

В.А. Юдин

**Кинетостатика плоских
механизмов**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
В11

В11 **В.А. Юдин**
Кинестатика плоских механизмов / В.А. Юдин – М.: Книга по Требованию, 2023. – 207 с.

ISBN 978-5-458-25395-6

Кинестатика механизмов, разбирая вопросы динамики заданного движения, обычно содержит решение двух основных задач, в соответствии с которыми настоящая работа подразделяется на две следующие части: I. Методы учета сил инерции звеньев плоского механизма; II. Методы кинестатического исследования механизмов. Работа освещает исследование плоских механизмов как с низшими кинематическими парами, так и высшими, согласно классификации Л. В. Асура относящимися к I классу второго, третьего, четвертого и высших порядков, и таким образом рассматривает абсолютное большинство встречающихся механизмов. Особое внимание, естественно, уделено механизмам I класса второго порядка, как имеющим доминирующее значение в практике современного машиностроения.

ISBN 978-5-458-25395-6

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ЧАСТЬ I
МЕТОДЫ УЧЕТА СИЛ ИНЕРЦИИ
ЗВЕНЬЕВ ПЛОСКОГО МЕХАНИЗМА



Scan AAW

ГЛАВА 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Основной закон. Первый закон движения, данный Ньютоном в его „Principia Philosophia Naturalis“ (1687 г.), гласит следующее:

Всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока действие силы не заставит его изменить свое состояние. Этот закон выражает особое свойство, присущее материи, называемое инерцией.

Понятие о силе инерции обычно связывают с именем д'Аламбера; однако, следует заметить, что в его работе „Traité de Dinamik“ (1743 г.) этого понятия нет. Не упоминают о нем и последующие труды Лагранжа. Повидимому, впервые это понятие в науку введено Кеплером. Ряд позднейших ученых — Прони, Понселе, Дюгамель, Делоне, Резаль и др. — это понятие употребляют уже довольно последовательно и подчеркивают пользу его введения в решения задач из области механики связанных систем.

В настоящее время понятие силы инерции настолько прочно вошло в технический обиход, что польза его уже не подвергается сомнению.

Природа сил инерции. Говоря о природе сил инерции, следует заметить, что сила инерции не вполне отвечает обычному представлению о силе, вследствие чего приходится условиться в этом понятии.

Первые авторы, употреблявшие термин сила инерции, понимали под этим действие реакции ускоряемого тела на ускоряющее. В этом представлении сила инерции проявляет свое действие столь же реально, как и всякая другая механическая сила. Уже в этом первом определении подчеркивается реальность воздействия силы инерции на связи. Подобное же толкование можно видеть и в учении Ньютона, характеризующего

силу инерции как врожденную, а тем самым реальную силу материи.

В последующем это достаточно четкое представление о силе инерции многие авторы изменяют, вводя при трактовке начала д'Аламбера понятие фиктивности сил инерции.

В связи с этим разберем более детально вопрос о природе сил инерции.

Анализ динамики свободно движущегося материального тела приводит к следующему уравнению его движения:

$$Q - mj = 0, \quad (1)$$

где Q —равнодействующая реально действующих на тело сил,

m —масса тела,

j —ускорение его.

Обозначая второй член уравнения (со своим знаком) через I , т. е.

$$I = -mj, \quad (2)$$

получаем формулу силы инерции; при этом уравнение движения сведется к следующему виду:

$$Q + I = 0. \quad (3)$$

В написанном уравнении равновесия можно видеть применение начала д'Аламбера; однако, совершенно очевидно, что в этом случае применение этого начала сводится к формальному преобразованию. Сила инерции свободно движущегося материального тела условно (фиктивно) считается приложенной к самому телу. Из сказанного ясно, что применение начала д'Аламбера к свободному движению материального тела не является необходимым, так как не вносит каких-либо упрощений в решение поставленного вопроса.

Применение начала д'Аламбера. Основное значение начала д'Аламбера вскрывается при разборе вопросов из области механики связанных систем.

В одном из наиболее простых примеров—при движении материального тела по криволинейной направляющей (фиг. 1) сила инерции (рассчитываемая по ранее приведенному уравнению, условно прикладываемая к телу) действует реально на криволинейную направляющую, как на связь. По третьему закону Ньютона, с такой же силой действует направляющая на движущееся тело.

На основании сказанного понятие фиктивности сил инерции следует отнести к употреблению начала д'Аламбера,

вводимого при воображаемом равновесии движущейся системы. Кроме того, это же понятие может быть применено к силе инерции, как не являющейся причиной изменения начального состояния тела и проявляющейся только при движении с ускорением¹. По всем же остальным признакам проявления сила инерции в системе связанных тел проявляет себя, как реальная сила.

Если назвать равнодействующие значения, приложенные к точке заданных сил, через Q и реакции связи R , то начало д'Аламбера в применении к этой системе тел, подчиненных связям, выразится в виде

$$\bar{Q} + \bar{R} + \bar{I} = 0, \quad (4)$$

причем это уравнение является векторным.

Таким образом, пользуясь современной редакцией начала д'Аламбера, введением сил инерции в расчет

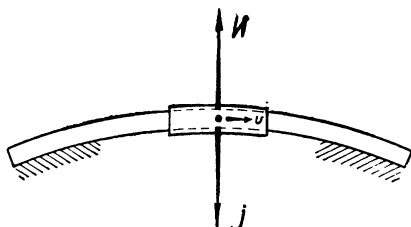
механики связанных систем, сводят сложные вопросы динамики к вопросам статики. При этом для решения задач по динамике связанных систем можно использовать три уравнения равновесия, выводимые обычно в курсе статики, или применить любое из достаточно известных построений графостатики.

Формулировка начала д'Аламбера. На основании сказанного можно в заключение этой главы дать следующую практически удобную формулировку начала д'Аламбера: *если к движущейся системе, находящейся под действием заданных сил, приложить силы инерции, то в каждый данный момент движущуюся систему можно рассматривать как уравнивающуюся реакциями связей.*

Следует подчеркнуть, что движущаяся система при этом как бы находится в равновесии; на самом деле система двигается, и только условно, в целях определенных удобств расчетного или аналитического характера, система предполагается находящейся в равновесии.

Приведенная формулировка и соображения полностью отвечают содержанию последнего уравнения.

О молекулярных связях. Условившись в реальности воздействия сил инерции на связи системы, следует расширить представление о таковых при решении вопросов



Фиг. 1

¹ См. дополнительно главу 4.

прочности звена. В этом случае для движущегося звена за связи следует принимать не только внешние связи звена, но и внутренние молекулярные связи, обуславливающие прочность самого звена.

Рассматривая движения элементарных масс, из коих состоит звено, следует учитывать, что определяемые этими массами элементарные силы инерции реально воздействуют на молекулярные связи самого звена, т. е. реально воздействуют на близ расположенные частицы звена. Поэтому при решении вопросов прочности звена следует учитывать закон распределения массы в самом звене и характер движения последнего, в зависимости от чего и определять расчетную нагрузку звена.

Последнее замечание весьма существенно и говорит о том, что пользование полной или результирующей силой инерции звена при решении вопросов прочности принципиально не является правильным (хотя и встречается в ряде работ), однако, пользование полной силой инерции звена определяет реакции внешних связей вполне точно и правильно¹.

Ускоряющие и замедляющие силы. Как уже ранее упоминалось, понятие о силе инерции в формулировке д'Аламбера не встречается, оно было введено позднейшими авторами. В настоящее время в специальной литературе можно встретить ряд работ, где понятие о силах инерции не употребляется. В этом случае используется представление о силах, сообщающих ускорение звеньям машины. Иногда их кратко называют ускоряющими или замедляющими силами. Существо разбираемого вопроса от подобной замены не слишком изменяется, ибо, очевидно, здесь вместо силы инерции используется представление о равной ей по величине, но обратной направленной силе.

¹ См. дополнительно главу 4.

ГЛАВА 2

РАСЧЕТ СИЛ ИНЕРЦИИ ЗВЕНЬЕВ МЕХАНИЗМОВ

Метод изучения. Изучение сил инерции, развивающихся при движении звеньев механизма, можно вести несколькими различными путями. Учитывая практику исследовательской работы в области изучения механики машин, рационально изучение и расчет сил инерции вести в зависимости от характера движения рассматриваемого звена.

Движение звеньев механизма по кинематическому признаку может быть разбито на три группы:

1. Звенья механизма, совершающие поступательное движение.

2. Звенья механизма, совершающие простое вращательное или колебательное движение.

3. Звенья механизма, совершающие сложное движение.

Изучая движения материальной точки, найдя ее ускорение j и зная массу m , легко подсчитать силу инерции (фиг. 2)

$$I = -mj; \quad (2)$$

знак минус указывает на направление силы инерции, а именно: сила инерции направлена всегда в сторону, обратную ускорению.

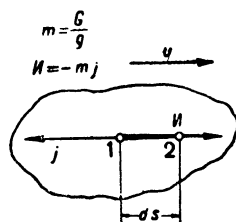
Значение сил инерции. Из формулы (2) видно, что величина силы инерции материальной точки зависит от величины ее ускорения и может превосходить в несколько раз ее вес.

Условием для этого является $j > g$, где $g = 9,81 \text{ м/сек}^2$ — ускорение силы тяжести.

Это ясно видно при подстановке вместо массы ее значения

$$m = \frac{G}{g},$$

где G — вес материальной точки.



Фиг. 2. Связь вектора силы инерции тела с вектором его ускорения

Тогда

$$H = -\frac{G}{g} j. \quad (2a)$$

Во многих машинах силы инерции являются основными силами, определяющими расчетные нагрузки на кинематические пары механизма.

Приведем несколько иллюстраций цифровых значений, которых достигают полные величины сил инерции отдельных звеньев некоторых машин инженерного вооружения.

Для лесопильной рамы типа „Экспорт“, делающей 250 об/мин., при весе рамы с пилами, равном 360 кг и весе двух шатунов, равном 100 кг, максимальная величина силы инерции рамы достигает 7800 кг (т. е. больше веса в 13,3 раза), максимальная величина силы инерции шатуна достигает 2020 кг (т. е. больше своего веса в 20,2 раза).

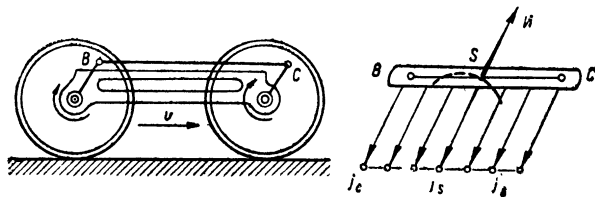
Для более современной лесопильной рамы РП соответствующие величины сил достигают следующих значений: вес рамы с пилами 267 кг; максимум силы инерции рамы с пилами 4200 кг, т. е. больше веса рамы в 15,8 раз. Вес шатунов (двух) 80 кг; максимум силы инерции шатуна больше веса шатуна в 16 раз. При этом следует также отметить, что полезное сопротивление (усилие резания) примерно может быть принято равным 1000 кг.

Для челюстной дробилки типа „Додж“: вес подвижной челюсти 2550 кг; максимальные силы инерции челюсти 1400 кг; вес шатуна 265 кг; максимум силы инерции 330 кг.

Еще более разительные примеры можно проследить на механизмах других отраслей машиностроения; так, для автомобильных двигателей максимум силы инерции в 400 раз больше веса соответствующих частей.

А. Силы инерции поступательно двигающегося звена

Общим случаем плоского поступательного движения будет криволинейное поступательное движение, при кото-



Фиг. 3. Сила инерции при криволинейном поступательном движении звена

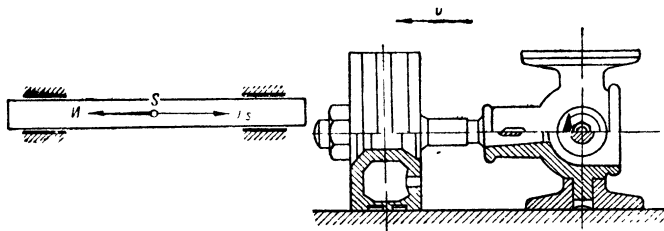
ром центр тяжести звена двигается по некоторой криволинейной траектории, а звено при этом остается все время параллельным самому себе (фиг. 3).

Как известно из кинематики твердого тела, в этом случае все точки звена описывают тождественные и параллельно расположенные траектории и имеют в каждый данный момент геометрически равные скорости и геометри-

чески равные ускорения. Отсюда следует, что элементарная сила инерции $dI = -dmj$ является величиной геометрически постоянной для всех точек звена, а значит результирующая сила инерции звена

$$I = -mj \quad (5)$$

будет проходить через центр тяжести его S .



Фиг. 4. Сила инерции при прямолинейном поступательном движении звена

Для решения задачи, как видно, необходимо определить ускорение звена j , как известно из кинематики, равного

$$\bar{j} = \bar{j}^t + \bar{j}^n = \text{const}^1,$$

где касательное, или тангенциальное ускорение

$$j^t = \frac{dv}{dt};$$

нормальное, или центростремительное ускорение

$$j^n = \frac{v^2}{r}.$$

Следовательно, сила инерции в случае поступательного криволинейного движения равна произведению массы движущегося звена на его ускорение и проходит через центр тяжести звена.

В практике часто встречается случай прямолинейного поступательного движения (фиг. 4), например, поршень в двигателе, пильная рама в лесопильной машине и т. д.

Нетрудно видеть что прямолинейное поступательное движение является частным случаем разобранным выше

¹ Const употреблено условно и показывает, что j имеет одинаковую величину для всех точек звена.

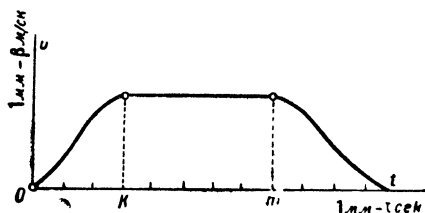
криволинейного и отличается от него только тем, что нормальное ускорение

$$j^n = \frac{v^2}{r} = 0.$$

Отсюда следует, что полное ускорение звена

$$j = j^t = \frac{dv}{dt}.$$

Таким образом, зная вес двигающегося звена и определив его ускорение из построенного плана ускорений или диаграммы ускорений (скоростей) или аналитическим



Фиг. 5. Диаграмма скоростей движущегося звена

методом, нетрудно подсчитать величину силы инерции. Направление ее определяется, как уже было сказано выше, направлением ускорения, именно обратное последнему. Получив вектор ускорений из плана ускорений, сейчас же получаем направление силы инерции.

По диаграмме скоростей (фиг. 5), для прямолинейного движения на всем участке, где скорость возрастает, ускорение положительно и сила инерции противодействует движению.

Соответственно обратная картина будет при падении скорости.

Б. Силы инерции звена, вращающегося или качающегося около неподвижной точки

а) Силы инерции несбалансированного звена

Под несбалансированным звеном следует подразумевать такие детали механизмов или машин, совершающих вращательное движение, у которых общий центр тяжести не находится на оси вращения. В дальнейшем будем считать это звено обладающим плоскостью симметрии, перпендикулярной оси вращения. Таковы, например, кривошпы, различного рода коромысла, кулисы и т. п. в лесопильных, дорожных и дробильных машинах.