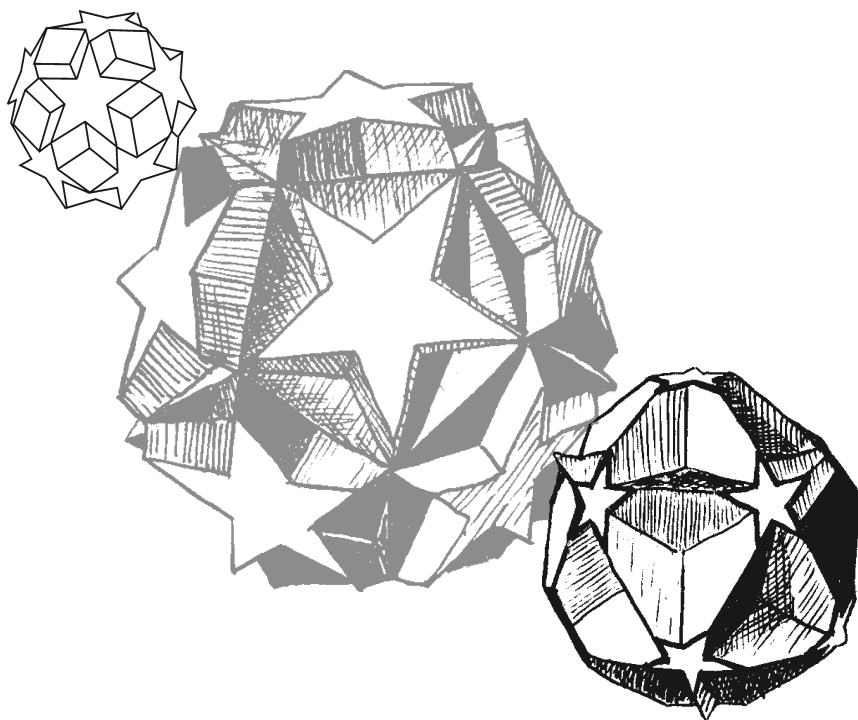


В.В. ГОНЧАР, Д.Р. ГОНЧАР

МОДЕЛИ МНОГОГРАННИКОВ



Москва
Школьные технологии
2019

УДК 746
ББК 37.248
КТК 510
Г65

Гончар В.В., Гончар Д.Р.

Г65 Модели многогранников / В.В. Гончар, Д.Р. Гончар. Изд-е 4-е, доп. и испр. — М.: Школьные технологии, 2019 — 144 с.

ISBN 978-5-521-76479-2

Пособие содержит выкройки для изготовления бумажных моделей многогранников: всех платоновых и архимедовых тел, ряда звёздчатых многогранников и природных кристаллов, а также пояснения и советы делающему.

Расположение моделей построено по принципу от простого к сложному. Приведены отдельные примеры украшения граней, а также игры в готовые модели.

Большинство моделей доступно для изготовления отдельными учащимися, начиная со 2-го класса начальной школы. Заключительная модель (в силу большей трудоёмкости) больше подойдёт для коллективной работы и для особо настойчивых и трудолюбивых читателей.

Достижение на занятиях по бумажному моделированию интересной цели в обозримое для ребёнка время способствуют воспитанию у детей самостоятельности, привычки доводить дело до завершения, а также точности и прилежности в деятельности.

Учебное пособие предназначено для работы в рамках курса технологии в начальной школе, кружковой работе (в том числе по математике), а также для занятий в кругу семьи.

УДК 746
ББК 37.248

ISBN 978-5-521-76479-2

© Гончар В.В., Гончар Д.Р., 2019
© Школьные технологии, 2019

ПРЕДИСЛОВИЕ

Посвящается 

Давно замечено, что усвоение знаний, особенно у младших школьников, происходит легче, если опирается на предметную, осязаемую основу — будь то разумная игра или труд (конечно, посильный, увлекательный, безопасный), что убедительно подтвердили и исследования учёных.

При этом вечное детское желание самоутвердиться и поскорее подрасти («я сам», «я сама») перестаёт быть помехой окружающим, превращаясь в мощный двигатель обучения и самовоспитания. Неподдельная увлечённость ребёнка объясняется просто — он(а) видит посильную, достижимую за обозримое время (минуты, часы, по мере взросления — дни и недели) цель, которая интересна либо как игрушка, либо как возможность самовыражения и утверждения (например, сделанный собственными руками подарок), как деятельное познание себя и мира.

Понятно и воспитательное значение посильного и увлекательного труда — при встрече с неизбежными трудностями ребёнок ведёт себя по отношению к ним совсем по-иному, чем обычно. Ведь в данном случае цель выбрана им самим и трудности воспринимаются не досадной помехой, а препятствием к самоутверждению! И если обычные, навязанные школой или родителями сложности нередко вызывают проявления лени, а то и буйные приступы детского негодования, то сложности в посильном, самостоятельно выбранном труде (игре), наоборот, заставляют собраться, лучше продумывать свои действия, проявить терпение, сосредоточенность, выносливость, изобретательность и постоянно совершенствовать эти качества. И, что важно, критерием успешности будет не торопливая похвала спешащих по своим делам взрослых, а прежде всего, успешное завершение самого Дела, пусть пока — маленького и простого.

Поэтому народная педагогика в самых разных странах, временах и уголках мира всегда была трудовой, а не словесно-описательной. «Добродетель взращивается посредством дел, а не посредством болтовни», — писал Ян Амос Коменский в своей «Великой дидактике».

В российской, а до неё — в советской школе ручной (тем более производительный) труд оказался с середины 30-х гг. во многом на обочине

интересов школы. Он, по сути, был отнесён ко «второму сорту» и не слишком обязательному «предмету» изучения. Главным объяснением этому служило «ограждение детей от неумеренной эксплуатации» их труда и «необходимостью оставить больше времени для учёбы» (разумеется, «словесной»). А действительной, хотя и менее очевидно причиной существующего отношения к труду в школе явилось то, что производительный труд вырашивает самостоятельного, крепко стоящего на ногах в жизни человека. Такого, который способен и привык не только слушать, но и говорить, не только верить, но и проверять, не только внимать действиям других, но и по Закону спрашивать с них за свои поступки! Иными словами, в трудовой школе оказалось слишком много настоящего, причём неотъемлемого, демократизма. Наиболее ярко это показал опыт коммун А.С. Макаренко.

Поэтому любой(!) производительный труд в советской школе с середины 30-х годов был законодательно запрещён до 16 лет (даже когда в семье ученика оставался один родитель, да и тот занемог). И большинство школ бывшего СССР (в том числе российские), к сожалению, действуют по той же привычке. В нынешней школе возможное применение огромного большинства изучаемых знаний переносится на многие годы вперёд, причём вероятность применения их в жизни (подобно реакции омыления жиров) для 99% населения близка к нулю. При всей кажущейся для неспециалиста прогрессивности такого подхода в школе производительность труда крестьян и рабочих в СССР, а ныне и в России, после её окончания почему-то в разы отставала и отстаёт от западной (а ныне — и от восточной). А невостребованным нашей промышленностью теоретикам нередко остаётся мечтать преимущественно о заграничном применении своих талантов.

С другой стороны, более широко трудовые и деятельностные подходы к обучению распространены в нынешних развитых странах. К примеру, в сплошь компьютеризированной Японии обучение школьников счёту начинают не в тетрадке и тем более не на компьютере, а на восточной разновидности счёта (соробане), изучение ботаники начинают с ухода за растениями, обучение ручному труду и основам геометрии — со знакомства с оригами в детских садах и т.д.

В научной (природосообразной) педагогике (Я.А. Коменский, Дж. Локк, И. Песталотци, А. Дистервег, К.Д. Ушинский, Дж. Дьюи, А.С. Макаренко, Г. Кершенштейнер и др.) учёт существенного разнообразия природных способностей детей, опора на деятельность и краеугольная роль труда в обучении — азбучные истины. Но пока современная российская педагогика безмолвствует. А дети не могут ждать. И общество пытается восполнить прорехи трудового воспитания школы многочисленными посо-

биями для дополнительного образования, среди которых заметное место занимают книги по работе с таким доступным, технологичным и декоративным материалом, как бумага.

В данной книге авторы знакомят читателей с одним из увлекательных направлений бумажного моделирования: построением правильных, полуправильных многогранников (своего рода азбукой пространственных тел) и некоторых звёздчатых тел на их основе. Считается, что уже созерцание таких многогранников способствует гармонизации внутреннего состояния человека.

Представленные модели достаточно разнообразны по сложности, трудоёмкости, внешнему виду. По сравнению с несколько суховато изложенной и ныне редкой книгой М. Венниджера («Модели многогранников», 1974) авторы уделяют больше внимания возможностям применения многогранников в игре, украшении праздников и т.п., иными словами — зримой красоте математики. Многие выкройки многогранников улучшены (уменьшено число необходимых склеек), показано, как их удобно масштабировать. По сравнению с одноимённым изданием В.В. Гончар (1998 г.), в данную книгу добавлен ряд красивых звёздчатых тел, некоторые выкройки даны в различных видах. Всё это призвано облегчить и разнообразить изготовление многогранников и других изделий на их основе, пробудить воображение заинтересованных читателей и пригласить их к дальнейшему деятельному творчеству.

Ваши отклики и замечания вы можете направить по адресу издательства или непосредственно авторам (jorigami@yandex.ru).

Успехов вам, читатель!

Дмитрий Гончар,
К. Т. Н.

ВВЕДЕНИЕ

В данной книге представлены основные модели классических многогранников (5 правильных многогранников или платоновых тел и 13 полуправильных многогранников или архимедовых тел, все грани которых — правильные многоугольники разных типов), их звёздчатых форм и некоторых известных природных кристаллов.

С многогранниками мы постоянно встречаемся в жизни — это древние Египетские пирамиды и кубики, которыми играют дети, образы архитектуры и дизайна, природные кристаллы (например, одна из разновидностей алмаза — октаэдр), вирусы, которые можно рассмотреть только в электронный микроскоп, прочные конструкции — шестиугольные соты, которые пчёлы строили задолго до появления человека.

Мы с вами начнём знакомство с правильных плоских и пространственных фигур.

Название «правильные» идёт от античных времен, когда стремились найти гармонию, правильность, совершенство в Природе и человеке. Правильные многоугольники — это многоугольники, у которых все стороны и углы равны, правильные многогранники — это многогранники, ограниченные правильными и одинаковыми многоугольниками.

До сих пор многоугольники нередко называют в науке по-гречески с окончанием «гон»: полигон (многоугольник), пентагон — пятиугольник (таков вид сверху здания театра Российской Армии в Москве и Министерства обороны США в Вашингтоне), гексагон — шестиугольник (ячейка пчелиных сот сверху) и т.д.

Каждый из вас знаком с простейшими пространственными математическими фигурами или многогранниками. По-гречески они оканчиваются на «эдр». Тетраэдр напоминает пирамиду или треугольный пакет для молока; каждая из четырёх составляющих его плоскостей является равносторонним треугольником. Куб или гексаэдр — это известный всем с раннего детства кубик; каждая из 6-ти составляющих его граней является правильным четырёхугольником или квадратом.

А вот ещё три менее известных правильных многогранника. Из восьми равносторонних треугольников состоит октаэдр. Равносторонний пятиугольник или пентагон является основным элементом додекаэдра — многогранника, состоящего из 12 таких пятиугольников. Из 20 равносторонних треугольников состоит икосаэдр. На основе этих правильных плато-

новых тел можно составить множество красивейших многогранников — от букета альпийских фиалок и магического многогранника с предсказаниями до весёлых игрушек.

Причём многогранники можно склеить, а можно и собрать без клея.

При изготовлении многогранников лучше использовать для основных деталей плотную бумагу — ватман, открытки, тонкий картон и для дополнительных деталей, которые наклеиваются на основные детали, — тонкую цветную бумагу.

Внимание! Для возможности неоднократного использования выкроек в будущем не вырезайте их из книги, а перекалывайте выкройки или переводите их на кальку!

На листах выкроек даны все необходимые детали с указанием их количества.

На выкройках пунктиром (прерывистой линией) показаны линии сгиба, сплошной линией — линии разреза или надразов; места склеивания или закладные детали показаны светло-серым цветом.

Необходимые инструменты и материалы:

- 1) ножницы среднего размера;
- 2) мягкая кисточка средней толщины;
- 3) линейка;
- 4) булавки или канцелярское шило;
- 5) маленький нож с тупым лезвием (хорошо подойдёт пластмассовый нож для резки пластилина, уже не пишущая шариковая ручка);
- 6) простой твёрдый карандаш;
- 7) циркуль;
- 8) клей (ПВА, бустилат, или в крайнем случае мучной клейстер, но ни в коем случае не конторский силикатный или универсальный типа «Момент»).

При работе с инструментами, имеющими острые концы (ножницы, шило, циркуль, измеритель и т.д.), необходимо:

- держать их остриями от себя;
- не брать инструмент за острия;
- не отвлекаться при работе с этими инструментами;
- в перерывах класть инструменты в пенал, рабочую коробку и т.д.;
- передавать при необходимости инструменты, держа их ручкой вперёд;
- в конце работы на острие конторского шила надеть кусочек ластика (для безопасности владельца и сохранности инструмента).

Чтобы модели получились аккуратными, с чёткими гранями и чистой поверхностью, советуем действовать в следующей последовательности:

- если нужно что-то скопировать, надо переколоть точки пересечения линий при помощи шила или перевести на кальку.

Для этого под лист с выкройкой в книге кладут плотную бумагу на картон или фанерку и перекалывают точки пересечения. Затем бумагу с точками кладут рядом с выкройкой и карандашом, отмечают линии сгиба (пунктир) и линии разреза (сплошные линии);

- прочертить неострым ножом по линиям сгиба;
- вырезать деталь точно по линиям разрезов;
- согнуть бумагу по всем линиям сгиба;
- только теперь начинать склейку.

Будьте внимательны и старайтесь не спешить, и тогда вы получите красивые игрушки, сделанные своими руками.

Несколько простых правил, которые позволят успешно выполнять любую работу:

- подготовить место так, чтобы нужные инструменты были под рукой, а все посторонние предметы не отвлекали внимание;
- время от времени надо убирать скопившийся мусор, смывать с рук клей — словом, поддерживать чистоту и порядок на рабочем месте;
- никогда не следует спешить. Семь раз отмерь — один раз отрежь;
- не надо пытаться сделать всё и сразу. Усталость приводит к ошибкам;
- начинать нужно всегда с менее сложных дел. Освоение простых приёмов обязательно перед серьёзной работой;
- и, наконец, точно выполняйте указания.

Всегда помните об этих правилах, и тогда всё получится. Пробудив воображение, можно придумать множество интересных применений представленных в книге многогранников или изобрести свои модели.

Итак, дорогу осилит идущий!

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

ПЛАТОНОВЫ ТЕЛА

Из глубины веков от Платона, Архимеда и Евклида к нам пришла совершенная классическая система многогранников — правильных и полуправильных математических пространственных фигур, которые с течением тысячелетий обрастали всё новыми и новыми формулами, связывающими их внутреннее и внешнее пространство, величину углов, соотношение рёбер, вершин и граней (знаменитая формула Эйлера) и т.д. и т.п. В средние века (XII–XIV вв.) изучением многогранников занимался *Томас Бридвердайн*, ставший впоследствии епископом Кентерберийским, в XV–XVI вв. — *Иоганн Кеплер* и *Рене Декарт*, а в XIX и XX вв. — *Пойа*, *Коши*, *Гамильтон*, *Кокстер*, *Веннинджер*.

В настоящее время подтверждено неизменное количество правильных и полуправильных многогранников — их 18. Существует только 5 правильных многогранников, состоящих из одинаковых граней и имеющих одинаковые внешние и внутренние углы и одинаковые расстояния всех вершин от центра фигуры, — это так называемые Платоновы тела: *тетраэдр*, *октаэдр*, *икосаэдр*, *гексаэдр (куб)* и *додекаэдр*. Грани всех Платоновых тел — это правильные многоугольники, их только 3: правильный, т.е. равносторонний треугольник, правильный, т.е. равносторонний четырёхугольник с равными внутренними углами (или квадрат) и правильный, т.е. равносторонний пятиугольник с равными внутренними углами (или пентагон).

Тетраэдр состоит из 4-х граней — 4-х равносторонних треугольников.

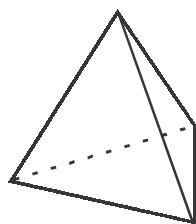
Октаэдр состоит из 8-ми граней — 8-ми равносторонних треугольников.

Икосаэдр состоит из 20 граней — 20-ти равносторонних треугольников.

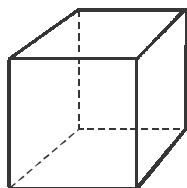
Гексаэдр состоит из 6-ти граней — 6 квадратов.

Додекаэдр состоит из 12-ти граней — 12-ти пентагонов (пятиугольников).

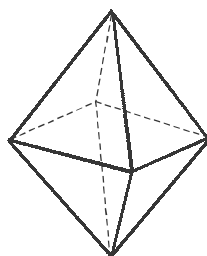
Многогранник — это часть пространства, ограниченная пересекающимися плоскостями. Линии пересечения плоскостей — это рёбра многогранника, а точки, в которых эти рёбра сходятся, — это вершины многогранника. Часть плоскости, ограниченная линиями пересечения плоскостей, — это многоугольник или грань многогранника.



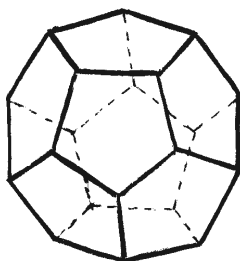
тетраэдр



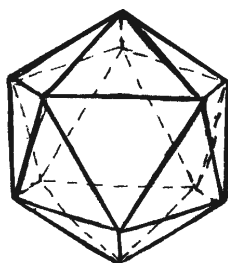
гексаэдр



октаэдр



додекаэдр



икосаэдр

Для всех многогранников характерно, что сумма углов при любой вершине не превышает и не равна 360° .

Давайте это проверим!

В каждой вершине тетраэдра сходятся три грани — значит, сумма трёх углов — $60^\circ \times 3 = 180^\circ$.

В каждой вершине октаэдра сходятся четыре грани — $60^\circ \times 4 = 240^\circ$.

В каждой вершине икосаэдра сходятся пять граней — $60^\circ \times 5 = 300^\circ$.

А что будет, если мы добавим ещё одну грань — $60^\circ \times 6 = 360^\circ$? Это значит, что многогранник исчез — все углы развернулись на плоскости в полный круг.