

**Абалакин В.К., Аксенов Е.П., Е. А.
Гребеников, Демин В.Г., Рябов Ю.А.**

**Справочное руководство по
небесной механике и
астродинاميке**

Учебная литература

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 37-053.2
ББК 74.27я7
А13

- Абалакин В.К.**
А13 Справочное руководство по небесной механике и астродинамике: Учебная литература / Абалакин В.К., Аксенов Е.П., Е. А. Гребеников, Демин В.Г., Рябов Ю.А. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 864 с.

ISBN 978-5-458-27685-6

Описание: Настоящее издание является справочным руководством по классической и прикладной небесной механике. Оно существенно отличается от первого издания, увидевшего свет в 1971 году. В данном издании введена новая часть (часть IX), посвященная движению небесных тел около центра масс. Другие разделы небесной механики, охватывающие теорию невозмущенного и возмущенного движений небесных тел, аналитические, численные и качественные методы, значительно расширены и дополнены. В новом изложении представлена часть VI, посвященная теории движения искусственных спутников Земли и теории гравитационного поля Земли, теория движения Луны и качественная небесная механика, составляющая содержание части X. Из предисловия: После выхода в свет первого издания «Справочного руководства» интерес к небесной механике и астродинамике не только не уменьшился, а, наоборот, увеличился и, стало быть, необходимость в подобной справочной литературе возросла. По этой причине первое издание быстро разошлось. Мы отдавали себе отчет в том, что в первом издании не все вопросы небесной механики и астродинамики были достаточно подробно изложены, а некоторые вовсе не излагались. В связи с этим возникла необходимость в переработке и дополнении многих разделов справочника. Во второе издание добавлена новая часть, девятая, Движение естественных и искусственных небесных тел относительно центра масс, написанная В. Г. Деминим. Существенной переработке подверглись все части «Справочного руководства», за исключением первых трех. В части IV добавлена новая глава, посвященная применению методов осреднения в небесной механике. Добавлены теоремы о канонических уравнениях и преобразованиях, уравнения в переменных Лагранжа, приведено более полное (с точностью до четвертых степеней малых величин) разложение в форме Ле-верье возмущающей функции, разложение возмущающей функции, пригодное для любых наклонов. Полностью переработано изложение теории движения Луны (глава 10), добавлены новые данные об эфемеридах больших планет на следующее десятилетие.

ISBN 978-5-458-27685-6

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

*Часть II***ЗАДАЧА ДВУХ ТЕЛ (АКСЕНОВ Е. П.)**

Глава 1. Общая теория невозмущенного кеплеровского движения . . .	211
§ 1.01. Постановка задачи. Различные формы дифференциальных уравнений движения	211
§ 1.02. Первые интегралы уравнений невозмущенного кеплеровского движения	214
§ 1.03. Типы невозмущенного кеплеровского движения	216
§ 1.04. Элементы орбиты	218
§ 1.05. Формулы, связывающие постоянные интегрирования и элементы орбиты	220
Глава 2. Основные формулы невозмущенного кеплеровского движения	221
§ 2.01. Эллиптическое движение	221
§ 2.02. Круговое движение	224
§ 2.03. Гиперболическое движение	225
§ 2.04. Параболическое движение	227
§ 2.05. Прямолинейное движение	229
§ 2.06. Вычисление эфемерид планет и комет	230
Глава 3. Разложение координат невозмущенного кеплеровского движения в ряды	231
§ 3.01. Разложение функций эксцентрической аномалии в тригонометрические ряды по кратным средней аномалии	231
§ 3.02. Разложение функций истинной аномалии в тригонометрические ряды по кратным средней аномалии	234
§ 3.03. Первые члены рядов по кратным средней аномалии для некоторых функций	235
§ 3.04. Формула Лагранжа	236
§ 3.05. Ряды по степеням эксцентриситета	237
§ 3.06. Тригонометрические ряды по кратным эксцентрической аномалии	239
§ 3.07. Ряды по кратным истинной аномалии	241
§ 3.08. Разложения координат невозмущенного кеплеровского движения в ряды по степеням времени	242
§ 3.09. Степенные ряды в случае эллиптического движения	244
Литература к части II	245

*Часть III***МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И УЛУЧШЕНИЯ ОРБИТ (РЯБОВ Ю. А.)**

Глава 1. Вычисление координат невозмущенного кеплеровского движения по элементам орбиты	247
§ 1.01. Вычисление орбитальных координат в случае эллиптической или гиперболической орбит	247
§ 1.02. Вычисление орбитальных координат в случае параболической орбиты	248
§ 1.03. Вычисление орбитальных координат в случае орбит, эксцентриситет которых близок к единице	248
§ 1.04. Вычисление гелиоцентрических прямоугольных эклиптических и экваториальных координат	249

Глава 2. Определение орбит	250
§ 2.01. Определение гелиоцентрических положений по трем геоцентрическим наблюдениям в случае эллиптической или гиперболической орбит	250
§ 2.02. Особые случаи, встречающиеся при вычислении гелиоцентрических координат	254
§ 2.03. Определение гелиоцентрических положений по четырем геоцентрическим наблюдениям в случае эллиптической или гиперболической орбит	255
§ 2.04. Определение гелиоцентрических положений по трем геоцентрическим наблюдениям в случае параболической орбиты	257
§ 2.05. Вычисление элементов эллиптической орбиты по двум гелиоцентрическим положениям	260
§ 2.06. Определение элементов гиперболической орбиты по двум гелиоцентрическим положениям	262
§ 2.07. Определение элементов параболической орбиты по двум гелиоцентрическим положениям	263
§ 2.08. Уравнения Ламберта и Эйлера	264
§ 2.09. Определение элементов эллиптической или гиперболической орбиты по двум гелиоцентрическим положениям с помощью уравнения Ламберта	265
§ 2.10. Определение элементов круговой орбиты по двум наблюдениям	268
§ 2.11. Вычисление элементов гелиоцентрической орбиты по положению и скорости в начальный момент	270
Глава 3. Улучшение первоначальной орбиты	273
§ 3.01. Дифференциальное исправление орбит. Постановка задачи	273
§ 3.02. Выражения для производных от координат по элементам (или по функциям элементов)	275
§ 3.03. Условные уравнения, составляемые по наблюдениям долготы и широты небесного тела	281
Глава 4. Определение и улучшение элементов орбит искусственных спутников Земли	283
§ 4.01. Определение элементов орбит ИСЗ по положению и скорости в момент выхода на орбиту	283
§ 4.02. Определение предварительных элементов орбиты ИСЗ по наблюдениям	285
§ 4.03. Улучшение орбит ИСЗ	287
Литература к части III	287

Часть IV

ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ (ГРЕБЕНИКОВ Е. А., РЯБОВ Ю. А.)

Глава 1. Дифференциальные уравнения движения задачи n тел в координатах	288
§ 1.01. Уравнения абсолютного движения	288
§ 1.02. Уравнение Лагранжа — Якоби	290
§ 1.03. Уравнения движения в барицентрических прямоугольных координатах	291
§ 1.04. Уравнения движения в координатах Якоби	292
§ 1.05. Уравнения относительного движения в прямоугольных координатах	293
§ 1.06. Уравнения движения в идеальных прямоугольных координатах Ганзена	295

§ 1.07. Уравнения абсолютного движения в цилиндрических координатах	297
§ 1.08. Уравнения относительного движения в цилиндрических координатах	299
§ 1.09. Уравнения абсолютного движения в сферических координатах	301
§ 1.10. Уравнения относительного движения в сферических координатах	302
§ 1.11. Уравнения движения в полярных координатах Ганзена	305
§ 1.12. Уравнения Клеро — Лапласа	306
§ 1.13. Общее правило составления канонических уравнений	307
§ 1.14. Первая каноническая форма уравнений абсолютного движения	309
§ 1.15. Вторая каноническая форма уравнений абсолютного движения	310
§ 1.16. Третья каноническая форма уравнений абсолютного движения	312
§ 1.17. Первая каноническая форма уравнений относительного движения	313
§ 1.18. Вторая каноническая форма уравнений относительного движения	314
§ 1.19. Третья каноническая форма уравнений относительного движения	316
§ 1.20. Уравнение Гамильтона — Якоби. Метод Гамильтона — Якоби	318
§ 1.21. Уравнения движения системы в векторной форме	319
Глава 2. Дифференциальные уравнения поступательно-вращательного движения небесных тел	321
§ 2.01. Углы Эйлера. Кинематические уравнения Эйлера	321
§ 2.02. Силловая функция системы тел	323
§ 2.03. Разложение силловой функции двух тел	324
§ 2.04. Уравнения поступательно-вращательного движения системы тел в абсолютной прямоугольной системе координат	326
§ 2.05. Уравнения поступательно-вращательного движения системы тел в относительной прямоугольной системе координат	328
§ 2.06. Каноническая форма уравнений поступательно-вращательного движения системы тел	330
Глава 3. Дифференциальные уравнения возмущенного движения тела для различных систем оскулирующих элементов	332
§ 3.01. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных	332
§ 3.02. Уравнения Ньютона для кеплеровских оскулирующих элементов (общий случай)	334
§ 3.03. Уравнения Ньютона для эллиптических кеплеровских оскулирующих элементов	336
§ 3.04. Уравнения Лагранжа для кеплеровских оскулирующих элементов (общий случай)	337
§ 3.05. Уравнения Лагранжа для эллиптических кеплеровских оскулирующих элементов	338
§ 3.06. Уравнения возмущенного движения для канонических элементов Якоби	339
§ 3.07. Уравнения возмущенного движения для канонических элементов Делоне	340
§ 3.08. Две системы канонических элементов Пуанкаре	340
§ 3.09. Уравнения возмущенного движения в переменных Лагранжа для случая малых эксцентриситетов	342
§ 3.10. Уравнения в переменных Лагранжа для случая малых наклонов	343
§ 3.11. Уравнения возмущенного движения в переменных Лагранжа (общий случай)	344
§ 3.12. Связь между прямоугольными координатами движущейся точки и различными системами канонических элементов	345

Глава 4. Дифференциальные уравнения возмущенного движения задачи n тел для различных систем оскулирующих элементов	347
§ 4.01. Уравнения Ньютона для кеплеровских оскулирующих элементов (общий случай)	347
§ 4.02. Уравнения Ньютона для эллиптических кеплеровских оскулирующих элементов	349
§ 4.03. Уравнения Лагранжа для кеплеровских оскулирующих элементов (общий случай)	350
§ 4.04. Уравнения Лагранжа для эллиптических кеплеровских оскулирующих элементов	350
§ 4.05. Уравнения возмущенного движения в канонических элементах Якоби	351
§ 4.06. Уравнения возмущенного движения в канонических элементах Делоне	353
§ 4.07. Две системы канонических элементов Пуанкаре	353
§ 4.08. Уравнения возмущенного движения в переменных Лагранжа для случая малых эксцентриситетов	355
§ 4.09. Уравнения в переменных Лагранжа для случая малых наклонов	356
§ 4.10. Уравнения возмущенного движения в переменных Лагранжа (общий случай)	357
Глава 5. Специальные функции	359
§ 5.01. Эллиптические интегралы и эллиптические функции	359
§ 5.02. Гипергеометрический ряд и гипергеометрическая функция	366
§ 5.03. Полиномы Лежандра. Функции Лежандра	368
§ 5.04. Присоединенные функции Лежандра	371
§ 5.05. Сферические функции	373
§ 5.06. Цилиндрические функции. Функции Бесселя	375
§ 5.07. Функции Ламе	379
§ 5.08. Полиномы Гегенбауэра. Коэффициенты Лапласа	380
§ 5.09. Числа Коши	384
Глава 6. Разложение возмущающей функции	385
§ 6.01. Разложение возмущающей функции в задаче о движении двух планет (случай круговых орбит)	385
§ 6.02. Разложение возмущающей функции в задаче о движении двух планет (случай малых эксцентриситетов и взаимного наклона)	390
§ 6.03. Разложение возмущающей функции в случае произвольного взаимного наклона	400
§ 6.04. Вековая часть возмущающей функции в двухпланетной задаче	402
§ 6.05. Численные методы разложения возмущающей функции	404
§ 6.06. Полуаналитический метод Брауэра — Клеменса разложения возмущающей функции	405
Глава 7. Аналитические методы вычисления возмущений координат	408
§ 7.01. Метод Хилла	408
§ 7.02. Метод Ганзена	412
§ 7.03. Метод Брауэра	415
§ 7.04. Метод Лапласа — Ньюкома	419
Глава 8. Аналитические методы вычисления возмущений элементов	421
§ 8.01. Общий вид возмущений элементов. Порядок, степень, ранг и класс возмущений	421
§ 8.02. Метод Гаусса вычисления вековых возмущений первого порядка	422

§ 8.03. Метод Лагранжа определения вековых возмущений в двухпланетной задаче	424
§ 8.04. Основы метода Делоне	426
§ 8.05. Связь между возмущениями координат и возмущениями элементов	430
Глава 9. Методы теории возмущений, основанные на схемах осреднения	432
§ 9.01. Основные схемы осреднения возмущающей функции в двухпланетной задаче	432
§ 9.02. Уравнения осредненных схем ограниченной круговой задачи трех тел, определяющие промежуточную орбиту (нулевое приближение). Их первые интегралы	436
§ 9.03. Разложение возмущающей функции для схем осреднения	440
§ 9.04. Основы метода теории возмущений	442
Глава 10. Теория движения Луны	443
§ 10.01. Уравнения основной проблемы в теории движения Луны	444
§ 10.02. Разложение возмущающей функции в основной проблеме теории движения Луны	445
§ 10.03. Решение Делоне основной проблемы в теории движения Луны	447
§ 10.04. Основные этапы построения теории Хилла — Брауна движения Луны	458
§ 10.05. Промежуточная орбита в теории Хилла — Брауна	462
§ 10.06. Общее решение уравнений основной проблемы в теории Хилла — Брауна	465
§ 10.07. Переход к сферическим координатам	467
§ 10.08. Численные значения постоянных интегрирования и параметров в теории Хилла — Брауна	468
§ 10.09. Окончательные выражения для долготы V , широты β и синуса параллакса $\sin p_L$, соответствующие решению основной проблемы	470
§ 10.10. Возмущения Луны, обусловленные притяжением планет, фигурами Земли и Луны	477
§ 10.11. Уточнение теории движения Луны Хилла — Брауна	481
Глава 11. Теория движения больших планет	484
§ 11.01. Внутренние планеты	487
§ 11.02. Внешние планеты	493
§ 11.03. Полиномиальное представление оскулирующих элементов орбит внешних планет	498
§ 11.04. Полиномиальное представление прямоугольных гелиоцентрических координат Юпитера и Сатурна	501
§ 11.05. Тригонометрическая теория вековых возмущений орбит больших планет	504
Глава 12. Движение малых тел Солнечной системы	508
§ 12.01. Невозмущенное движение спутников	509
§ 12.02. Возмущения оскулирующих элементов орбит спутников, вызываемые сжатием планеты	510
§ 12.03. Возмущения в движении спутников, вызываемые притяжением Солнца	513
§ 12.04. Общие сведения о характере движения малых планет	513
§ 12.05. Возмущенное движение малых планет	514
§ 12.06. Общие сведения о движении комет	517
§ 12.07. Возмущенное движение комет	518
Литература к части IV	519

Часть V**ЗАДАЧА ТРЕХ ТЕЛ (ГРЕБЕНИКОВ Е. А.)****Глава 1. Неограниченная задача трех тел 524**

- § 1.01. Различные формы дифференциальных уравнений движения задачи трех тел 524
- § 1.02. Лагранжевы решения. Точки либрации 527

Глава 2. Ограниченная круговая задача трех тел 533

- § 2.01. Дифференциальные уравнения движения. Интеграл Якоби . . 533
- § 2.02. Поверхность нулевой относительной скорости 534
- § 2.03. Лагранжевы решения ограниченной круговой задачи трех тел. Точки либрации 535
- § 2.04. Различные гравитационные сферы 536
- § 2.05. Периодические решения ограниченной круговой задачи трех тел . 539
- § 2.06. Критерий Тиссерана 542
- § 2.07. Уравнения ограниченной круговой задачи в эллипсоидальных переменных 542
- § 2.08. Уравнение Гамильтона — Якоби в эллипсоидальных переменных 546
- § 2.09. Понижение порядка системы уравнений плоской ограниченной круговой задачи трех тел 547

Глава 3. Другие ограниченные задачи трех тел 548

- § 3.01. Общий случай ограниченной задачи трех тел 548
- § 3.02. Задача двух неподвижных центров 549
- § 3.03. Задача Хилла 551

Литература к части V 552**Часть VI****ДВИЖЕНИЕ****ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ (АКСЕНОВ Е. П.)****Глава 1. Гравитационное поле Земли. Дифференциальные уравнения движения искусственного спутника 555**

- § 1.01. Потенциал притяжения Земли 555
- § 1.02. Стандартная Земля 559
- § 1.03. Дифференциальные уравнения движения спутника 562
- § 1.04. Элементы орбиты ИСЗ. Дифференциальные уравнения для оскулирующих элементов 563

Глава 2. Возмущения, вызываемые второй зональной гармоникой геопотенциала 565

- § 2.01. Возмущения от второй зональной гармоники как функции средней аномалии 565
- § 2.02. Возмущения от второй зональной гармоники как функции истинной аномалии 570
- § 2.03. Случай орбит с малыми эксцентриситетами 573

Глава 3. Теория промежуточных орбит ИСЗ	577
§ 3.01. Задачи Штерна, Гарфинкеля и Акнеса	577
§ 3.02. Задачи Баррара, Винти и Кислика	581
§ 3.03. Обобщенная задача двух неподвижных центров	584
§ 3.04. Промежуточная орбита, основанная на обобщенной задаче двух неподвижных центров	588
§ 3.05. Дифференциальные уравнения для элементов промежуточной орбиты	591
Глава 4. Возмущения гравитационной природы	593
§ 4.01. Возмущения от зональных гармоник высших порядков	593
§ 4.02. Возмущения от зональной гармоник произвольного порядка	597
§ 4.03. Возмущения от тессеральных и секториальных гармоник	601
§ 4.04. Лунно-солнечные возмущения	603
§ 4.05. Определение постоянных интегрирования	607
§ 4.06. Вычисление возмущенных координат спутника	608
Глава 5. Возмущения, вызываемые сопротивлением атмосферы и световым давлением	609
§ 5.01. Плотность атмосферы	609
§ 5.02. Стандартная атмосфера	612
§ 5.03. Сила сопротивления атмосферы	612
§ 5.04. Основные возмущения от сопротивления атмосферы	613
§ 5.05. Продолжительность жизни спутника	614
§ 5.06. Эволюция орбиты на больших промежутках времени	616
§ 5.07. Сила светового давления	617
§ 5.08. Возмущения от светового давления (без учета тени)	618
§ 5.09. Возмущения от светового давления (с учетом тени)	620
§ 5.10. Теневая функция	622
Глава 6. Другие возмущения в движении ИСЗ	625
§ 6.01. Возмущения, вызываемые прецессией и нутацией экваториальной плоскости Земли	625
§ 6.02. Возмущения, вызываемые приливной деформацией Земли	628
§ 6.03. Релятивистские эффекты. Влияние электромагнитных сил и притяжения атмосферы	630
Литература к части VI	632

Часть VII

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ (РЯБОВ Ю. А.)

Глава 1. Интерполирование и приближение функций	635
§ 1.01. Таблица разностей функции	635
§ 1.02. Интерполяционные формулы	637
§ 1.03. Остаточные члены интерполяционных формул	639
§ 1.04. Обратное интерполирование	642
§ 1.05. Интерполирование функции двух переменных	643
§ 1.06. Приближение функций с помощью сплайнов	644
§ 1.07. Среднеквадратичные приближения функций	645
§ 1.08. Сглаживание табличных значений функций	647
§ 1.09. Равномерные приближения	648

§ 1.10. Аппроксимация периодических функций с известным периодом тригонометрическими полиномами по методу наименьших квадратов	649
§ 1.11. Аппроксимация условно-периодических функций с известными частотами полиномом Фурье по методу наименьших квадратов	650
§ 1.12. Определение неизвестных частот периодической или условно-периодической функции по совокупности табличных данных	651
§ 1.13. Выделение «вековой части» функции по совокупности табличных значений	653
Глава 2. Численное дифференцирование и интегрирование	655
§ 2.01. Численное дифференцирование с помощью интерполяционных формул	655
§ 2.02. Другие формулы численного дифференцирования	657
§ 2.03. Численное интегрирование функции по таблице ее значений с постоянным шагом	658
§ 2.04. Квадратурные формулы Гаусса	660
§ 2.05. Численное интегрирование сильно осциллирующих функций	663
§ 2.06. Правило Рунге практической оценки погрешности квадратурных формул	664
§ 2.07. Квадратурные формулы для несобственных интегралов	665
Глава 3. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	667
§ 3.01. Метод Рунге — Кутта	668
§ 3.02. Метод Адамса	670
§ 3.03. Метод Коуэлла	672
§ 3.04. Метод Штермера (для уравнений второго порядка)	673
§ 3.05. Метод Коуэлла (1-й вариант)	674
§ 3.06. Метод Коуэлла (2-й вариант)	675
§ 3.07. Накопление погрешностей при численном интегрировании	676
§ 3.08. Метод Энке численного интегрирования уравнений возмущенного движения	676
§ 3.09. Общая постановка краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Случай линейной краевой задачи	678
§ 3.10. Метод стрельбы при нахождении решения линейной двухточечной краевой задачи	679
§ 3.11. Краевая задача для квазилинейной системы с линейными краевыми условиями	682
§ 3.12. Краевая задача для системы, близкой к нелинейной невозмущенной системе	683
§ 3.13. Применение метода градиентного спуска для решения нелинейной краевой задачи общего вида	684
§ 3.14. Разностный метод решений краевых задач	687
Глава 4. Метод наименьших квадратов решения алгебраических и трансцендентных уравнений	689
§ 4.01. Постановка задачи	689
§ 4.02. Линейные и равнооточные условные уравнения	690
§ 4.03. Вероятностные оценки погрешности решения	691
§ 4.04. Неравнооточные условные уравнения	691
§ 4.05. Линеаризация условных уравнений общего вида	692
Литература к части VII	693

Часть VIII

ОПТИМАЛЬНЫЕ
И КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ АСТРОДИНАМИКИ (ГРЕБЕНИКОВ Е. А.)

Глава 1. Сведения из вариационного исчисления и математической теории оптимальных процессов	694
§ 1.01. Понятие функционала	696
§ 1.02. Задача Лагранжа. Множители Лагранжа. Уравнения Эйлера	698
§ 1.03. Первая формулировка задачи Майера	699
§ 1.04. Вторая формулировка задачи Майера	699
§ 1.05. Изопериметрическая задача	700
§ 1.06. Задача Больца	700
§ 1.07. Третья формулировка задачи Майера. Обобщение теоремы Лагранжа. Характеристические уравнения (обобщенные уравнения Эйлера — Лагранжа)	701
§ 1.08. Свойство множителей Лагранжа на ломаных экстремальных. Условие Вейерштрасса — Эрдмана	703
§ 1.09. Принцип максимума Понтрягина	704
§ 1.10. Принцип оптимальности Беллмана	706
Глава 2. Основные уравнения динамики тел переменной массы	707
§ 2.01. Основное уравнение динамики точки переменной массы (уравнение Мещерского)	707
§ 2.02. Обобщенное уравнение Мещерского	708
§ 2.03. Уравнения движения тела переменной массы в обобщенных координатах (уравнения Лагранжа второго рода)	709
§ 2.04. Канонические уравнения движения тела переменной массы	709
Глава 3. Некоторые оптимальные задачи динамики полета в околоземном пространстве	711
§ 3.01. Уравнения движения ракеты. Формула Циолковского	711
§ 3.02. Развернутая форма характеристических уравнений для задачи о движении ракеты	714
§ 3.03. Определение базис-вектора и p -траектории. Определение функций переключения	715
§ 3.04. Определение импульсной тяги. Точки соединения на оптимальных траекториях	717
§ 3.05. Максимизация высоты вертикального подъема ракеты в однородном поле тяжести	717
§ 3.06. Максимизация горизонтальной дальности полета ракеты в однородном поле тяжести при заданной программе расхода топлива	720
§ 3.07. Общая вариационная задача для движения ракеты в однородном поле тяжести	722
§ 3.08. Общая вариационная задача для движения ракеты в однородном поле тяжести при наличии аэродинамического сопротивления	723
§ 3.09. Определение оптимальной программы тяги при вертикальном подъеме ракеты в неоднородном поле тяготения в сопротивляющейся атмосфере	725
§ 3.10. Задача о максимизации полной энергии космического аппарата	726
§ 3.11. Задача о минимизации характеристической скорости маневра	728

Глава 4. Межорбитальные перелеты	729
§ 4.01. Простейшая краевая задача	729
§ 4.02. Уравнение для базиса-вектора на участке нулевой тяги при движении ракеты в ньютоновском поле тяготения	730
§ 4.03. Уравнение для базиса-вектора на участке промежуточной тяги при движении ракеты в ньютоновском поле тяготения	732
§ 4.04. Уравнение для базиса-вектора на участке максимальной тяги при движении ракеты в ньютоновском поле тяготения	733
§ 4.05. Метод p -траекторий. Структура оптимальной траектории	733
§ 4.06. Связь между величиной импульса и элементами эллиптической орбиты	734
§ 4.07. Оптимальный p -импульсный переход между двумя заданными компланарными эллиптическими орбитами	735
§ 4.08. Оптимальный переход между двумя компланарными круговыми орбитами	737
§ 4.09. Оптимальный переход между двумя соосными орбитами	738
§ 4.10. Другие траектории перелета в случае компланарных орбит планет старта и назначения	738
§ 4.11. Траектории полета вблизи нескольких планет	740
§ 4.12. Начальный этап (запуск и уход) межпланетной траектории	743
§ 4.13. Полеты к Луне	744
Литература к части VIII	748

Часть IX

ДВИЖЕНИЕ ЕСТЕСТВЕННЫХ И ИСКУССТВЕННЫХ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ ОТНОСИТЕЛЬНО ЦЕНТРА МАСС (ДЕМИН В. Г.)

Глава 1. Дифференциальные уравнения движения небесных тел относительно центра масс	751
§ 1.01. Вращение Земли относительно центра масс	751
§ 1.02. Канонические уравнения вращательного движения небесных тел	754
§ 1.03. Астродинамические дифференциальные уравнения возмущенного движения спутника относительно центра масс	759
§ 1.04. Моменты сил, действующих на спутник	762
§ 1.05. Движение спутника относительно центра масс в центральном ньютоновском поле	764
§ 1.06. Задача о поступательно-вращательном движении двух гравитирующих динамически симметричных тел	768
§ 1.07. Вращение Луны	770
§ 1.08. Дифференциальные уравнения движения деформируемого небесного тела	771
§ 1.09. Теория фигур небесных тел	772
Глава 2. Устойчивость и стабилизация вращательного движения искусственных небесных тел	777
§ 2.01. Устойчивость движения спутников в гравитационном поле сил	777
§ 2.02. Устойчивость движения спутников под действием моментов сил различной природы	781
§ 2.03. Стабилизация движения спутников и космических аппаратов	784
Литература к части IX	786