И.В. Остославский

Динамика полета. Траектории летательных аппаратов

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 37-053.2
ББК 74.27я7
И11

И.В. Остославский
И11 Динамика полета. Траектории летательных аппаратов / И.В. Остославский – М.: Книга по Требованию, 2024. – 501 с.

ISBN 978-5-458-30320-0

Издание 2-е, переработанное и дополненное. В книге изложены методы расчета траекторий полета различных атмосферных и внеатмосферных летательных аппаратов. Приведены уравнения движения в инерциальной и неинерциальной системах отсчета, основные законы механики полета и краткие сведения о математическом аппарате для исследования различных траекторий полета. Рассмотрены квазиустановившееся и неустановившееся движения с учетом дополнительных кинематических связей, основные и вариационные методы решения задач динамики полета. Даны методы расчета элементов траекторий, стартовых и посадочных характеристик различных летательных аппаратов, в том числе баллистических ракет, орбитальных самолетов, искусственных спутников Земли и космических кораблей. Дана методика расчета траектории баллистической ракеты на активном и пассивном участках, а также траектории движения искусственного спутника Земли при выводе его на орбиту. Кратко рассмотрены методы оптимального управления космическим кораблем. Книга является учебником для студентов вузов. Она может также служить пособием для инженеров промышленности.

ISBN 978-5-458-30320-0

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

ВВЕДЕНИЕ

Динамика полета изучает законы, описывающие движение различных летательных аппаратов в различных условиях, и, следовательно, представляет собой один из разделов механики.

Динамика — теоретическая основа полета.

За несколько десятков лет, отделяющих нас от первого удачного полета на летательном аппарате тяжелее воздуха, в области летания человечество достигло огромного прогресса. Первые летательные аппараты передвигались со скоростями в несколько десятков километров в час на высотах, измеряемых десятками метров. Скорости полета современных самолетов превышают скорость звука в несколько раз, а высоты, на которых они летают, составляют уже несколько десятков километров.

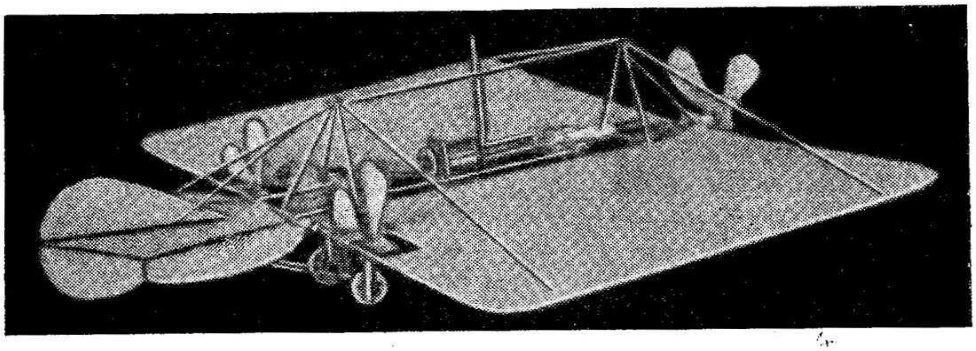
Человек научился создавать искусственные спутники Земли, полет которых происходит со скоростью около 8 *км/сек,* и космические корабли с еще большими скоростями полета. В освоении космоса почетная роль принадлежит нашей Родине. 4 октября 1957 г. — день запуска первого в истории человечества советского искусственного спутника Земли — начало эры космических полетов. 14 сентября 1959 г. впервые на поверхность Луны был сброшен вымпел с гербом Советского Союза. 1961 год был годом выдающихся побед в освоении космоса человеком. 12 апреля этого года впервые в истории Юрий Алексеевич Гагарин совершил космический орбитальный полет вокруг Земли на корабле «Восток-1». В августе этого же года совершил суточный полет по околоземной орбите космический корабль «Восток-2», пилотируемый Германом Степановичем Титовым. В последующие годы советские космонавты (и среди них первая женщина-космонавт В. В. Терешкова) не раз совершали полеты в космическом пространстве. 18 октября 1967 г. советская автоматическая станция «Венера-4» успешно осуществила вход в атмосферу Венеры, впервые провела измерения физико-химических характеристик атмосферы и плавно опустилась на ее поверхность.

Изучение динамики полета широкого круга летательных аппаратов представляет исключительно сложную задачу. Для успешного ее решения, помимо знаний в области техники, инженер должен обладать широкими знаниями в области математики, механики, физики и ряда других отраслей науки.

Все первые попытки полета связывались со стремлением использовать аэродинамические силы, возникающие при движении тел в воздухе; о существовании этих сил человек знал очень давно (вспомним о ветряных мельницах или о парусных судах). Вначале казалось наиболее простым осуществить полет на летательном аппарате, устроенном подобно птицам, — на *орнитоптере* (летательном аппарате с машущими крыльями), и только позднее человек пришел к мысли, что буквальное копирование природы не всегда целесообразно.

Наряду с созданием летательных аппаратов тяжелее воздуха — самолетов — после удачных опытов братьев Монгольфье с воздушными шарами в конце XVIII и начале XIX вв. казалась заманчивой идея полета на аппаратах легче воздуха — на *аэростатах.* Этот способ, однако, не давал радикального решения вопроса: помимо того, что аэростатом не удавалось управлять, так что он летел в направлении ветра, подобные летательные аппараты получались очень большого размера, так как подъемная сила газа, наполняющего оболочку аэростата, была невелика; вспомним, что подъемная сила 1 $м^3$ водорода составляет всего 11,48 *н* (1,17 *кГ*) на уровне моря.

К концу XIX в. идея полета на аппаратах тяжелее воздуха окончательно победила, хотя аппараты легче воздуха применялись и даже в настоящее время применяются для некоторых целей. Наш великий соотечественник Д. И. Менделеев писал в 1878 г.: «Воздухоплавание бывает и будет двух родов: одно — в аэростатах, другое — в аэродинамах. Первые легче воздуха и всплывают в нем (рыба). Вторые тяжелее его и тонут (птица). Подражать первой уже умеют в размерах, годных для практики. Подражание второй — еще в зародыше. Но этот род воздухоплавания обещает наибольшую будущность и, так сказать, указы-



Самолет А. Ф. Можайского

вается самой природой, потому что птица тяжелее воздуха и есть аэродинам» [1].

Первым самолетом, оторвавшимся от земли более 80 лет тому назад, был самолет, построенный *нашим талантливым соотечественником* А. Ф. Можайским (1825—1890). Самолет Можайского был, конечно, далеко не совершенным летательным аппаратом и не мог долго продержаться в воздухе; однако было сделано главное — доказана возможность полета человека на аппарате тяжелее воздуха. Потребовались еще многие годы для того, чтобы от *попыток* полета перейти к *уверенному* полету. Через 25 лет после полета Можайского американские конструкторы братья Райт построили самолет, на котором удалось совершить ряд полетов.

Первые три десятилетия XX века характеризуются бурным развитием авиации. К концу этого периода самолет стал уже надежным транспортным средством. В дальнейшем высота и скорость полета самолетов продолжали увеличиваться, и в настоящее время, как известно, достигнуты скорости, превышающие скорость звука.

Самолеты, однако, содержат в себе одно неразрешимое противоречие. Дело в том, что у современного самолета и подъемная сила, и сила тяги получаются в результате *отбрасывания масс воздуха* в соответствующих направлениях (вниз и назад). Таким образом, для полета само-

---

[1] «Воздухоплавание и авиация в России до 1907 г.», Оборонгиз, 1956.

В дальнейшем ссылки на литературные источники даются цифрами, заключенными в квадратные скобки. В конце книги дан список этих источников.

лета современного типа необходим воздух. Плотность воздуха быстро падает с увеличением высоты полета; например, на высоте $H=10$ *км* плотность воздуха в 3 раза меньше, чем на уровне моря, на высоте 20 *км* — в 14 раз меньше, а на высоте 30 *км* — уже в 70 раз меньше, чем на уровне моря. На высоте 60—80 *км* плотность воздуха настолько мала, что аэродинамические силы получаются незначительными, и практически не удается, например, создать подъемную силу, способную уравновесить вес самолета на этих высотах.

Таким образом, самый принцип, лежащий в основе полета современного самолета, — использование в качестве рабочего тела для создания необходимых подъемной силы и силы тяги окружающей среды воздуха — не позволяет реализовать полет самолета на очень больших высотах. Для полета на таких больших высотах, не говоря уже о космических полетах, необходимы летательные аппараты принципиально другого типа, чем современные самолеты.

Сила тяги движителя, установленного на летательном аппарате, равна секундному изменению количества движения рабочего тела, а изменение количества движения практически равно произведению массы рабочего тела на скорость его отбрасывания. Так как скорость отбрасывания ограничена, а плотность воздуха при увеличении высоты полета быстро падает, в качестве рабочего тела на больших высотах приходится использовать вещество, находящееся на борту летательного аппарата. Тогда можно получить силу тяги и при полете за пределами атмосферы, а ориентируя тягу определенным образом относительно направления силы тяжести — и нужную для полета подъемную силу. Такой способ получения тяги, однако, менее экономичен по сравнению со способом, при котором в качестве рабочего тела используется окружающая среда. В качестве иллюстрации можно привести следующие цифры: у самолета с винтовыми движителями собственное рабочее тело (топливо) составляет примерно 1/7000 часть всего рабочего тела (топливо+воздух), для самолета с турбореактивными двигателями — 1/20 — 1/50, для ракеты — 1/1. Эти цифры свидетельствуют о неэкономичности длительного активного полета ракеты, так как при этом расход топлива (рабочего тела) получался бы весьма значительным.

Полет летательного аппарата на больших высотах, однако, можно осуществить и не прибегая к искусственному созданию подъемной силы. Это возможно по следующим причинам.

Земля представляет собой тело, по форме близкое к сфере. Поэтому, когда мы говорим о «горизонтальном» полете тела (например, ракеты) на постоянной высоте, то это означает, что тело перемещается приблизительно по круговой траектории, эквидистантной поверхности Земли. На всякое тело, движущееся по криволинейной траектории, как известно из механики, действует центростремительное ускорение j_c (по нормали к траектории), равное

$$j_c=\frac{V^2}{r},$$

где V — скорость движения тела, а r — радиус кривизны траектории тела.

Если рассматривать движение тела по круговой траектории по отношению к *поверхности Земли,* то необходимо принять во внимание центробежную силу инерции, направленную вдоль радиуса Земли от ее центра наружу. Кроме того, следует учесть центробежную и кориолисову силы инерции, связанные с суточным вращением Земли, как об этом сказано в гл. III.

Когда скорость движения тела невелика, то и центробежная сила инерции невелика; так, например, центробежная сила, действующая на пешехода, передвигающегося по поверхности Земли, равна приблизительно 10^{-5} *н*; на самолет, летящий со скоростью 2800 *км/час*, действует центробежная сила, составляющая 1% веса $G=mg$ самолета, и т. д.

С увеличением скорости движения относительная роль центробежной силы инерции, связанной с кривизной земной поверхности, возрастает: существует такая скорость движения, при которой центробежная сила полностью уравновешивает силу земного притяжения (вес летательного аппарата). При этом справедливо равенство

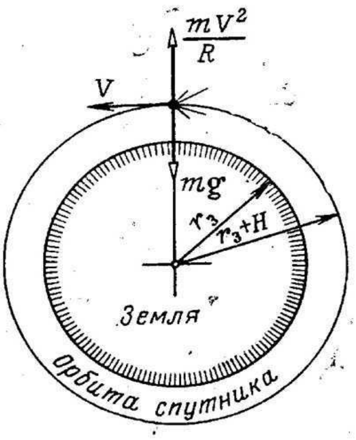
$$\frac{V_{\text{кр}}^2}{r}=g,$$

где $V_{\text{кр}}$ — скорость движения летательного аппарата по круговой траектории с центром в центре Земли;

r — расстояние (радиус) траектории от центра Земли;

g — ускорение силы тяготения на расстоянии r от центра Земли.

Следовательно, если сообщить летательному аппарату скорость, величина которой удовлетворяет написанному выше равенству, и считать аэродинамические силы равными нулю (это можно сделать, если высота полета достаточно велика), то летательный аппарат будет неограниченное время совершать полет[1] по круговой траектории. Как видим, искусственная подъемная сила, как и сила тяги, для совершения такого полета не требуется.



Движение спутника по круговой орбите

Скорость $V_{\text{кр}}$ называют *круговой*, или *первой космической скоростью.* Подставив в написанное равенство числовые величины радиуса Земли ($r_з=6371$ *км*) и ускорения тяготения ($g=9{,}81$ *м/сек*^{2}), получим, что круговая скорость на уровне моря ($H=0$) будет $V_{\text{кр}}=$ $=7{,}9$ *км/сек*.

Анализ показывает[2], что если ракете сообщить скорость, бо́льшую, чем круговая, то ракета будет перемещаться по траектории, имеющей эллиптическую форму, причем одним из фокусов эллипса является в этом случае центр Земли.

Если скорость тела превышает так называемую *вторую космическую* (параболическую скорость ухода) $V_{\text{пар}}$, то тело, вылетевшее с Земли, будет двигаться по незамкнутой траектории и уйдет из сферы притяжения Земли в космическое пространство[3].

Само собой разумеется, что для совершения полета с такими скоростями требуется предварительная затрата мощности для сообщения летательному аппарату необходимых начальных скорости и высоты полета.

Летательные аппараты можно разделить на два больших класса: летательные аппараты ***активного полета,*** у которых на протяжении почти всего полета работает двигатель, и летательные аппараты ***пассивного***

[1] Более точное исследование этого вопроса показывает, что вследствие влияния притяжения Луны и некоторых других причин время существования спутника Земли ограничено (см. гл. XIII).

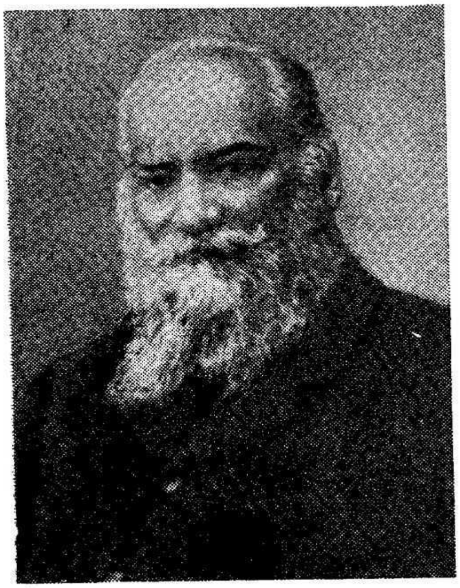
[2] Такой анализ приведен в гл. II.

[3] Теоретическая величина второй космической скорости на поверхности Земли $V_{\text{пар}}=11{,}2$ *км/сек*. Величины первой и второй космических скоростей для разных планет получаются разными. Для Луны $V_{\text{кр}}=1{,}7$ *км/сек*, $V_{\text{пар}}=3{,}5$ *км/сек*; для Венеры $V_{\text{кр}}=7{,}2$ *км/сек*, $V_{\text{пар}}=10{,}2$ *км/сек*, для Марса $V_{\text{кр}}=3{,}5$ *км/сек*, $V_{\text{пар}}=5$ *км/сек* и т. д. Как видим, осуществить космический полет, например, с Марса или Луны легче, чем с Земли.

полета, у которых на большей части полета двигатель не работает. К первому классу относятся самолеты, использующие для поддержания в воздухе аэродинамическую подъемную силу, и ракеты, у которых подъемная сила получается главным образом как проекция силы тяги на вертикаль. Ко второму классу относятся ракеты дальнего действия (баллистические ракеты) и космические корабли.

Указанное деление летательных аппаратов на два класса в известной мере условно, так как летательные аппараты обоих классов в течение некоторого времени совершают активный (с работающим двигателем), а в течение другого времени — пассивный полет. Однако у аппаратов, отнесенных к первому классу, бо́льшую часть времени занимает активный полет, а у отнесенных ко второму классу — пассивный.

Как мы видели, при полете в пределах атмосферы в качестве поддерживающей силы целесообразно использовать аэродинамическую



Николай Егорович Жуковский

Сергей Алексеевич Чаплыгин

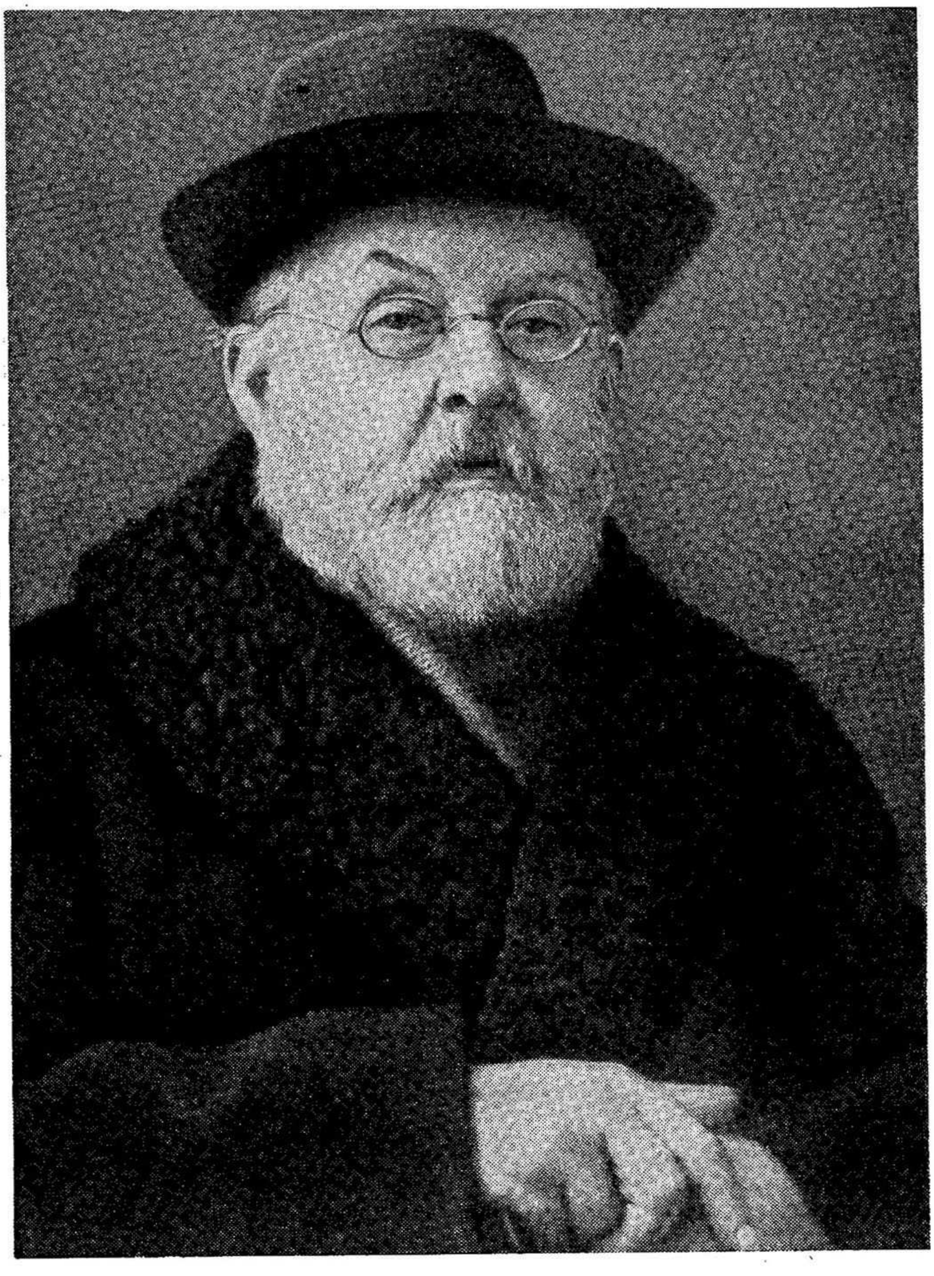
подъемную силу; для изучения динамики полета в атмосфере поэтому прежде всего необходимо располагать сведениями по теоретической основе активного полета в атмосфере — *по аэродинамике.*

Главой аэродинамической школы в нашей стране по праву считается Николай Егорович Жуковский (1847—1921) — «отец русской авиации», как его назвал В. И. Ленин.

Вместе с другим нашим знаменитым ученым — Сергеем Алексеевичем Чаплыгиным (1869—1942) — Н. Е. Жуковский выдвинул гипотезу, известную во всем мире под названием «постулат Жуковского — Чаплыгина», согласно которой точка схода потока фиксируется вблизи задней кромки крыла. Эта гипотеза, блестяще подтверждающаяся на опыте, сразу позволила далеко продвинуть теорию крыла и получить ряд важных для практики результатов. Разработанная Жуковским и Чаплыгиным теория позволила определить необходимую для изучения динамики полета подъемную силу крыльев.

Вторым важнейшим успехом аэродинамики явилось создание немецким ученым Л. Прандтлем теории пограничного слоя. Прандтль предположил, что вязкость воздуха (как известно, небольшая) проявляется только в узком слое (пограничном слое), непосредственно примыкающем к поверхности тела, находящегося в потоке воздуха; во всем остальном пространстве, по теории Прандтля, вязкостью воздуха можно пренебрегать. Такая постановка задачи позволила дать ответ на второй важный вопрос об определении силы лобового сопротивления, обусловленной вязкостью воздуха.

Эти два «краеугольных камня» современной аэродинамики послужили прочным основанием для развития теории и совершенствования авиационной техники. Авиация стала развиваться бурными темпами.



Константин Эдуардович Циолковский

Уже во время второй мировой войны наряду с самолетами стали успешно летать ракеты; в настоящее время ракетные летательные аппараты получили широкое распространение.

Родоначальником теории реактивного полета в нашей стране является К. Э. Циолковский (1857—1935). Задолго до реализации первых полетов ракет К. Э. Циолковский сумел правильно оценить огромные перспективы, которые открывают ракеты для космических полетов, и формулировал основные принципы теории полета в космосе.

Как уже упоминалось, пассивному полету должен предшествовать активный полет, в продолжение которого ракете сообщают необходимые для пассивного полета начальные скорость и высоту полета. Другими словами, ракете должен быть сообщен некоторый запас энергии; эту энергию получают в результате сжигания топлива в камере ракетного двигателя. Чем большее количество топлива сжигается, тем больший запас энергии получается в конце активного участка полета. Совершенство ракеты можно оценить по скорости, которую набрала бы ракета на активном участке полета, если бы на нее не действовали никакие другие силы (в том числе и сила тяжести), кроме силы тяги. Если принять секундный расход топлива постоянным, то для такой *идеальной скорости* v_i (иногда эту скорость называют характеристической) получим следующее выражение:

$$v_i = gP_{\text{уд}} \ln \frac{m_0}{m_1} = V_a \ln \frac{m_0}{m_k},$$

где $P_{\text{уд}}$ — так называемая удельная тяга двигателя [тяга, получающаяся при сжигании 1 *кГ* (9,81 *н*) топлива в 1 *сек*];

m_0 — начальная масса ракеты;

m_k — масса ракеты без топлива;

$V_a = gP_{\text{уд}}$ — средняя по сечению сопла скорость истечения газов из сопла ракетного двигателя.

Это выражение впервые было получено К. Э. Циолковским и носит название *формулы Циолковского*.

Формула Циолковского показывает, что для получения большой идеальной скорости при определенной скорости истечения V_a запас топлива на борту ракеты должен составлять значительную часть полного (стартового) веса ракеты. Создание ракет с очень большими относительными запасами топлива связано с серьезными техническими трудностями. Поэтому, если необходимо получить большую идеальную скорость, обычно вместо простой одноступенчатой ракеты применяют составные многоступенчатые.

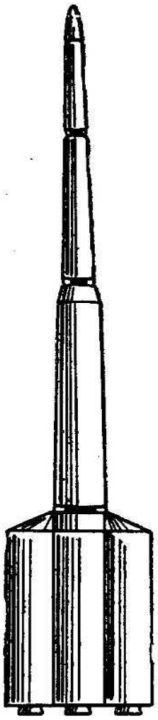
Хотя полет ракеты на активном участке занимает сравнительно небольшое время, на его протяжении вес ракеты изменяется в широких пределах, и это нельзя не учитывать при изучении динамики ракет. Современник К. Э. Циолковского русский ученый И. В. Мещерский (1859—1935) заложил основы и формулировал важнейшие положения механики тел *переменной массы*. На теоремах Мещерского основаны уравнения движения ракет, которые рассмотрены в настоящей книге. Надо заметить, что и для самолетов в некоторых случаях нельзя не учитывать изменения массы вследствие выгорания топлива, так как это привело бы к заметным погрешностям в результатах расчета.

В настоящей книге рассмотрены вопросы динамики полета как в плотных слоях атмосферы, так и в космическом пространстве, где аэродинамические силы пренебрежимо малы. В первой части книги в краткой форме приводятся основные положения механики и математики, используемые в книге.

Далее рассмотрены вопросы, связанные с полетом самолетов, пилотируемых летчиком, когда на характер движения не наложены какие-либо заранее определенные кинематические условия, а также вопросы, связанные с полетом автоматически управляемых летательных аппаратов, движение которых выполняется по определенной программе и непрерывно корректируется командной станцией.

При изучении сложного явления целесообразно это явление в известной степени схематизировать, выделив его главные, основные черты и пренебрегая второстепенными. Такой подход к изучению динамики полета, на котором мы будем основываться в дальнейшем, даст возможность установить общие закономерности, описывающие то или иное движение с известным приближением. Для получения более точного решения следовало бы рассмотреть и «второстепенные» черты явления; эти вопросы, однако, относятся скорее к проектированию летательных аппаратов, и мы здесь не будем затрагивать их.

Формулируем основные упрощающие предположения, лежащие в основе всего дальнейшего содержания.



Многоступенчатая ракета

1. Внешнюю среду, в которой происходит полет летательного аппарата, будем считать неизменной во времени, а характеристики этой среды — однозначно известными.

2. Летательный аппарат будем рассматривать как тело переменной массы с жестко фиксированной внешней оболочкой (контуром). Другими словами, будем пренебрегать упругими деформациями конструкции летательного аппарата, связанными с внешними нагрузками и с кинетическим нагревом поверхности аппарата.

3. Нестационарностью процессов, происходящих внутри оболочки, ограничивающей тело переменной массы (внутри летательного аппарата), будем пренебрегать. Таким образом, мы не будем принимать во внимание, например, так называемый эффект «жидких наполнений» — быстрого перемещения внутри летательного аппарата масс топлива.

Все задачи динамики полета можно разбить на две группы.

К первой группе относятся задачи о возможных и наивыгоднейших траекториях летательных аппаратов. При рассмотрении таких задач можно, не вникая в *процесс управления* летательным аппаратом, фиксировать внимание на *результатах* этого процесса, сводящихся к определенным изменениям скорости, высоты полета и других кинематических величин, характеризующих движение, в зависимости от времени. При этом должны быть выявлены требования к внешним силам, обеспечивающие тот или иной характер движения летательного аппарата.

Как будет показано, в первом приближении при решении задач первой группы летательный аппарат можно рассматривать как *материальную точку,* в общем случае переменной массы. Изложение этих задач и составляет содержание настоящей книги.

В задачах второй группы основным является *процесс управления* во всех его деталях и оценка устойчивости движения летательного аппарата по той или иной траектории. В результате решения задач второй группы выясняется *возможность осуществления полета* по той или иной траектории, полученной в результате решения задач первой группы. При решении задач второй группы летательный аппарат приходится рассматривать как *тело переменной массы.* Такие задачи относятся к области устойчивости и управляемости летательных аппаратов и рассматриваются во второй книге.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ОБЩИЕ ОСНОВЫ ДИНАМИКИ ПОЛЕТА

ГЛАВА I

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ТРАЕКТОРИЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

§ 1. Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений

Обыкновенным дифференциальным уравнением n-го порядка называется уравнение вида

$$F\left[x, y(x), y'(x), y''(x), \ldots, y^{(n)}(x)\right]=0, \tag{1.1}$$

содержащее независимую переменную x, неизвестную функцию $y(x)$ и ее производные [1]

$$y'(x)=\frac{dy}{dx}; \quad y''(x)=\frac{d^2y}{dx^2}, \quad \ldots, y^{(n)}(x)=\frac{d^ny}{dx^n}.$$

В уравнении (1.1) имеется одна неизвестная функция $y(x)$. В общем случае приходится иметь дело с системой n дифференциальных уравнений, содержащих n неизвестных функций $y_j(x)$, где $(j=1, 2, \ldots, n)$.

Общим решением дифференциального уравнения n-го порядка называется множество решений, которое состоит из всех без исключения частных решений. Полное или общее решение обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка содержит n произвольных постоянных, определяемых по заданным граничным условиям. *Частные решения* получаются из общего при определенных значениях постоянных.

Геометрически общее решение дифференциального уравнения n-го порядка представляет семейство кривых, зависящих от n параметров. Частное решение $y=\varphi(x)$ дифференциального уравнения, которое связывает между собой одну зависимую переменную y и независимую переменную x, представляет некоторую кривую в плоскости (x, y). Этому решению $y=\varphi(x)$ соответствует кривая, которую называют *интегральной кривой* данного дифференциального уравнения.

Дифференциальное уравнение называется *линейным* дифференциальным уравнением, если оно линейно относительно неизвестной функции и ее производных. Уравнение n-го порядка такого рода записывается в виде

$$\frac{d^ny}{dx^n}+X_1(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}+\ldots+X_n(x)\,y=Y(x), \tag{2.1}$$

где $X_i(x)$ $(i=1, 2, \ldots, n)$ и $Y(x)$ являются определенными функциями независимого переменного x.

[1] Далее вместо $y(x)$, $y^1(x)$ и т. д. для краткости пишется y, y^1 и т. д.

Уравнение (2.1) называется *линейным однородным*, если его правая часть тождественно равна нулю.

Системой линейных дифференциальных уравнений называется такая система, в которую неизвестные функции и их производные входят линейно. Дифференциальное уравнение n-го порядка можно привести к системе n дифференциальных уравнений первого порядка. Если эти уравнения разрешены относительно производных, то общий вид такой системы можно записать в форме

$$\left.\begin{aligned} y_1' &= f_1(x, y_1, y_2, \ldots, y_n), \\ y_2' &= f_2(x, y_1, y_2, \ldots, y_n), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n' &= f_n(x, y_1, y_2, \ldots, y_n). \end{aligned}\right\} \qquad (3.1)$$

Например, дифференциальное уравнение третьего порядка

$$y''' = f(x, y, y', y'')$$

может быть заменено системой трех более простых уравнений первого порядка. Действительно, обозначив

$$y = y_1, \; y' = y_2, \; y'' = y_3$$

и приняв во внимание, что $y''' = y_3'$, придем к системе трех более простых уравнений первого порядка:

$$\left.\begin{aligned} y_1' = y_2, \; y_2' = y_3, \\ y_3' = f(x, y_1, y_2, y_3). \end{aligned}\right\}$$

В конкретных задачах, связанных с решением дифференциальных уравнений, всегда рассматриваются какие-либо определенные *граничные условия*. Задачу отыскания решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям (заданным на некотором начальном многообразии), называют *задачей Коши*. Если условия, которым должно удовлетворять решение, заданы на границе области изменения переменных, то говорят о *краевой задаче*.

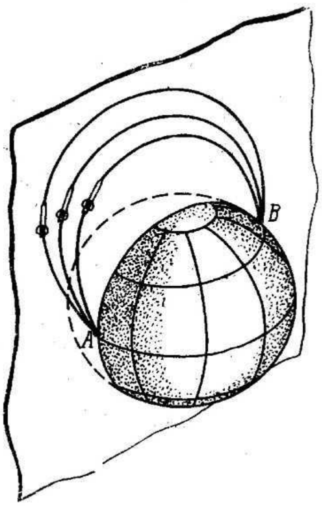


Рис. 1.1. Различные формы траекторий баллистической ракеты

Задание начального значения искомого решения, например для дифференциального уравнения первого порядка

$$y' = f(x, y),$$

в виде $y(x_0) = y_0$ геометрически означает, что ищется интегральная кривая, проходящая через заданную точку (x_0, y_0).

При решении *краевых задач* значение искомой функции задается не в одной начальной точке, а в двух, ограничивающих отрезок, на котором ищется решение. Действительное решение в таких задачах может, вообще говоря, не существовать, а если существует, то может быть и не единственным. Характерным примером такой задачи является полет баллистической ракеты из точки A земной поверхности в точку B (рис. 1.1). Движение ракеты может происходить принципиально по траекториям различной формы.

В общем случае при решении дифференциальных уравнений движения летательного аппарата приходится обращаться к методам *численного интегрирования*, нашедшим в последние годы особенно широкое