указанных случаях мы оставили именно его в качестве точного перевода английского «aggregation». К этому нас побудило еще и то обстоятельство, что обратный процесс — переход от обширных групп к более детальным — будет при нашей терминологии характеризоваться словом «разукрупнение», уже издавна вошедшим в научный и литературный лексикон, в то время как «дезагрегирование» (desaggre-

gation) звучало бы совсем непривычно и неблагозвучно для русского читателя.

Английское сочетание двух существительных, из которых первое является определением второго (budget line, function, equation; equilibrium price, position; problem solution и т. д.), не всегда можно и не всегда правильно передавать прилагательным с существительным; в ряде случаев это звучит непривычно и часто двусмысленно. Поэтому мы подобные английские словосочетания передавали на русский язык большей частью также двумя существительными, из которых второе играет роль прилагательного, например «положение равновесия», «решение игры» (а не «равновесное положение», «игровое решение»).

Некоторые математико-экономические понятия обозначаются в русском языке несколькими терминами или словосочетаниями, и возникал вопрос, какое из них выбрать для перевода соответствующего английского выражения. Так, новая переменная, вводимая в симплексном методе (slack, dummy variable), в русском языке называется вспомогательной, свободной, фиктивной, ослабляющей, искусственной, дополнительной, избыточной, скользящей переменной, псевдопеременной. Autonomous investment, autonomous expenditure, induced investment могут быть переданы на русском языке чуть ли не десятком различных терминов, и принятый нами перевод — независимые капиталовложения и индуцированные капиталовложения — не является единственно возможным выходом. Множественность односмысловых терминов-синонимов, конечно, затрудняет чтение математико-экономической литературы, а в дальнейшем грозит стать серьезным тормозом для исследовательской работы. Поэтому мы стремились при переводе настоящей книги, подытоживающей главнейшие направления применения математических методов в экономике за рубежом, тщательно взвешивать различные возможности русского перевода, учитывая не только распространенность того или другого варианта, но и точность, однозначность смыслового содержания, правильность лингвистического образования, соответствие русским грамматическим формам, привычным ассоциациям и т. д.

Настоящий перевод является, конечно, лишь начальным вкладом в установление единой общепринятой математико-экономической терминологии, создание которой может быть лишь результатом совместной длительной научной кооперации математиков, экономистов, статистиков и лингвистов. Чтобы облегчить улучшение этой терминологии в дальнейшем, мы в предметном указателе наряду с русскими даем и английские выражения.

Все примечания редакции принадлежат нижеподписавшемуся. Ряд замеченных опечаток и прямых погрешностей в математических формулах, выкладках, в ответах и указаниях к задачам и упражнениям были исправлены нами без оговорок в каждом отдельном случае. Число ответов и указаний к решению задач нами несколько увеличено в переводе, а сами указания расширены по сравнению с оригиналом. Работы, цитируемые Алленом и поставленные в переводе в квадратные скобки [ ], приведены в библиографии к соответствующей главе в конце книги.

*Альб. Л. Вайнштейн*

## ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Эта книга появилась на основе трех направлений развития экономической мысли. Когда в начале 30-х годов я впервые заинтересовался математической экономией, мне представлялось, что главное — это ознакомить читателя с основами математического анализа. Для этой цели я в 1938 г. написал учебник «Математический анализ для экономистов» («Mathematical Analysis for Economists»). Я не решился ввести в него высшую алгебру и не использовал аппарат комплексных переменных. Я считал, что такого рода разделы должны быть написаны теми, кто специально применяет их в экономических исследованиях. Но впоследствии во многих разделах математической экономики стали широко применяться матричная алгебра, векторный анализ, комплексные переменные, операторы и тому подобные математические методы. Между тем пригодного для экономистов учебника по высшей алгебре и операторным методам, с моей точки зрения, не было.

Второе направление развития экономической науки за последние 20 лет — рост эконометрии. Он происходил столь быстро, что, по моему мнению, возникла некоторая опасность серьезного отставания в развитии необходимой экономической теории; последняя должна формулироваться так, чтобы она имела эконометрический смысл и для статистика. Такого рода формулировки экономической теории должны были иметь максимально простую математическую форму.

Наконец, изменение направления экономической мысли за последние 20 лет породило и серьезные сдвиги в соотношении различных частей экономической теории. Частично, но отнюдь не полностью, это — результат работ Кейнса. Я полагаю, что теперь возникла действительная необходимость в некоем синтезе «новых» направлений в экономике — беспристрастном рассмотрении объема и форм экономической теории.

Эти соображения и привели меня к выводу, что самое лучшее — написать совершенно новый учебник по экономической теории в ее математической форме, а не расширять мою книгу 1938 г. Настоящая книга не является ни учебником математики для экономиста, ни учебником эконометрии. Ее цель заключается в достаточно систематическом изложении некоторых наиболее важных и простых разделов математической экономики. Главная трудность состояла в выборе наиболее важного из широкого круга экономических проблем — в том, чтобы сделать книгу достаточно современной и в то же время сохранить умеренный объем ее. Я думаю, что книга была бы слишком большой, даже если бы я включил в нее лишь то, что представляет особый интерес лично для меня. И я могу лишь принести извинения антологу всем, кто интересуется иными темами или другими методами подхода к проблемам математической экономики.

Я уверен, что книга получилась бы совершенно иной, если бы я писал ее пять лет назад. И я не могу предсказать, сколь долго она будет, хотя бы приблизительно, отвечать современным требованиям. Мне кажется, однако, что многие методы, которые я пытаюсь описать, не потеряют своего значения и в ближайшем будущем. Эти методы сейчас еще относительно новы, и нужно время для того, чтобы они сформировались окончательно и были органи-

чески впаяны в общее содержание экономической теории. Более того, мой основной принцип заключался в том, чтобы от начала и до конца оставаться как можно ближе к реальным экономическим проблемам. Я стремился только упростить их в такой мере, в какой экономист может это сделать, и облечь их в математическую форму не более чем средней трудности. Я надеюсь, что такой подход будет отвечать запросам многих экономистов в настоящее время и в будущем.

Я не мог бы написать такого рода книгу без помощи столь большого числа моих коллег, что лишь части из них я в состоянии выразить здесь признательность. Я благодарен за постоянную помощь и советы в особенности проф. Лионелю Роббинсу, проф. Джеймсу Миду, м-ру Дэвису Ноксу, м-ру Ральфу Тёрви. М-р В. М. Горман и д-р Ф. Х. Ган из Бирмингемского университета любезно согласились прочесть всю рукопись. Они сознавали необходимость такого рода книги и вполне могли бы сами ее написать. И тем не менее они остались в стороне и позволили мне быть единственным автором. Кроме того, я признателен д-ру Е. Мейкоуэр, д-ру Дж. Мортону и д-ру А. В. Филлипсу. Читатель это поймет, когда прочтет середину и конец книги.

*Р. Дж. Д. Аллен*

Лондонская экономическая школа

## ПРЕДИСЛОВИЕ К О ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Я рад представившемуся случаю внести некоторые изменения в книгу. Во-первых, я исправил ошибки и опечатки, которых, быть может, слишком много было пропущено мной при правке корректуры первого издания. Во-вторых, я сделал многочисленные изменения в терминологии и в изложении текста. Я надеюсь, что это сделает аргументацию более четкой и ясной. В-третьих, я включил дополнительные ссылки на литературу, главным образом на книги и статьи, появившиеся после 1956 г. В течение 1957 и 1958 гг. появилось около полдюжины выдающихся работ: Гольдберг, «Введение в конечно-разностные уравнения» (1958); Мердок, «Линейная алгебра для студентов последнего курса» (1957); Кемени, Снелл и Томпсон, «Введение в конечную математику» (1957); Тролл и Торнхейм, «Векторные пространства и матрицы» (1957); Льюс и Райфа, «Игры и решения» (1957)<sup>1</sup>; Дорфман, Самуэльсон и Солоу, «Линейное программирование и экономический анализ» (1958).

Ни одну из этих работ с математической точки зрения нельзя назвать очень простой, они являются книгами либо средней трудности, либо же рассчитаны на высококвалифицированного читателя. И тем не менее знакомство со всеми ними необходимо для квалифицированного специалиста по математической экономике.

Наконец, я полностью переработал некоторые важнейшие разделы: 1.9 и 4.8 — о запаздываниях в динамических моделях; 2.3, 9.3, 16.1 и 16.9 — об общем экономическом равновесии и 15.2 — о двойственной задаче линейного программирования. Значительная часть глав о векторах и матрицах была коренным образом переделана.

Я расширил приложение А о «практической» математике операторов и линейных систем.

Я выражаю благодарность ряду читателей, приславших письменные пожелания. Я особенно признателен за предложения, сделанные Свенем Данё из Копенгагенского университета; Люсьеном Фолдсом из Лондонской экономической школы; Морисом Мак-Манусом из Бирмингемского университета и Школы руководителей предприятий в Миннесоте; Петером Ньюмэном из Вест-Индского университетского колледжа и Чиро Тогнетти из Центра экономических и эконометрических исследований в Генуе.

*Р. Аллен*

Калифорнийский университет,  
Беркли, январь 1959 г.

<sup>1</sup> См. Льюс и Райфа, Игры и решения, Издательство иностранной литературы, М., 1961.

