

У. Джонсон

Теория вертолета

Том 2

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 656
ББК 39.1
У11

У11 **У. Джонсон**
Теория вертолета: Том 2 / У. Джонсон – М.: Книга по Требованию, 2024. – 515 с.

ISBN 978-5-458-40587-4

Монография известного американского инженера-вертолетчика. Наиболее полное на начало 1980-х годов изложение теории и методов расчета вертолетов различных схем. В русском переводе выходит в двух книгах. В кн. 1 рассматриваются проблемы аэродинамики, динамики движения, управления, устойчивости и общего проектирования вертолетов в упрощенной постановке. Для специалистов, занимающихся проектированием вертолетов, а также аспирантов и студентов авиационных вузов. В кн. 2 рассматриваются детальные математические модели аэродинамики, аэроупругости, динамики движения, управления, устойчивости и акустических шумов вертолета. Для специалистов, занимающихся проектированием и исследованием вертолетов, а также для аспирантов и студентов авиационных вузов.

ISBN 978-5-458-40587-4

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2024
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

где ρ — плотность воздуха, а c — хорда лопасти. Далее будем использовать безразмерные величины, в которые ρ не войдет. Коэффициенты подъемной силы и сопротивления, равные соответственно $c_l = c_l(\alpha, M)$ и $c_d = c_d(\alpha, M)$, являются функциями угла атаки $\alpha = \theta - \varphi$ и числа Маха $M = M_k U$, где M_k — число Маха на конце лопасти для режима висения. В действительности подъемная сила и сопротивление сечения лопасти зависят и от других параметров, например от местного угла скольжения потока и от нестационарных изменений угла атаки. Эти эффекты могут быть учтены в численном анализе, но здесь мы пренебрежем ими. Радиальная сила в сечении равна

$$F_r = \frac{u_R}{U} D - z' F_z = \frac{1}{2} U u_R c c_d - z' F_z.$$

Первый член выражает радиальную силу сопротивления сечения, обусловленную вязкостью воздуха, и получен в предположении о том, что эта сила направлена под тем же углом скольжения, что и местная скорость (см. разд. 5.12, где даны вывод и обсуждение этого результата). Второй член — радиальная составляющая нормальной силы F_z , возникающая вследствие местного изгиба z' в плоскости взмаха. Кабрирующий момент относительно оси жесткости равен

$$M_a = -x_A L + M_{ц.д} + M_{нс} = -x_A \frac{1}{2} U^2 c c_l + \frac{1}{2} U^2 c^2 c_{m, ц.д} + M_{нс},$$

где $M_{ц.д}$ — момент относительно центра давления, $M_{нс}$ — нестационарный аэродинамический момент.

Силы, действующие в сечении лопасти, определяются выражениями

$$\begin{aligned} F_z &= L \cos \varphi - D \sin \varphi = (L u_T - D u_P) / U, \\ F_x &= L \sin \varphi + D \cos \varphi = (L u_P + D u_T) / U. \end{aligned}$$

Подставим в них выражения для L и D и после деления на градиент подъемной силы a и хорду сечения c получим

$$\begin{aligned} \frac{F_z}{ac} &= U \left(u_T \frac{c_l}{2a} - u_P \frac{c_d}{2a} \right), \\ \frac{F_x}{ac} &= U \left(u_P \frac{c_l}{2a} + u_T \frac{c_d}{2a} \right), \\ \frac{F_r}{ac} &= U u_R \frac{c_d}{2a} - z' \frac{F_z}{ac}, \\ \frac{M_a}{ac} &= -x_A U^2 \frac{c_l}{2a} + U^2 c \frac{c_m}{2a} + \frac{M_{нс}}{2a}. \end{aligned}$$

В уравнениях движения несущего винта используются интегралы от этих сил по радиусу лопасти. Аэродинамический момент M_a пока рассматривать не будем (до разд. 11.8).

Задачей настоящей главы является получение аэродинамических сил в уравнениях движения, выраженных через параметры возмущенного движения лопасти (изменения скорости и угла установки). Каждая составляющая скорости воздушного потока относительно лопасти имеет постоянную часть, определяемую установившейся работой винта на балансировочном режиме, и переменную, вызванную возмущенным движением. Последняя при выводе уравнений движения полагается малой. Таким образом, для угла установки и скоростей можно записать выражения

$$\begin{aligned}\theta &= (\theta)_{\text{бал}} + \delta\theta, & u_T &= (u_T)_{\text{бал}} + \delta u_T, \\ u_P &= (u_P)_{\text{бал}} + \delta u_P, & u_R &= (u_R)_{\text{бал}} + \delta u_R.\end{aligned}$$

После подстановки индекс «бал» опускаем. Возмущения угла атаки, результирующей скорости и числа Маха приобретают вид

$$\begin{aligned}\delta\alpha &= \delta\theta - (u_T \delta u_P - u_P \delta u_T)/U^2, \\ \delta U &= (u_T \delta u_T + u_P \delta u_P)/U, \\ \delta M &= M_\kappa \delta U,\end{aligned}$$

а возмущения коэффициентов аэродинамических сил —

$$\begin{aligned}\delta c_l &= \frac{\partial c_l}{\partial \alpha} \delta\alpha + \frac{\partial c_l}{\partial M} \delta M = c_{l_\alpha} \delta\alpha + c_{l_M} \delta M, \\ \delta c_d &= \frac{\partial c_d}{\partial \alpha} \delta\alpha + \frac{\partial c_d}{\partial M} \delta M = c_{d_\alpha} \delta\alpha + c_{d_M} \delta M.\end{aligned}$$

Возмущения аэродинамических сил определим путем дифференцирования соотношений для F_x , F_z и F_r с использованием вышеприведенных результатов для выражения этих возмущений через $\delta\theta$, δu_T , δu_P и δu_R . Коэффициенты при возмущениях вычисляются для балансировочного режима. В итоге имеем

$$\begin{aligned}\delta \frac{F_z}{\rho c} &= \left(U u_T \frac{c_{l_\alpha}}{2a} - U u_P \frac{c_{d_\alpha}}{2a} \right) \delta\theta + \\ &+ \left[-\frac{u_T}{U} \left(u_T \frac{c_{l_\alpha}}{2a} - u_P \frac{c_{d_\alpha}}{2a} \right) + \left(\frac{c_l}{2a} + M \frac{c_{l_M}}{2a} \right) \frac{u_T u_P}{U} - \right. \\ &- \left. \left(\frac{c_d}{2a} + M \frac{c_{d_M}}{2a} \right) \frac{u_P^2}{U} - \frac{c_d}{2a} U \right] \delta u_P + \left[\frac{u_P}{U} \left(u_T \frac{c_{l_\alpha}}{2a} - \right. \right. \\ &- \left. \left. u_P \frac{c_{d_\alpha}}{2a} \right) + \left(\frac{c_l}{2a} + M \frac{c_{l_M}}{2a} \right) \frac{u_T^2}{U} + \frac{c_l}{2a} U - \right. \\ &- \left. \left. \left(\frac{c_d}{2a} + M \frac{c_{d_M}}{2a} \right) \frac{u_T u_P}{U} \right] \delta u_T = \\ &= F_{z_\theta} \delta\theta + F_{z_P} \delta u_P + F_{z_T} \delta u_T,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta \frac{F_x}{ac} &= \left(U u_P \frac{c_{l\alpha}}{2a} + U u_T \frac{c_{d\alpha}}{2a} \right) \delta\theta + \\ &+ \left[-\frac{u_T}{U} \left(u_P \frac{c_{l\alpha}}{2a} + u_T \frac{c_{d\alpha}}{2a} \right) + \left(\frac{c_l}{2a} + M \frac{c_{lM}}{2a} \right) \frac{u_P^2}{U} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{c_l}{2a} U + \left(\frac{c_d}{2a} + M \frac{c_{dM}}{2a} \right) \frac{u_T u_P}{U} \right] \delta u_P + \\ &+ \left[\frac{u_P}{U} \left(u_P \frac{c_{l\alpha}}{2a} + u_T \frac{c_{d\alpha}}{2a} \right) + \left(\frac{c_l}{2a} + M \frac{c_{lM}}{2a} \right) \frac{u_P u_T}{U} + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{c_d}{2a} + M \frac{c_{dM}}{2a} \right) \frac{u_T^2}{U} + \frac{c_d}{2a} U \right] \delta u_T = \\ &= F_{x\theta} \delta\theta + F_{xP} \delta u_P + F_{xT} \delta u_T, \\ \delta \frac{F_r}{ac} &= \left(U u_R \frac{c_{d\alpha}}{2a} \right) \delta\theta + \left[-\frac{u_T u_R}{U} \frac{c_{d\alpha}}{2a} + \left(\frac{c_d}{2a} + M \frac{c_{dM}}{2a} \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{u_P u_R}{U} \right] \delta u_P + \left[\frac{u_P u_R}{U} \frac{c_{d\alpha}}{2a} + \left(\frac{c_d}{2a} + M \frac{c_{dM}}{2a} \right) \frac{u_T u_R}{U} \right] \delta u_T + \\ &\quad + \left[U \frac{c_d}{2a} \right] \delta u_R - \left(\frac{F_z}{ac} \right) \delta z' - (z') \delta \frac{F_z}{ac}. \end{aligned}$$

Ввиду того что для слабонагруженного несущего винта вертолета характерны малые скорости протекания, при аэродинамическом анализе таких винтов можно принять допущение о малости углов. Итак, полагаем, что θ , φ и c_d/c_l малы по сравнению с 1. Отсюда следует, что α и u_P/u_T также малы, $U \approx u_T$ и $\varphi \approx u_P/u_T$. При этом силы, действующие в сечении, равны

$$\begin{aligned} \frac{F_z}{ac} &\approx \frac{L}{ac} \approx u_T^2 \frac{c_l}{2a}, \\ \frac{F_x}{ac} &\approx u_T u_P \frac{c_l}{2a} + u_T^2 \frac{c_d}{2a}, \\ \frac{F_r}{ac} &\approx u_T u_R \frac{c_d}{2a} - z' \frac{F_z}{ac}. \end{aligned}$$

При использовании предположения о малости углов градиент подъемной силы по углу атаки обычно считают постоянным и пренебрегают срывом. Тогда $c_l = a\alpha = a(\theta - u_P/u_T)$ и

$$\begin{aligned} \frac{F_z}{ac} &= \frac{1}{2} u_T^2 \alpha = \frac{1}{2} (u_T^2 \theta - u_T u_P), \\ \frac{F_x}{ac} &= \frac{1}{2} u_T u_P \alpha + u_T^2 \frac{c_d}{2a} = \frac{1}{2} (u_T u_P \theta - u_P^2) + u_T^2 \frac{c_d}{2a}. \end{aligned}$$

В предположении малости углов выражения для возмущений сил приобретают вид

$$\begin{aligned}\delta \frac{F_z}{ac} &= \frac{1}{2} u_T^2 \delta \theta - \frac{1}{2} u_T \delta u_p + \frac{1}{2} (u_p + 2u_T \alpha) \delta u_T, \\ \delta \frac{F_x}{ac} &= \frac{1}{2} u_T u_p \delta \theta + \frac{1}{2} (u_T \alpha - u_p) \delta u_p + \left(\frac{1}{2} u_p \theta + 2u_T \frac{c_d}{2a} \right) \delta u_T, \\ \delta \frac{F_z}{ac} &= \frac{c_d}{ac} u_R \delta u_T + \frac{c_d}{2a} u_T \delta u_R - \left(\frac{F_z}{ac} \right) \delta z' - (z') \delta \frac{F_z}{ac}.\end{aligned}$$

Одновременно с указанным упрощением пренебрегается обратным обтеканием и членами $c_{d\alpha}$, c_{lM} и c_{dM} . Полученные формулы для сил в сечении лопасти выражают основные закономерности аэродинамики несущего винта и в то же время допускают аналитическое интегрирование.

Теперь определим постоянные составляющие и возмущения скоростей. Скорость полета вперед на балансировочном режиме имеет в качестве проекций на оси системы координат, связанной с ПВ, характеристику режима и коэффициент протекания:

$$\mu = \frac{V \cos \alpha_{\text{ПВ}}}{\Omega R}, \quad \lambda_{\text{ПВ}} = \lambda_i + \mu \operatorname{tg} \alpha_{\text{ПВ}}.$$

Относительная скорость потока в плоскости вращения обусловлена вращением винта и скоростью полета вертолета вперед; ее составляющие равны $u_T = r + \mu \sin \psi$ и $u_R = \mu \cos \psi$ (см. гл. 5). Отсюда следует, что аэродинамические силы, определяемые только скоростями u_T и u_R , зависят лишь от μ . Угол установки лопасти θ и нормальная скорость u_p зависят от режима работы винта, в частности от коэффициента силы тяги и от μ . Следовательно, те аэродинамические силы, в выражения которых входят постоянные значения θ или u_p , требуют для своего определения знания угла атаки и нагрузок на данном режиме работы. При полете вперед скорость лопасти и нагрузки на нее периодически изменяются вследствие одновременного вращательного и поступательного движения лопасти, что приводит к периодическим коэффициентам в уравнениях движения. На висении и на вертикальных режимах полета винт находится в осесимметричном потоке, так что уравнения движения для этих случаев имеют постоянные коэффициенты.

Теоретические возмущения скоростей зависят от того, какие степени свободы лопасти рассматриваются. Последующие разделы этой главы посвящены определению возмущений скоростей, соответствующих различным моделям движения винта, рассмотренным в гл. 9, и интегрированию полученных возмущений сил для нахождения аэродинамических членов уравнений движения. При определении возмущений скоростей учитывается движение вала винта. Поступательные и вращательные пере-

мещения втулки винта показаны на рис. 11.2 (см. также разд. 9.6). Безразмерные параметры движения вала полагаем малыми. Дополнительно рассматривается воздействие на несущий винт турбулентности атмосферы. Составляющие скорости порыва ветра в невращающейся системе координат, связанной с ПВ, обозначим u_n, v_n и w_n

(соответственно продольная, поперечная и вертикальная составляющие, как показано на рис. 11.2). Предполагается, что составляющие скорости порыва не подвержены большим изменениям в пространстве и что безразмерные (отнесенные к концевой скорости ΩR) скорости малы. Учитываются также аэродинамические силы, вызванные однородным возмущением индуктивных скоростей. Такое возмущение рассмотрено в нестационарной аэродинамике винта (см. разд. 10.6.4 и ниже разд. 11.7).

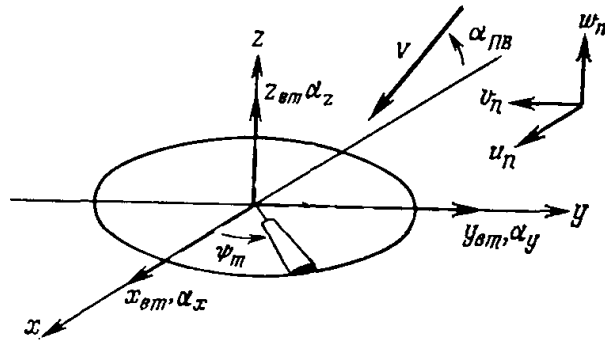


Рис. 11.2. Поступательные и вращательные движения втулки несущего винта и составляющие скорости порыва ветра.

11.2. МАХОВОЕ ДВИЖЕНИЕ

Рассмотрим маховое движение жесткой лопасти без отношения ГШ (разд. 9.2.1). Аэродинамический момент относительно оси ГШ равен

$$M_F = \int_0^1 r \frac{F_z}{ac} dr.$$

Для малых углов $F_z/ac \simeq L/ac \simeq \frac{1}{2} u_T^2 \alpha$, так что возмущение силы определяется выражением

$$\delta \frac{F_z}{ac} = \left(\frac{1}{2} u_T^2 \right) \delta \theta + \left(-\frac{1}{2} u_T \right) \delta u_p.$$

Единственной степенью свободы жесткой лопасти является угол взмаха β . Введем управление углом установки лопасти и однородное возмущение скорости протекания. Имеем

$$\delta \theta = \theta - K_p \beta, \quad \delta u_p = \lambda + r \beta + \beta u_R.$$

Возмущение угла установки складывается из управляющего воздействия и кинематической связи — компенсатора взмаха. Возмущение нормальной скорости складывается из возмущения скорости протекания, скорости взмаха и нормальной

составляющей радиальной скорости u_R при взмахе лопасти ввѣрх. Здесь θ , λ и β — малые отклонения относительно балансировочных значений. В разд. 5.2 были получены выражения угла установки и нормальной скорости для установившегося махового движения:

$$\theta = \theta_{упр} + \theta_{крr} - K_P \beta, \quad u_P = \lambda_{пв} + r\dot{\beta} + \beta \mu \cos \psi.$$

Поскольку θ и u_P — линейные функции, их возмущения имеют ту же форму.

Подстановка значения δF_z в выражение момента относительно ГШ дает

$$M_F = M_\theta(\theta - K_P \beta) + M_\lambda \lambda + M_\beta \dot{\beta} + M_\beta \beta,$$

где аэродинамические коэффициенты равны

$$M_\theta = \int_0^1 \frac{1}{2} r u_T^2 dr = \frac{1}{8} + \frac{\mu}{3} \sin \psi + \frac{\mu^2}{4} \sin^2 \psi,$$

$$M_\lambda = - \int_0^1 \frac{1}{2} r u_T dr = - \left(\frac{1}{6} + \frac{\mu}{4} \sin \psi \right),$$

$$M_\beta = - \int_0^1 \frac{1}{2} r^2 u_T dr = - \left(\frac{1}{8} + \frac{\mu}{6} \sin \psi \right),$$

$$M_\beta = - \int_0^1 \frac{1}{2} r u_T u_R dr = u_R M_\lambda.$$

С учетом концевых потерь верхний предел интегрирования r следует принять равным B , а не 1. Указанные моменты вызваны приращением подъемной силы при изменении угла атаки лопасти. Такие же коэффициенты были определены в разд. 5.5, где для угла взмаха, представленного в виде ряда Фурье, получено установившееся решение. Здесь мы имеем линейное дифференциальное уравнение возмущенного махового движения. Для режима висения ($\mu = 0$) уравнение имеет постоянные коэффициенты. При полете вперед аэродинамические коэффициенты уравнения движения становятся периодическими функциями азимута ψ .

Для основного тона махового движения шарнирных винтов с отнесом ГШ и бесшарнирных момент в плоскости взмаха равен

$$M_F = \int_0^1 \eta \frac{F_z}{ac} dr, \quad .$$

где $\eta(r)$ — форма основного тона колебаний в плоскости взмаха. При отклонении $z = \eta\beta$ нормальная скорость определяется выражением

$$\delta u_p = \lambda + \dot{z} + z' u_R = \lambda + \eta\dot{\beta} + \eta' \beta u_R.$$

Момент в плоскости взмаха по-прежнему можно записать в виде

$$M_F = M_\theta (\theta - K_p \beta) + M_\lambda \lambda + M_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + M_\beta \beta,$$

где аэродинамические коэффициенты равны

$$M_\theta = \int_0^1 \frac{1}{2} \eta u_T^2 dr = \frac{1}{8} c_2 + \frac{\mu}{3} c_1 \sin \psi + \frac{\mu^2}{4} c_0 \sin^2 \psi,$$

$$M_\lambda = - \int_0^1 \frac{1}{2} \eta u_T dr = - \left(\frac{1}{6} c_1 + \frac{\mu}{4} c_0 \sin \psi \right),$$

$$M_{\dot{\beta}} = - \int_0^1 \frac{1}{2} \eta^2 u_T dr = - \left(\frac{1}{8} d_1 + \frac{\mu}{6} d_0 \sin \psi \right),$$

$$M_\beta = - \int_0^1 \frac{1}{2} u_T \eta \eta' u_R dr = - \mu \cos \psi \left(\frac{1}{6} f_1 + \frac{\mu}{4} f_0 \sin \psi \right).$$

В этих выражениях $c_n = (n + 2) \int_0^1 \eta r^n dr$,

$$d_n = (n + 3) \int_0^1 \eta^2 r^n dr \quad \text{и} \quad f_n = (n + 2) \int_0^1 \eta \eta' r^n dr$$

(см. также разд. 5.14).

Для случая изгиба лопасти в плоскости взмаха (разд. 9.2.2) аэродинамический момент равен

$$M_{F_k} = \int_0^1 \eta_k \frac{F_z}{ac} dr.$$

При $z = \sum_i \eta_i q_i$ имеем

$$\delta u_p = \lambda + \sum_i \eta_i \dot{q}_i + \sum_i \eta_i' q_i u_R,$$

$$\delta \theta = \theta - \sum_i K_{P_i} q_i.$$

Тогда

$$M_{F_k} = M_{q_k \theta} \left(\theta - \sum_i K_{P_i} q_i \right) + M_{q_k \lambda} \lambda + \sum_i M_{q_k \dot{q}_i} \dot{q}_i + \sum_i M_{q_k q_i} q_i,$$

где аэродинамические коэффициенты выражаются интегралами

$$M_{q_k\theta} = \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_k u_T^2 dr,$$

$$M_{q_k\lambda} = - \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_k u_T dr,$$

$$M_{q_k q_i} = - \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_k \eta_i u_T dr,$$

$$M_{q_k q_i} = - u_R \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_k \eta_i' u_T dr.$$

Влияние вихревой системы винта на нестационарные аэродинамические силы лопасти может быть учтено путем приближенного расчета возмущения коэффициента протекания λ . Другой подход заключается в использовании квазистатической подъемной силы, умноженной на функцию уменьшения подъемной силы $C'(k)$. Эту функцию C' нужно включить в подынтегральные выражения для аэродинамических коэффициентов, например

$$M_\theta = \int_0^1 C'(k) \frac{1}{2} r u_T^2 dr.$$

Приведенная частота, а значит, и C' изменяются вдоль радиуса лопасти, но обычно вполне допустимо принять функцию уменьшения подъемной силы постоянной, соответствующей некоторому эффективному радиусу (обычно $0,75 R$); тогда

$$M_\theta \approx C'(k_{эфф}) \int_0^1 \frac{1}{2} r u_T^2 dr.$$

Функция уменьшения подъемной силы получена для гармонического движения и, следовательно, применима к частотному анализу и определению границ флаттера. При полете вперед в качестве $C'(k)$ следует использовать функцию Теодорсена. Если функцию уменьшения подъемной силы находят численным интегрированием, то приведенную частоту нужно вычислять по местной скорости потока: $k = \omega b / u_T$. Для низких гармоник махового движения приведенная частота мала, и эффект ближнего следа будет слабым (функция Теодорсена $C \approx 1$). На висении при небольшой силе тяги повторное влияние следа может быть значительным, и в качестве C' следует использовать функцию уменьшения подъемной силы Лоуи (см. разд. 10.5). Если

расстояние между вихревыми поверхностями невелико и колебания происходят с частотой, кратной частоте вращения винта (так что вихревые слои находятся в фазе), то наличие в интегралах функции Лоуи значительно уменьшает подъемную силу лопасти.

11.3. СОВМЕСТНОЕ МАХОВОЕ ДВИЖЕНИЕ И КАЧАНИЕ ЛОПАСТИ

С основными тонами движений лопасти в плоскостях взмаха и вращения связаны аэродинамические моменты

$$M_F = \int_0^1 \eta_\beta \frac{F_z}{ac} dr, \quad M_L = \int_0^1 \eta_\zeta \frac{F_x}{ac} dr$$

(см. разд. 9.3.1). Здесь η_β и η_ζ — формы основных тонов отдельно махового движения и качания соответственно. Из разд. 11.1 имеем следующие выражения для возмущений сил в сечении лопасти:

$$\delta \frac{F_z}{ac} = \left(\frac{1}{2} u_T^2 \right) \delta\theta + \left(-\frac{1}{2} u_T \right) \delta u_p + \frac{1}{2} (u_p + 2u_T\sigma) \delta u_T,$$

$$\delta \frac{F_x}{ac} = \left(\frac{1}{2} u_T u_p \right) \delta\theta + \frac{1}{2} (u_T\alpha - u_p) \delta u_p + \left(\frac{1}{2} u_p\theta + 2u_T \frac{c_d}{2a} \right) \delta u_T.$$

В случае качания необходимо рассматривать силы и скорости в плоскости вращения. Возмущение скорости δu_T вызывает изменения скоростного напора и (небольшие) угла атаки. Изменения подъемной силы при этом намного меньше, чем при изменениях $\delta\theta$ и δu_p , которые непосредственно влияют на угол атаки. Силы в плоскости вращения обусловлены изменениями индуктивного сопротивления и поэтому намного меньше сил в плоскости взмаха. Возмущение δu_T в выражении для δF_x приводит и к изменениям профильного сопротивления из-за возмущения скоростного напора. Возмущения угла установки и нормальной скорости, как и раньше, равны

$$\delta\theta = \theta - K_p\beta, \quad \delta u_p = \lambda + \eta_\beta\dot{\beta} + \eta'_\beta\beta u_R.$$

Качание создает возмущение скорости

$$\delta u_T = -\eta_\zeta\dot{\zeta} - \eta'_\zeta\zeta u_R.$$

Подставляя возмущения сил и скоростей, получаем моменты в плоскостях взмаха и вращения:

$$M_F = M_\theta(\theta - K_p\beta) + M_\lambda\lambda + M_\beta\dot{\beta} + M_\beta\beta + M_\zeta\dot{\zeta} + M_\zeta\zeta,$$

$$M_L = Q_\theta(\theta - K_p\beta) + Q_\lambda\lambda + Q_\beta\dot{\beta} + Q_\beta\beta + Q_\zeta\dot{\zeta} + Q_\zeta\zeta,$$

где аэродинамические коэффициенты равны

$$\begin{aligned}
 M_{\theta} &= \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_{\beta} u_T^2 dr, & M_{\lambda} &= - \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_{\beta} u_T dr, \\
 M_{\beta} &= - \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_{\beta}^2 u_T dr, & M_{\beta} &= - u_R \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_{\beta} \eta'_{\beta} u_T dr, \\
 M_{\xi} &= - \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_{\beta} \eta_{\xi} (u_P + 2u_T \alpha) dr, \\
 M_{\xi} &= - u_R \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_{\beta} \eta''_{\beta} (u_P + 2u_T \alpha) dr, \\
 Q_{\theta} &= \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_{\xi} u_T u_P dr, & Q_{\lambda} &= \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_{\xi} (u_T \alpha - u_P) dr, \\
 Q_{\beta} &= \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_{\xi} \eta_{\beta} (u_T \alpha - u_P) dr, \\
 Q_{\beta} &= u_R \int_0^1 \frac{1}{2} \eta_{\xi} \eta'_{\beta} (u_T \alpha - u_P) dr, \\
 Q_{\xi} &= - \int_0^1 \eta_{\xi}^2 \left(\frac{1}{2} u_P \theta + 2u_T \frac{c_d}{2a} \right) dr, \\
 Q_{\xi} &= - u_R \int_0^1 \eta_{\xi} \eta'_{\xi} \left(\frac{1}{2} u_P \theta + 2u_T \frac{c_d}{2a} \right) dr.
 \end{aligned}$$

Коэффициенты M_{θ} , M_{λ} , M_{β} и M_{β} представляют собой моменты в плоскости взмаха, вызванные изменениями подъемной силы вследствие возмущений угла атаки. Эти коэффициенты полностью определяются характеристикой режима и формой тона махового движения лопасти (см. формулы предыдущего раздела). В другие коэффициенты входят скорость или сила в плоскости вращения либо то и другое; для их определения необходимо знать параметры установившегося движения лопасти (θ , u_P , α , u_T , u_R). Эти коэффициенты зависят от режима работы винта, особенно от коэффициента силы тяги.

На висении или на вертикальных режимах полета ввиду осевой симметрии движения лопасти аэродинамические коэффициенты находятся легче, чем для режимов полета вперед. На вертикальных балансировочных режимах скорости равны $u_T = r$,