

Фан-дер-Флит Александр Петрович

Аэромеханика

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-3
ББК 84-4
А46

А46 **Александр Петрович Ф.**
Аэромеханика / Фан-дер-Флит Александр Петрович – М.: Книга по Требованию, 2026. – 308 с.

ISBN 978-5-519-78663-8

ISBN 978-5-519-78663-8

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2026
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2026

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг — не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель — вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания — решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Г Л А В А I. Свойства совершенных газов.

§2. Характеристическое уравнение совершенных газов.

Изъ величинъ, опредѣляющихъ собою физическое состояніе газа, къ интересующимъ насъ вопросамъ имѣтъ отношеніе только *температура, давленіе и плотность*.

Давленіе мы будемъ вычислять въ килограммахъ на одинъ квадратный метръ. Нормальное атмосферное давленіе равно 10330 кгР/м^2 или въ круглыхъ цифрахъ 10000 кгР/м^2

Плотностью δ называется при выбранныхъ единицахъ вѣсъ одного кубическаго метра газа. Если одинъ кубическій метръ вѣситъ δ килограммовъ, то одинъ килограммъ газа при тѣхъ же условіяхъ занимаетъ объемъ равный $\frac{1}{\delta}$ части кубическаго метра.

Объемъ v , занимаемый однимъ килограммомъ газа, называется *удѣльнымъ объемомъ* газа. Между числами v и δ мы установили соотношеніе:

$$v = \frac{1}{\delta} \quad (1)$$

Обыкновенно и рассматриваютъ вмѣсто плотности газа δ обратную ей величину — удѣльный объемъ v .

Наконецъ, *температуру* измѣряютъ по шкалѣ Цельзія и обозначаютъ черезъ t . Иногда съ большимъ удобствомъ отсчитываютъ ее отъ такъ называемаго абсолютнаго нуля, лежащаго ниже температуры таянія льда на 273° Цельзія; въ этомъ случаѣ $273^\circ + t$ называется абсолютною температурою и обозначается черезъ T .

$$T = 273^\circ + t \quad (2)$$

Физикомъ установлено, что для жидкихъ и газообразныхъ тѣлъ изъ трехъ, опредѣляющихъ состояніе тѣла, величинъ: температуры, давленія и удѣльнаго объема, только двумъ можно придать значенія по нашему желанію, значеніе же третьей величины устанавливается вполнѣ опредѣленно по первымъ двумъ. Это значитъ, что рассматриваемыя величины связаны нѣкоторымъ уравненіемъ:

$$f(p, v, t) = 0, \quad (3)$$

которое называется или *уравненіемъ состоянія* данного вещества, или *характеристическимъ* уравненіемъ. Величины же p , v , t называютъ величинами, опредѣляющими состояніе тѣла.

Если въ уравненіи (3) положить p = постоянному, то получится зависимость между удѣльнымъ объемомъ и температурой при постоянномъ давленіи.

Если въ (3) положить v = постоянн., то получится зависимость давленія отъ температуры при постоянномъ удѣльномъ объемѣ.

Если, наконецъ, положить въ уравненіи (3) температуру t постоянной, то получится зависимость между давленіемъ и удѣльнымъ объемомъ въ *изотермическомъ* процессѣ. Для газовъ эта послѣдняя зависимость была установлена физиками Бойлемъ и Мариоттомъ въ видѣ извѣстнаго, носящаго ихъ имя, закона:

$$pv = p_0 v_0 = \text{Const.} \quad (4)$$

Гей - Лессакъ установилъ зависимость между удѣльнымъ объемомъ и температурой при постоянномъ давленіи; а именно онъ изъ своихъ опытовъ нашелъ, что коэффициенты расширенія при постоянномъ давленіи у всѣхъ газовъ одинаковы и равны $\frac{1}{273}$, т.е. что

$$v = v_0(1 + \alpha t), \text{ гдѣ } \alpha = \frac{1}{273} \quad (5)$$

Пользуясь этими двумя опытными законами, не трудно найти и характеристическое уравненіе газовъ.

Возьмемъ по одному килограмму газа въ двухъ состояніяхъ, опредѣляющихся значеніями p_1 , v_1 , t_1 и p_2 , v_2 , t_2 ; состояніе газа именно величинами p , v , t и опредѣляется. Охладимъ оба взятыхъ количества до нуля при постоянномъ давленіи; тогда получимъ по килограмму газа въ состояніяхъ

$$p_1, \frac{v_1}{1 + \alpha t_1}, 0 \text{ и } p_2, \frac{v_2}{1 + \alpha t_2}, 0$$

Температура въ этихъ состояніяхъ одинаковая, а потому эти состоянія должны удовлетворять закону (4) Бойля - Мариотта. Такимъ образомъ,

$$\frac{p_1 v_1}{1 + \alpha t_1} = \frac{p_2 v_2}{1 + \alpha t_2}$$

Умножая обѣ части равенства на α и перенося его дробь $\frac{1}{\alpha}$.

= 273 въ знаменатель, получимъ:

$$\frac{p_1 v_1}{273 + t_1} = \frac{p_2 v_2}{273 + t_2} = R = \text{пост.}$$

или, вводя понятие объ абсолютной температурѣ,

$$\frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{T_2} = R.$$

Такимъ образомъ характеристическое уравненіе газовъ получается въ видѣ

$$\frac{p \cdot v}{T} = R ; \quad pv = RT \quad (6)$$

Это уравненіе, какъ оказалось при позднѣйшихъ, болѣе точныхъ изслѣдованіяхъ, дѣйствительными газами не вполне удовлетворяется и характеризуетъ идеальныя, совершенныя газы. Изъ реальныхъ газовъ близки къ совершеннымъ всѣ трудно сжижаемые.

Характеристическое уравненіе совершенныхъ газовъ или уравненіе Клапейрона:

$$pv = RT \quad (6)$$

можетъ быть выведено, какъ слѣдствіе изъ представленія о газѣ, какъ о собраніи частицъ, обладающихъ большими поступательными скоростями и малыми размѣрами и лишенныхъ взаимодѣйствія. Для вывода этого слѣдствія нѣтъ даже нужды обращаться къ кинетической теоріи газовъ, а достаточно примѣнить къ такому собранію частицъ простыя принципы механическаго подобія.

Значеніе постоянной К легко вычисляется по плотности или удѣльному объему газа при атмосферномъ давленіи, которое равно 10333 кгр. на квадр. метръ. Удѣльный объемъ v_0 одного килограмма воздуха при нормальномъ атмосферномъ давленіи [$760 \frac{\text{мм}}{\text{м}}$ или $10333 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$] и при температурѣ таянія льда [$t = 0$ или $T_0 = 273$] равенъ $0,7733 \text{ м}^3$.

Поэтому

$$R = \frac{pv}{T_1} = \frac{p_0 v_0}{T_0} = \frac{10333 \cdot 0,7733}{273} = 29,27$$

Плотность δ_0 воздуха, т.е. вѣсъ въ килограммахъ одного кубическаго метра при барометрическомъ давленіи въ $760 \frac{\text{мм}}{\text{м}}$ и 0° будетъ:

$$\delta_0 = \frac{1}{v_0} = \frac{1}{0,7733} = 1,293$$

Значенія постоянной R, плотности δ , удѣльнаго объема и другихъ величинъ, характеризующихъ различные газы, мы, приведемъ ниже въ общей таблицѣ.

§3. Р а з л и ч н ы е п р о ц е с с ы и л и п р е в р а щ е н і я .

Всякій разъ, когда величины p, v, t измѣняются, то измѣняется состояніе тѣла, происходитъ превращеніе тѣла или процессъ въ тѣлѣ.

Процессъ называется *обратимымъ*, когда при малѣйшемъ измѣненіи давленія или температуры въ обратную сторону онъ начинаетъ идти также въ обратную сторону. Если требуется для послѣдняго конечное измѣненіе этихъ величинъ, то процессъ называется *необратимымъ*.

Если въ концѣ процесса тѣло возвращается въ начальное состояніе, то процессъ называется *круговымъ* или *цикломъ*.

Различные процессы въ тѣлѣ можно иллюстрировать соотвѣтственными *графиками*, для уясненія которыхъ обратимся къ самому характеристическому уравненію

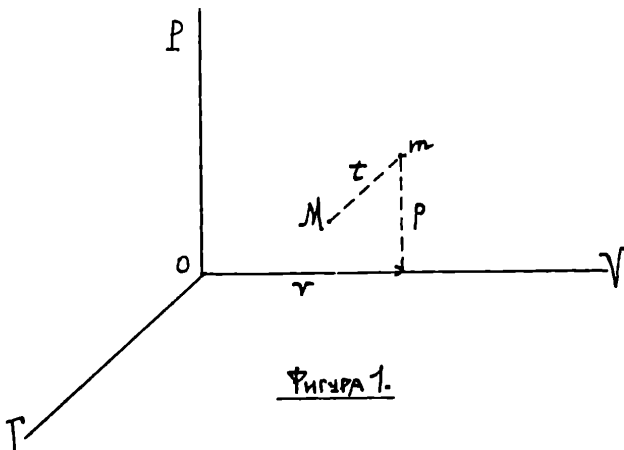
$$f(p, v, t) = 0, . \quad (3)$$

или въ частномъ случаѣ газовъ

$$pv - R(273 + t) = 0. \quad (6)$$

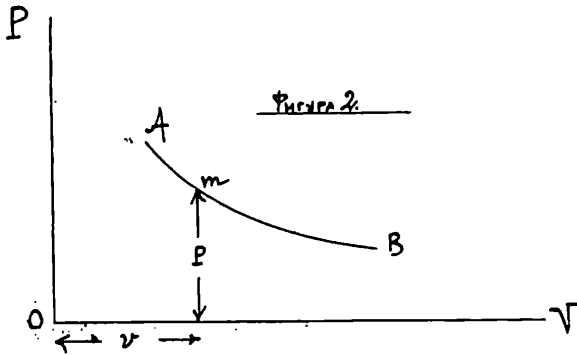
Будемъ считать p, v, t координатами нѣкоторой точки M въ

пространствѣ относи-
тельно осей OV, OP и
OT. Каждому состоянію
тѣла соотвѣтствуетъ од-
но определенное положе-
ніе точки M и обратно.
Такъ какъ переменныя $p,$
 v, t связаны однимъ
уравненіемъ (3), то точ-
ка M необходимо оста-
ется на поверхности оз



уравненієм (3). Всякой заданной комбинаціи значеній величин p и v , опредѣляющей положеніе точки m на плоскости VOF , соответствует определенное значеніе третьей величины, которое геометрически можно было-бы найти, какъ длину t перпендикуляра, возставленнаго въ точкѣ m къ плоскости VOF до пересѣченія съ поверхностью (3).

Если мы поведемъ точку m по плоскости VOF по нѣкоторой

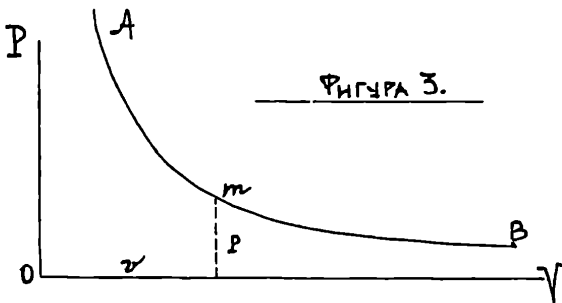


Фигура 2.

кривой AB , то этимъ мы зададимъ нѣкоторый определенный процессъ съ тѣломъ, такъ какъ это послѣднее будетъ тогда переходить черезъ непрерывный рядъ вполне определенныхъ состоя-

ній. Точка m называется *фигуративною*, а кривая AB - *линей процесса*.

Обращаясь къ совершеннымъ газамъ, замѣтимъ нѣкоторые



ФИГУРА 3.

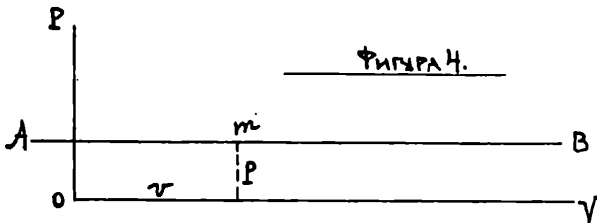
изъ простѣйшихъ процессовъ съ ними.

А. *Изотермическій процессъ*

$$pv = \text{const.} \quad (4)$$

Линія процесса равнобокая гиперболою, отнесенная къ ассимптотамъ (фиг.3).

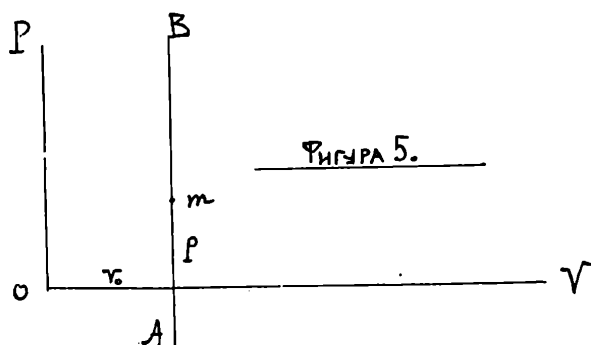
В. *Процессъ при постоянномъ давленіи*



ФИГУРА 4.

$$v = \frac{R}{P_0}(273+t). \quad (7)$$

Линія процесса - прямая, параллельная оси OV (фиг.4).



О. Процессъ при по -
стоянномъ объемѣ

$$p = \frac{R}{v_0}(273+t). \quad (8)$$

Линія процесса - пря-
мая, параллельная оси
OP (фиг.5).

Нижѣ мы познакомим-
ся еще съ однимъ про-
цессомъ и тамъ же
укажемъ его линію.

Причиной выбора именно координатъ p и v , а не какой -
либо другой пары величинъ для графическаго изображенія пре-
вращеній т.е. для построенія линій процесса, послужила воз-
можность именно при этомъ выборѣ съ большимъ удобствомъ по
линіи процесса вычислять внѣшнюю работу, совершаемую при
превращеніяхъ тѣломъ.

§4. Внѣшняя работа, совершаемая
тѣломъ во время процесса.

Жидкое или газообразное тѣло подвергается извнѣ давле -
ніямъ, нормальнымъ къ ограничивающей тѣло поверхности S . Мы
допустили, что для превращеній взято небольшое количество
вещества, такъ что давленіе можно считать вездѣ одинаковымъ
по величинѣ.

Элементъ поверхности тѣла ds при безконечно - маломъ
превращеніи перемѣщается, и путь dn есть составляющая этого
перемѣщенія по внѣшней нормали къ первоначальной поверхности.
Тогда

$$p \, ds \, dn$$

есть внѣшняя работа, совершенная тѣломъ при посредствѣ дан -
наго элемента поверхности, а $ds \cdot dn$ есть увеличеніе объема,
происшедшее отъ перемѣщенія того же элемента. Просуммировавъ
все подобныя увеличенія объемовъ, получимъ общее увеличеніе
объема. Если быль взяты всего одинъ килограммъ вещества, то
его объемъ есть удѣльный объемъ v , а приращеніе объема ока-
жется приращеніемъ удѣльнаго объема:

$$dv = \sum ds \cdot dn.$$

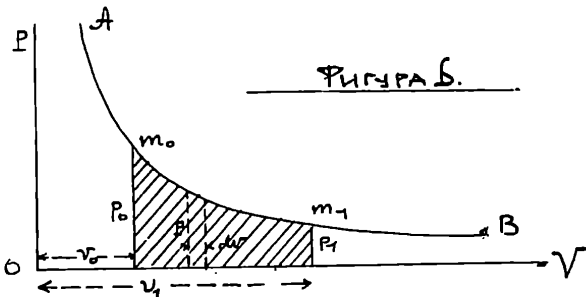
Поэтому работа, которую совершаетъ тѣло во время безконечно - малаго превращенія, побѣждая внѣшнее давленіе, равна

$$dT = pdv,$$

а полная работа:

$$T = \int pdv; \quad (9)$$

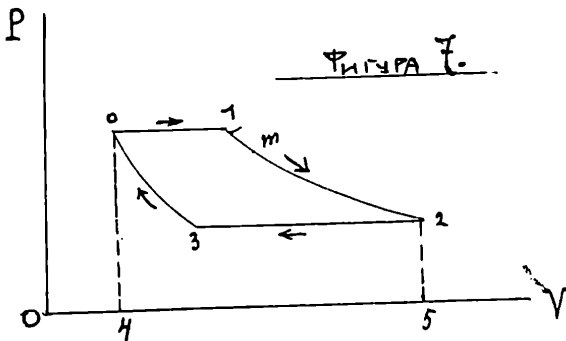
для вычисленія послѣдней надо знать зависимость p отъ v въ данномъ процессѣ, а для графическаго опредѣленія ея надо имѣть линію процесса. Для графическаго вычисленія работы, со-



Фигура 6.

вершаемой тѣломъ въ процессѣ, характеризуемою линіей AB, между состояніями p_0, v_0 и p_1, v_1 , т.е. между точками m_0 и m_1 , замѣтимъ, что тѣмъ же интеграломъ (9) выражается какъ работа, такъ и площадь, заключенная между осью объемовъ OV, отрѣзкомъ m_0m_1 кривой AB и двумя ординатами p_0 и p_1 . Такимъ образомъ эта площадь и служитъ мѣрою внѣшней работы въ процессѣ.

Если съ тѣломъ происходитъ круговой процессъ или циклъ, напримѣръ, циклъ 01230, изображенный на чертежѣ, то во время прохожденія фигуры ративной точки m по верхней части 012 контура цикла объемъ возрастаетъ, и тѣло совершаетъ работу за счетъ своей внутренней энергіи и получаемаго извнѣ



Фигура 7.

напримѣръ, циклъ 01230, изображенный на чертежѣ, то во время прохожденія фигуры ративной точки m по верхней части 012 контура цикла объемъ возрастаетъ, и тѣло совершаетъ работу за счетъ своей внутренней энергіи и получаемаго извнѣ

тепла, а во время прохожденія точки m по нижней части 230 того же контура объемъ уменьшается, и тѣло получаетъ извнѣ работу, увеличивая за нея счетъ свою внутреннюю энергію и

имѣя возможность за ея же счетъ отдавать теплоту внѣшней средѣ. Совершивъ работу, равную площади 40125 и получивъ обратно работу, выражающуюся площадью 40325, тѣло возвратилось въ прежнее состояніе 0, совершивъ работу, равную площади цикла 01230. Эта работа цѣликомъ совершена исключительно за счетъ тепла, полученнаго тѣломъ извнѣ, такъ какъ по возвращеніи въ прежнее состояніе тѣло получило и прежнюю внутреннюю энергію.

§5. Т е п л о е м к о с т и п р и п о с т о я н н о м ѣ
д а в л е н і и и п р и п о с т о я н н о м ѣ
о б ѣ м ѣ.

При нагрѣваніи газа, сохраняющаго свой объемъ, теплота идетъ только на его нагрѣваніе, т.е. увеличеніе скорости движенія его молекулъ. Если же нагрѣвать газъ, давая ему возможность расширяться съ такимъ расчетомъ, чтобы давленіе сохранялось постояннымъ, то онъ произведетъ работу, равную

$$p(v_1 - v_0),$$

на которую пойдетъ также нѣкоторое количество тепла кромѣ того, которое потребно на нагрѣваніе газа. Такимъ образомъ во время нагрѣванія при постоянномъ давленіи газъ будетъ поглощать большее количество тепла, нежели во время нагрѣванія при постоянномъ объемѣ; иначе говоря *теплоемкость при постоянномъ давленіи C_p больше теплоемкости при постоянномъ объемѣ.*

На нагрѣваніе одного килограмма газа на $T_1 - T_0$ градусовъ при постоянномъ давленіи пойдетъ $C_p(T_1 - T_0)$ калорій, а на нагрѣваніе при постоянномъ объемѣ — $C_v(T_1 - T_0)$ калорій. Разность между этими количествами теплоты, умноженная на механическій эквивалентъ тепла должна равняться работѣ расширенія газа отъ объема v_0 , соответствующаго температурѣ T_0 , до объема v_1 , соответствующаго температурѣ T_1 при одномъ и томъ же давленіи p :

$$J(T_1 - T_0)(C_p - C_v) = p(v_1 - v_0). \quad (10)$$

Такъ какъ по уравненію Клапейрона

$$pv_1 = RT_1 \quad \text{и} \quad pv_0 = RT_0,$$

то

$$p(v_1 - v_0) = R(T_1 - T_0),$$

а потому, по сокращеніи уравненія (10) на $(T_1 - T_0)$, получается

$$J(C_p - C_v) = R,$$

откуда

$$C_p - C_v = \frac{R}{J}.$$

Такимъ образомъ разность между теплоемкостями, оказывается, связана очень просто со значеніемъ постоянной уравненія Клапейрона для даннаго газа и механическимъ эквивалентомъ тепла.

§6. А д і а б а т и ч е с к і й п р о ц е с с ъ с ъ с о в е р ш е н н ы м и г а з а м и.

Если газъ расширяется или сжимается, не обмѣниваясь теплотю со внѣшней средой, то температура въ немъ не можетъ остаться постоянной, такъ какъ при расширеніи часть теплоты газа обращается въ работу, совершенную газомъ, а при сжатіи работа внѣшняго давленія обращается въ теплоту газа, поднимая его температуру. Такой процессъ называется *адиабатическимъ*. Въ немъ расширение сопровождается паденіемъ температуры и, слѣдовательно, болѣе сильнымъ уменьшеніемъ давленія, нежели въ изотермическомъ процессѣ. Наоборотъ, при адиабатическомъ сжатіи температура поднимается, и давленіе растетъ быстрѣе, чѣмъ въ изотермическомъ сжатіи.

Найдемъ уравненіе адиабатическаго процесса, т.е. ту зависимость между p и v , которая имѣетъ мѣсто, когда газъ не обмѣнивается теплотой со внѣшней средой.

Прологарифмируемъ при Неперовомъ основаніи уравненіе Клапейрона:

$$pv = RT \quad (6)$$

и полученное уравненіе

$$\lg p + \lg v = \lg R + \lg T \quad (13)$$

продифференцируемъ. Въ полученномся дифференціальномъ уравненіи

$$\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v} = \frac{dT}{T} \quad (14)$$

правая часть представляетъ собой относительное измѣненіе абсолютной температуры; поэтому и лѣвая часть представляетъ со

бой также относительное изменение температуры.

Если представить себѣ, что объемъ не мѣняется, т.е. $dv=0$, то $-\frac{dp}{p}$ будетъ равно относительному измененію темпера - туры отъ измененія давленія при постоянномъ объемѣ. Если те - перь представить себѣ, что давленіе не мѣняется, т.е. $dp=0$, то придемъ къ заключенію, что $-\frac{dv}{v}$ равно относительному из - мѣненію температуры отъ измененія объема при постоянномъ дав - леніи.

Такимъ образомъ уравненію (14) можно дать такое толко - ваніе:

Въ любомъ процессѣ относительное изменение температуры равняется суммѣ относительныхъ изменений температуры отъ из - мѣненія объема и отъ измененія давленія.

Если мы умножимъ обѣ часті уравненія (14) на T , то въ его толкованіи "относительныя измененія" придется замѣнить "абсо - лютными", а тогда можно будетъ высказать такую теорему:

Въ любомъ процессѣ абсолютное бесконечно - малое измѣ - неніе температуры равняется суммѣ тѣхъ бесконечно - малыхъ ея измѣненій, которыя произошли бы въ отдѣльности отъ измѣ - ненія давленія и отъ измененія объема на тѣ же самыя малыя величины dp и dv , на которыя они вѣстѣ измѣняются въ дан - номъ процессѣ:

$$dT = d_p T + d_v T \quad (15)$$

Теорема эта, какъ видно, состоитъ лишь въ приданіи фи - зическаго толкованія простому математическому опредѣленію полнаго дифференціала, какъ суммы частныхъ дифференціаловъ и представляетъ собой примѣръ на принципъ наложенія бесконечно малыхъ измѣненій.

Примѣнимъ тотъ же принципъ къ опредѣленію количества тепла dQ необходимаго на нагрѣваніе тѣла на dT градусовъ въ какомъ - либо процессѣ.

Это нагрѣваніе можно разложить на нагрѣваніе на $d_v T$ гра - дусовъ при постоянномъ давленіи и на нагрѣваніе на $d_p T$ гра - дусовъ при постоянномъ объемѣ. Сравнивая (15) и (14), имѣемъ:

$$\frac{d_p T}{T} = \frac{dp}{p} \quad \text{и} \quad \frac{d_v T}{T} = \frac{dv}{v}$$