

М. Борн

**Лекции по атомной
механике**

Том 1

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 53
ББК 22.3
М11

М11 **М. Борн**
Лекции по атомной механике: Том 1 / М. Борн – М.: Книга по Требованию,
2018. – 315 с.

ISBN 978-5-458-33156-2

Название этих лекций, прочитанных мною в зимнем семестре 1923 — 24 г. в Геттингене, — „атомная механика” — аналогично на- званию „небесная меха-ника”. Так как она граничит с частью теоретической астрономии, предметом которой являются вычисления траекторий небесных тел с помощью механи-ческих законов, — то поэтому и слово „атомная механика” должно выражать то обстоятельство, что здесь истолковываются данные атомной физики с особенной точки зрения — с точки зрения применения принципов механики. В этом заключается разгадка того, почему в этой книге речь идет об опыте дедуктивного изложения атомной теории. Я на-деюсь рассеять существующее и по сей день мнение о незре- лости этой теории указанием, что вся суть здесь заключается в логическом эксперименте, смысл которого состоит в начерта-нии пределов сохранения принципов атомной и квантовой тео- рий, считаю-щихся действительными и сегодня. Чтобы уже в самом названии выразить эту программу, я назвал эту книгу 1-ым томом; поэтому 2-й том будет содержать высшее прибли- жение к „окончательной” атомной механике.

ISBN 978-5-458-33156-2

© Издание на русском языке, оформление

«YOYO Media», 2018

© Издание на русском языке, оцифровка,

«Книга по Требованию», 2018

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, кляксы, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ВВЕДЕНИЕ

ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

§ 1. Развитие квантовой теории осциллятора из теории излучения

Мы предполагаем *сжатое изложение физических основ математической теории атомной механики*.

Развитие этих основ имеет два источника: исследование теплового излучения, приведшего к открытию квантовых законов, и исследование *атомного и молекулярного строения*.

Среди всех проявлений атома, могущих быть обнаруженными в физических и химических свойствах тел, явления излучения отличаются тем, что они непосредственно указывают на законы и строение основных составных частей материи.

Самые универсальные законы материи выступают в таких явлениях, которые не зависят от природы тел, принимающих участие в этих явлениях.

Именно в этом заключается важность открытия Кирхгофа, показавшего, что тепловое излучение в некоторой закрытой пустоте не зависит от природы, находящейся внутри и образующей стенки субстанции.

В пустоте, заполненной равномерно тепловым излучением и находящейся в равновесии, плотность энергии, приходящейся на интервал частоты $d\nu$, равна $\rho, d\nu$, где ρ — некоторая универсальная функция ν и температуры T . С точки зрения волновой теории, равномерное макроскопическое излучение энергии понимается, как множество волн всевозможных направлений, интенсивностей, частот и фаз, находящихся в статистическом равновесии с испускающими или поглощающими свет частицами материи.

Для теоретических изысканий взаимодействия между излучением и материей по Кирхгофу действительные атомы субстанции можно заменить простыми моделями, не противоречащими, однако, ни одному из известных законов природы.

В качестве простейшей модели атома, способного испускать или поглощать свет, используется гармонический осциллятор.

Здесь движущаяся частица представляет электрон, связанный в определенном равновесном состоянии внутриатомными силами,

причина которых заключается в существовании такой же величины положительного заряда.

Это есть некоторый диполь с изменяющимся во времени моментом (длина \times заряд).

Герц показал, как, на основании уравнений Максвелла, можно вычислить излучение такого колеблющегося диполя. Еще проще получаются вычисления при возбуждении внешними электромагнитными волнами такого резонатора, который используется в классической теории дисперсии для объяснения преломления и поглощения света твердыми телами.

М. Планк произвел статистический подсчет такого взаимодействия. Он нашел, что средняя энергия \bar{W} системы резонаторов с частотой ν пропорциональна средней плотности излучения ρ_ν , причем коэффициент пропорциональности зависит только от ν , но не от T .

$$(1) \quad \rho_\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 \bar{W}.$$

Поэтому полное определение $\rho_\nu(T)$ сводится к определению средней энергии резонатора и определяется по законам обыкновенной статистики.

Пусть q — длина некоторого линейного осциллятора; тогда $p = mq$ импульс и

$$W = \frac{m}{2} \dot{q}^2 + \frac{\chi}{2} q^2 = \frac{1}{2m} \cdot p^2 + \frac{\chi}{2} q^2$$

энергия

Квази-упругая сила χ с круговой частотой и обыкновенной связана соотношением¹

$$\frac{\chi}{m} = \omega^2 = (2\pi\nu)^2.$$

При вычислении среднего значения некоторой величины, зависящей от p и q по правилу статистической механики, эта величина множится на весовой множитель $e^{-\beta W}$, где $\beta = \frac{1}{kT}$, после чего идет усреднение по всем состояниям „фазового пространства“ (p, q) . Таким образом в нашем случае средняя энергия

$$\bar{W} = \frac{\iint W e^{-\beta W} dp dq}{\iint e^{-\beta W} dp dq}.$$

На основании этого можно, очевидно, написать

$$\bar{W} = -\frac{\partial}{\partial \beta} \log Z,$$

где

$$Z = \iint e^{-\beta W} dp dq.$$

¹ В дальнейшем мы будем обозначать всегда через ω число колебаний или оборотов системы за 2π сек. (циклическая частота), а через ν число их за 1 секунду (частота).

Это есть так называемый интеграл состояния.
Вычисление Z дает

$$Z = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\beta}{2m} p^2} dp \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\beta}{2} q^2} dq.$$

Известно, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}.$$

Следовательно

$$Z = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\beta}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} = \frac{1}{\sqrt{\beta}}.$$

Таким образом

$$(2) \quad \bar{W} = \frac{1}{\beta} = kT.$$

Это приводит к следующей формуле плотности излучения:

$$(3) \quad \rho_v = \frac{8\pi}{c^3} v^2 kT.$$

Мы получили так называемый **закон Релея-Джинса**. Он противоречит не только простым данным опыта, показывающим, что интенсивность не растет все время с частотой, но и приводит к невозможному следствию бесконечности общей плотности

$$\int_0^{\infty} \rho_v dv.$$

Формула (3) имеет силу лишь в предельном случае для малых v (длинных волн). В. Вин установил закон, правильно отражающий падение интенсивности в случае высоких частот. Планк остроумной интерполяцией нашел формулу (вскоре после этого обосновав ее теоретически), выражющую в предельном случае эти два закона. Формула следующая:

$$(4) \quad \rho_v = \frac{8\pi v^3}{c^3} \frac{hv}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1},$$

где h новая натуральная постоянная, так называемая **постоянная Планка**. Так как она стоит в центре всей квантовой теории, то мы дадим ее численное значение, а именно она равна

$$h = 6,54 \cdot 10^{-27} \text{ эрг. сек.}$$

Этому закону излучения, как показывают выражения (4) и (1), соответствует энергия резонаторов:

$$(5) \quad \bar{W} = \frac{hv}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1}.$$

Чтобы вывести теоретически эту формулу, необходим полнейший отказ от принципов классической механики.

М. Планк заметил, что к цели приводит следующее высказанное им предположение:

Энергия резонаторов должна выражаться не любыми значениями, но лишь такими, которые суть целые кратные числа некоторого элемента энергии W_0 .

Интеграл состояния по гипотезе Планка заменяется суммой

$$(6) \quad Z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{nW_0}{kT}}.$$

Суммирование этого геометрического ряда дает

$$Z = \frac{1}{1 - e^{-\frac{W_0}{kT}}}.$$

Отсюда следует

$$\overline{W} = \frac{\partial}{\partial \beta} \log (1 - e^{-\beta W_0}) = \frac{W_0 e^{-\beta W_0}}{1 - e^{-\beta W_0}}.$$

Таким образом

$$(7) \quad \overline{W} = \frac{W_0}{\frac{W_0}{e^{\frac{W_0}{kT}}} - 1}.$$

Это как раз совпадает с законом Планка (5), где $W_0 = \nu h$. Последнюю зависимость можно обосновать на законе смещения теплового излучения Вина.

Он заключается в объединении термодинамических понятий с принципом Доплера и устанавливает зависимость плотности излучения от температуры и частоты следующим образом:

$$\rho_{\nu} = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right).$$

Поэтому энергия резонаторов имеет вид:

$$\overline{W} = \nu F\left(\frac{\nu}{T}\right).$$

Из уравнения (7) вытекает пропорциональность между W_0 и ν .

Важной поддержкой для самой гипотезы Планка о квантах энергии является открытое Эйнштейном свойство *удельных теплот твердых тел*.

Самой простой моделью твердого тела, состоящего из N атомов, может служить система из $3N$ линейных осцилляторов, каждый из которых известным образом заменяет колебание атома в одном из трех направлений пространства. Если вычислить

энергию такой системы, предположив непрерывное распределение ее энергии, то из (2) получится

$$E=3NkT.$$

Когда речь идет об одной молекуле, то $Nk=R$, и мы получим закон Дюлонга и Пти в форме

$$c_v = \frac{dE}{dT} = 3R = 5,9 \text{ cal},$$

подтверждающейся опытом только для высоких температур; при низких температурах это выражение стремится к нулю:

Эйнштейн вместо классического взял среднее значение энергии по Планку (5) и получил для одной молекулы

$$E=3RT \frac{\frac{h\nu}{kT}}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}.$$

Последнее выражение более или менее правильно выражает падение c_v для одноатомных веществ при низких температурах (напр., алмаз).

Дальнейшее развитие теории подтвердило основное предположение Эйнштейна.

В то время как принцип Планка встретил поддержку со стороны Эйнштейна, — он все же, относительно обоснований формул излучения, допускает очень веское возражение, заключающееся в том, что соотношение между плотностью излучения ρ , и средней энергией резонатора \bar{W} выведено с помощью классической механики и электродинамики, в то время как статистически вычисленная \bar{W} опирается на несовместимый с ними квантовый принцип.

Планк пытался сгладить это противоречие, но дальнейшее развитие науки показало, что классическая теория принципиально не состоятельна для объяснения всего разновидного множества явлений природы, тогда как *действительными законами атомного мира являются чисто квантовые законы*.

Повторим еще раз, в чем расхождение квантовых законов с законами классической теории.

По классической теории резонатор во время колебаний излучает электромагнитные волны, несущие с собой энергию. По квантовой теории энергия резонатора во время колебания остается постоянно равной $n\cdot\hbar\nu$. Таким образом, обмен энергией в случае резонатора происходит лишь с изменением n на целые числа „квантовыми скачками“. Таким образом, необходимо придумать совершенно новую связь между излучением и колебаниями резонатора. Для этого есть два пути: или нужно предположить, что резонатор во время колебаний вообще не излучает и только при некотором квантовом скачке вполне

неясным для нас образом дает излучение частоты ν , причем постоянная энергия (или приобретенная) резонатора забирается (или отдается) эфиром (тогда для элементарного акта закон сохранения энергии оправдывается); или же резонатор излучает во время колебаний и сохраняет все же свою энергию. В этом последнем случае закон сохранения энергии для отдельного процесса искажается, и это может быть поправимо лишь тем, что вероятность перехода от одних состояний постоянных энергий в другие связывается с излучением соответствующим образом.

Первое толкование было господствующим долгое время, и только недавно Бор, Крамерс, Слатер¹ выступили за второе толкование процессов.

Наши выводы в этом томе вообще не будут зависеть от решения в пользу того или другого предположения. Вообще говоря, оба понятия выражают факт существования движений с постоянной энергией, называемых по Бору „стационарными движениями“.

§ 2. Общее понятие квантовой теории

С помощью формулы Планка $W_0 = h\nu$ Эйнштейн хотел объяснить с точки зрения квантовой теории совершенно другую область явлений, но при этом получилось новое истолкование этого уравнения, которое оказалось в дальнейшем очень плодотворным. Речь идет об *электро-световом эффекте*. Если на некоторую металлическую поверхность падает свет с частотой ν , то при этом вырываются электроны; оказалось, что интенсивность света влияет лишь на количество, но не на скорость вырвавшихся электронов; последняя зависит скорее от частоты падающего света. Эйнштейн дал выражение

$$\frac{m}{2} v^2 = h \tilde{\nu},$$

сохраняющее силу при достаточно высоких частотах (рентгенов свет), тогда как для низких частот нужно принять во внимание приводящую аддитивно работу вылета. Таким образом получается следующее: электрон, слабо связанный в металле, выбивается падающим светом частоты $\tilde{\nu}$ и получает кинетическую энергию $h \tilde{\nu}$; следовательно, атомный процесс отличается от процесса в резонаторе тем, что он не содержит в себе частоты.

Итак, самым существенным оказалось, что изменение энергии атомной системы и частота световой волны связаны между собой уравнением:

$$(1) \quad h \tilde{\nu} = W_1 - W_2.$$

При этом безразлично, имеет ли атомная система частоту, равную $\tilde{\nu}$ или какую-либо другую, или же вообще таковой не имеет.

¹ Ztschr. f. Physik. Bd. 24, S. 69, 1924.

Уравнение Планка $W=n \cdot W_0$; $W_0=h\nu$ дает соотношение между числом колебаний резонатора ν и его энергией в стационарном состоянии.

Уравнение Эйнштейна (1) устанавливает связь между изменением энергии атомной системы при переходе из одного состояния в другое—с одной стороны, и частотой ν *монохроматического* света, с эмиссией которого связан переход—с другой. Когда Эйнштейн применил эти соотношения для случая отрыва электронов, вследствие падающего света, и для обратного процесса,—воспроизведения падающими электронами света (рентгеновские лучи),—Бор заметил общее значение этого закона для всех процессов, связанных с постоянным переходом стационарных состояний одного в другое под воздействием излучения.

Уравнение по своему смыслу фактически зависит от особенностей тех представлений, которые нам помогают вообразить атомную систему. После того как Бор показал большую плодотворность этого уравнения на примере водородного атома, оно стало называться *условием частоты* Бора.

С его помощью возможно двоякое толкование понятий квантовых законов: или частота ν излучается во время перехода и волновое излучение ведет за собой энергию $\tilde{h\nu}$ (световой квант), или система способна излучать (или поглощать) в определенном квантовом состоянии частоту ν до тех пор, пока не произойдет квантовый скачок; тогда частота квантовых скачков должна распределяться статистически так, чтобы в среднем излученная или поглощенная энергия равнялась бы произведению $\tilde{h\nu}$ на число элементарных процессов¹.

Применяя условие частот Бора (1) к резонатору, легко установить следующую альтернативу: изменение энергии, возникающее при переходе резонатора из состояния энергии $n_1 h\nu$ в состояние энергии $n_2 h\nu$, равно

$$(n_1 - n_2) h\nu$$

(произведение кванта энергии $h\nu$ на некоторую кратную величину).

По Бору и Эйнштейну это изменение энергии с частотой ν высылаемого монохроматического излучения должно быть связано следующим соотношением:

$$\tilde{h\nu} = (n_1 - n_2) h\nu.$$

¹ Нельзя высказать предположения, что в каждом отдельном случае система поглощает энергию до тех пор, пока не поглотится энергия излучения $\tilde{h\nu}$: известно, что электросветовой эффект может наступить, прежде чем „полный световой квант“ $\tilde{h\nu}$ попадет на соответствующую металлическую частицу.

Это можно понимать двояким образом. Или как в классической теории необходимо, чтобы излучающаяся частота совпадала с частотой резонатора — тогда возможны переходы только между соседними состояниями

$$n_1 - n_2 = 1,$$

или же допускается, что излучающаяся частота света отличается от частоты резонатора на некотоное кратное число; тогда излучение не *монохроматично*, благодаря возможным различным переходам.

Решение в пользу какой-либо из возможностей можно было дать впервые лишь после развития атомной теории Бора, а именно в том смысле, что излучение происходит непременно монохроматически с числом колебаний, определяющимся из условия частот (1). Совпадение же между частотой света и числом колебаний резонатора (т. е. $n_1 - n_2 = 1$) достигается дополнительным законом, регулирующим частоту переходов между состояниями. Этот закон носит название *принципа соответствия*.

Основное различие между квантовой и классической теорией состоит в том, что мы при современном состоянии нашего знания элементарных процессов не можем приписать никакой причины „квантовому скачку“.

В классической же теории переходы из одних состояний в другие происходят причинно, так сказать, принудительным порядком, по уравнениям механики и электродинамики. Здесь вероятные значения величин имеют место в том случае, когда идет речь об определении начальных условий системы с очень большим числом степеней свободы (напр., закон распределения в кинетической теории газов).

Дифференциальные уравнения квантовой теории непригодны при переходах от одних стационарных состояний к другим, вследствие чего здесь необходимо доискиваться других специфических правил.

Эти переходы подобны процессам радиоактивного распада. Именно радиоактивные акты превращения происходят во всех опытах самопроизвольно, не поддаваясь никакому влиянию; здесь может ити речь лишь о статистических законах. Установить, когда распадается один атом, конечно, невозможно; но очень нетрудно это сделать относительно определений процентной части их из огромного общего числа за определенное время или, что то же самое, для каждого радиоактивного перехода можно привести лишь *вероятность*, называемую a priori (*каждому переходу между двумя стационарными состояниями приписывается такая априорная вероятность*). Теоретическое определение этой априорной вероятности является самой глубокой задачей квантовой теории. Единственный путь, ведущий к этой цели, представляет анализ таких процессов, где энергия превращения

при элементарном акте значительно мала по сравнению с общей энергией, но при которых квантовые законы должны переходить в классические.

На этом основывается упомянутый уже выше принцип соответствия Бора, позволяющий сравнивать переходы между стационарными состояниями высших квантовых чисел (напр., при резонаторе большое n) с соответствующими процессами классической теории. Точную формулировку этого принципа мы дадим в процессе дальнейших наших рассуждений.

Некоторое другое применение этой мысли встречается в новом выводе формул излучения Планка, благодаря которым квантово-теоретические понятия и, в особенности, условие частот Бора получили огромную поддержку. При этом не было сделано никаких дальнейших предположений об излучающей системе, если не считать того, что различные стационарные состояния обладают постоянными энергиями. Выберем между ними два таких состояния с энергиями W_1 и W_2 ($W_1 > W_2$); число их в состоянии статистического равновесия может быть, например, N_1 и N_2 и тогда по принципу Больцмана

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{e^{-\frac{W_2}{kT}}}{e^{-\frac{W_1}{kT}}} = e^{\frac{W_1 - W_2}{kT}},$$

откуда, используя условие частот, получим

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{\hbar\nu}{kT}}.$$

В классической теории взаимодействие атомной системы с излучением разделяется как бы на *три* чередующихся один за другим процесса.

1. Если система находится в состоянии высших энергий, то энергия излучается произвольно.

2. В зависимости от фаз и амплитуды поля излучения действует на систему, принося к ней или забирая от нее энергию.

Эти процессы называются: а) положительным излучением, когда система поглощает энергию, и в) отрицательным излучением, если система теряет ее.

В обоих последних случаях изменение энергии, внесенное процессом, пропорционально плотности энергии излучения.

Предположим аналогичным образом, что и в *квантовом взаимодействии* между системой и излучением существует *три процесса*, — тогда между двумя энергетическими уровнями W_1 и W_2 происходят следующие переходы:

1. Произвольное уменьшение энергии, благодаря переходу от W_1 и W_2 .

Частота этого процесса пропорциональна числу N_1 систем, находящихся на высшем уровне W_1 , однако будет определяться также и низшей энергией W_2 .

Пусть эта частота равна $A_{12}N_1$.

2а. Увеличение энергии вследствие поля излучения (переход от W_2 и W_1). Пусть частота ее соответствующим образом будет

$$B_{21}N_2\rho_\nu.$$

2б. Уменьшение энергии вследствие поля излучения (переход от W_1 к W_2) с частотой

$$B_{12}N_1\rho_\nu.$$

При этом вопрос об энергии, излучающейся атомной системой, остается открытым,— забирается она или отдается в результате каждого отдельного процесса, и таким образом статистически устанавливается закон сохранения энергии.

Статистическое равновесие состояний N_1 и N_2 требует, чтобы

$$A_{12}N_1 = (B_{21}N_2 - B_{12}N_1)\rho_\nu.$$

Из этого следует

$$(2) \quad \rho_\nu = \frac{A_{12}}{B_{21} \frac{N_2}{N_1} - B_{12}} = \frac{A_{12}}{B_{21} e^{\frac{h\nu}{kT}} - B_{12}}.$$

В этом месте Эйнштейн использует общее положение, что квантовые законы в пределе переходят в классические. Здесь, очевидно, речь идет о предельном случае высоких температур, где $h\nu$ мало по сравнению с kT ; следовательно, закон (2) переходит в закон Релея-Джинса (3) § 1, требуемый по классической теории.

(В остальном он подтверждается опытом для высоких температур)

$$\rho_\nu = \frac{8\pi}{c^3} \tilde{\nu}^2 kT.$$

Здесь ρ_ν для больших T имеет вид

$$\rho_\nu = \frac{A_{12}}{B_{21} - B_{12} + B_{21} \frac{h\nu}{kT} + \dots}$$

а это возможно лишь тогда, когда

$$B_{12} = B_{21}$$

и

$$\frac{A_{12}}{B_{12}} = \frac{8\pi}{c^3} \tilde{\nu}^2 h.$$