

Г.Г. Цейтен

История математики в XVI и XVII веках

**Москва
«Книга по Требованию»**

Г11 **Г.Г. Цейтен**
История математики в XVI и XVII веках / Г.Г. Цейтен – М.: Книга по Требованию, 2024. – 483 с.

ISBN 978-5-458-25373-4

Имя Цейтена известно русскому читателю по недавно вышедшей в русском издании книге его «История математики в древности и в средние века», продолжением которой является работа, предлагаемая сейчас вниманию читателя. В русской литературе эта книга является первой серьезной работой по истории, математики нового времени, и потому появление ее, несомненно, является большим событием в культурной жизни нашей страны. Историческое изложение доведено здесь до начала XVIII в. и, к сожалению, не продолжено ни в этой, ни в другой какой-нибудь работе Цейтена. Однако это не лишает книгу ее интереса и актуальности, ибо важнейшие основные идеи новой математики зарождаются и оформляются как раз в ту эпоху, которая здесь рассматривается. Его книга выгодно отличается от ряда других работ этого рода тем, что обильно представленный фактический материал не служит здесь самодовлеющей целью: он призван служить иллюстрацией той картины развития, которая должна по замыслу автора представиться взору читателя, в первую очередь. Именно поэтому и факты, приводимые Цейтенем, обладают яркостью, и подбор их лишен элемента случайности. Насыщенность книги содержанием достигает крайнего предела: Цейтен скуп на слова до крайности, подчас даже чрезмерно, и книгу его нужно читать вдумчиво, для легкого чтения она не предназначена и не может быть использована.

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА КО ВТОРОМУ РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

В предисловии к первому изданию я указал, что стремился во многих случаях распространять, а иногда и изменять изложение Цейтена так, чтобы при этом интерполируемые места не выделялись по стилю из общего текста перевода. Я получил справедливое указание, что такие места следовало бы во всяком случае отметить и что при самых лучших намерениях можно, таким образом, вложить в уста автору такие мысли, под которыми бы он ни за что не подписался. Чтобы удовлетворить эту законную претензию, я во всех тех случаях, когда это не вредило ясности, восстановил изложение автора, перенеся свои добавления и возражения в примечания. В тех же случаях, когда я для большей понятности математического рассуждения считал все же необходимым заменить изложение Цейтена своим, я это особо оговорил в примечаниях. Кроме того, во втором издании добавлен ряд новых примечаний, поясняющих и уточняющих высказывания автора, а также отмечающих пункты несогласия редактора русского перевода с мнениями автора. Во многих местах исправлен стиль перевода. Изменена транскрипция некоторых иностранных фамилий. Наконец, исправлен ряд опечаток первого издания. Все примечания к книге, принадлежащие редактору русского перевода, оговорены.

20 мая 1936 г.

М. ВЫГОДСКИЙ

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА К ПЕРВОМУ РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Имя Цейтена известно русскому читателю по недавно вышедшей в русском издании книге его «История математики в древности и в средние века», продолжением которой является работа, предлагаемая сейчас вниманию читателя. В русской литературе эта книга является первой серьезной работой по истории математики нового времени, и потому появление ее, несомненно, является большим событием в культурной жизни нашей страны.

Историческое изложение доведено здесь до начала XVIII в. и, к сожалению, не продолжено ни в этой, ни в другой какой-нибудь работе Цейтена. Однако это не лишает книгу ее интереса и актуальности, ибо важнейшие основные идеи новой математики зарождаются и оформляются как раз в ту эпоху, которая здесь рассматривается. Эти идеи и их развитие и составляют, собственно, предмет внимания автора. Его книга выгодно отличается от ряда других работ этого рода тем, что обильно представленный фактический материал не служит здесь самодовлеющей целью: он призван служить иллюстрацией той картины развития, которая должна по замыслу автора представиться взору читателя в первую очередь. Именно поэтому и факты, приводимые Цейтеном, обладают яркостью, и подбор их лишен элемента случайности. Насыщенность книги содержанием достигает крайнего предела: Цейтен скуп на слова до крайности, подчас даже чрезмерно, и книгу его нужно читать вдумчиво, для легкого чтения она не предназначена и не может быть использована.

Я сказал, что в книге Цейтена мы находим не только богатый фактический материал, но и целостную картину развития. К этому нужно добавить, что картина эта, не в пример тем, которые мы встречаем в других аналогичных работах ученых капиталистических стран, построена в очень материалистических тонах. Прежде всего, история математики рассматривается автором в связи с историей естествознания и техники. Правда, он не останавливается на подробностях, говоря о тех стимулах, которые обуславливали развитие математических методов, но он достаточно определенно ссылается на конкретные факты развития смежных областей, а иногда, в особо важных случаях, даже делает более обстоятельные экскурсы в эти смежные области. Так, например, третьему разделу книги, посвященному истории исчисления бесконечно малых, автор предпосылает обстоятельный очерк развития механики в новое время.

Порой автор приближается вплотную к марксистской постановке вопросов, и только одного шага не хватает сделать для того, чтобы стать на последовательно материалистическую точку зрения. В качестве яркого примера я могу привести начало § 13 второй главы: «Анализ конечной величины после Декарта». Здесь Цейтен, противопоставляя общие методы новой математики частным приемам, характерным для математики предшествующих эпох, проводит очень яркое и удачное сравнение с переходом от ремесленного производства к фабричному. Но это у Цейтена остается только аналогией. Он не делает последнего шага, он не указывает, что сходство, им отмеченное, не случайно, что оно обусловлено тем, что математика развивается в общей связи с развитием производительных сил, и потому в «новое время», в эпоху зарождения машинной техники и крупного производства, с исторической необходимостью должна стремиться к созданию таких методов, которые отвечают потребностям новых форм производства. Этого, как сказано, Цейтен не говорит, повидимому, сам он этого и не сознает, но читатель, знакомый с основами марксизма, не замедлит усмотреть здесь ту закономерность, к которой автор его подвел почти вплотную.

Я сказал, что книга Цейтена до крайности насыщена материалом. При том огромном богатстве фактов и методов, с которыми она знакомит читателя, ее объем следует признать очень небольшим. Однако эта экономия места покупается дорогой ценой; автор достигает краткости изложения в значительной степени тем, что он пользуется современной символикой и понятиями там, где он описывает приемы и методы, построенные на базе иного математического аппарата. Правда, автор всегда отмечает это, так что читатель не вводится в заблуждение и знает, что имеет дело с модернизацией изложения; правда, Цейтен дает некоторое представление и об особенностях стиля старых математических методов. Но когда почти весь фактический материал преподносится читателю в модернизированном изложении, то читатель лишен возможности по-настоящему понять внутреннюю обусловленность развития методов математики и специфические черты излагаемого метода, ибо стиль и метод изложения органически между собою связаны и не могут быть поняты в отрыве друг от друга. Автор прибегает к этой модернизации совершенно сознательно; он прямо указывает на то, что таким образом достигается компактность изложения, и это, несомненно, верно. Но это, как сказано, слишком дорогая цена, и наиболее существенным недостатком книги Цейтена является именно неумеренная модернизация изложения, допущенная автором.

Устранить этот недостаток при обработке книги не представлялось возможным: это значило бы написать книгу заново. Поэтому я вынужден ограничиться тем, что отсылаю читателя к «Хрестоматии по истории математики» Вилейтнера, вышедшей недавно в русском переводе. В ней читатель найдет ряд отрывков из тех работ, о которых повествует Цейтен. Отрывки эти очень

удачно подобраны и точно воспроизводят текст оригиналов. Кроме того, в ближайшее время появятся полные русские переводы классических работ математиков XVII в. (Кеплера, Галилея, Кавальери, Декарта, Ньютона и Лопиталя), которые дадут возможность познакомиться документально с важнейшими из тех фактов, о которых повествует в этой книге Цейтен.

Если в указанном выше отношении переработка Цейтена была невозможна, то в ряде других сторон русское издание значительно отличается от оригинала.

Прежде всего это касается вопросов стиля. Язык Цейтена благодаря своей сжатости чрезвычайно тяжел для понимания. Русский читатель может судить об этом хотя бы по книге того же автора о математике древней и средневековой, переводчик которой, повидимому, стремился к возможно более точной передаче оригинала. Стремясь к тому, чтобы облегчить чтение книги, переводчик и редактор «Истории математики в XVI и XVII вв.», напротив, поставили себе задачей придать изложению большую внешнюю простоту и в меру умения обеспечить литературность изложения. Принимая во внимание требования и особенности русского языка, мы должны были в ряде мест прибегнуть к очень вольной передаче оригинала, и нам кажется, что мы скорее виновны в недостаточно тщательном проведении этого приема, чем в злоупотреблении им.

Но этого мало. В качестве редактора я считал необходимым подвергнуть книгу обработке не только стилистической, но и по существу. В целом ряде мест Цейтен трудно понимаем не только потому, что труден его стиль, но и потому, что он набрасывает картину слишком быстрыми движениями кисти. Для читателя, впервые знакомящегося с историей математики, такая беглая характеристика часто совершенно недостаточна. В таких случаях я распространял изложение, а иногда и вовсе отказывался от цейтеновского текста, заменяя его другим. Разумеется, при этом всегда представлялось опасным разбить единство произведения. Я стремился к тому, чтобы избежать этой опасности и добиться того, чтобы читатель не мог отличить интерполированный текст от текста оригинала.

Я счел себя также в праве огладить те места, где, излагая по существу правильные взгляды, автор в несущественных деталях проявляет некоторую наивность, являющуюся следствием стихийности его материалистических воззрений. Разумеется, при этом момент субъективности всегда остается; однако, я стремился к тому, чтобы всемерно избежать таких изменений в тексте, которые вносили бы в точку зрения автора существенные поправки. Это, конечно, отнюдь не означает, что я согласен со всеми высказываниями Цейтена. Напротив, в ряде пунктов, и притом весьма существенных, взгляды автора являются, с моей точки зрения, в корне неправильными. В таких случаях, однако, я не считал возможным делать Цейтена ответственным за чуждые ему взгляды. Я предпочел сохранить в та-

ких местах текст автора, сопровождая его редакционными примечаниями, иногда довольно пространными.

Очень возможно, что таких примечаний следовало бы дать гораздо больше, чем я это сделал, но я считал себя в праве писать лишь о тех вопросах, с историей которых я знаком документально. А так как эрудиция Цейтена огромна, то далеко не всегда я был в состоянии судить о взглядах, им высказываемых, с достаточной степенью критичности.

Несмотря на указанные выше недочеты этой работы, она, несомненно, принесет большую пользу очень широкому кругу читателей. В особенности полезной явится она для преподавателя. Я убежден, что многих преподавателей она заставит подвергнуть пересмотру свои педагогические установки, в особенности в вопросе о преподавании исчисления бесконечно малых. История метода бесконечно малых покажет им, что те основные понятия, с которых начинают обычно знакомить учащегося, вовсе не являются столь простыми и доступными, как это представляется многим, и что привычка часто заменяет понимание там, где она не должна была бы его заменять. История покажет, какие трудности представляло овладение этими основными понятиями даже для гениальных творцов новой математики, которые подходили вплотную, как, например, Ньютон, к понятию предела, но не могли сделать этого понятия рабочим инструментом математического творчества. Вдумчивое чтение книги должно показать читателю, что творческое овладение понятием предела на первых ступенях знакомства с предметом чрезвычайно затруднительно; это-то и является причиной того, что большинство учащихся воспринимает анализ формально, что лишь очень немногие инженеры научаются пользоваться высшей математикой в своей инженерной практике.

Я говорю: вдумчивое чтение, потому что эту книгу нельзя читать иначе; ее нельзя «проглотить»; ее нельзя только прочитать и не продумать. Такое чтение не принесет пользы и будет почти напрасной потерей времени. Но читатель, продумавший эту книгу, к каким бы выводам он ни пришел, каково бы ни оказалось его отношение к высказываемым здесь взглядам, наверное не пожалеет о затраченном им труде.

М. В Ы Г О Д С К И Й

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА К НЕМЕЦКОМУ ИЗДАНИЮ

Эта книга, выходящая одновременно на немецком и на датском языках, представляет собой продолжение моей «Истории математики в древности и в средние века», вышедшей в 1893 г. в датском, а в 1896 г. в немецком изданиях. Формально, однако, она независима от этого первого произведения, и ее можно читать и без предварительного знакомства с ним. Но развитие математики в XVI и в XVII вв. так тесно связано с изысканиями древних, что на последние часто приходится указывать, чтобы обеспечить правильное понимание связанных с ними новых исследований. Те из моих читателей, которые хотели бы получить более полное представление об обстоятельствах, на которые я здесь указываю, могут в только что названной моей работе найти более подробные сведения. Поэтому я, ссылаясь на предшествующие события, всегда указываю те места немецкого издания, где читатель сможет найти соответствующие пояснения¹.

Так же, как и названная выше работа, и эта книга предназначена не столько для историка, сколько для математика и преподавателя математики. Поэтому я не вхожу здесь в подробности, когда речь идет о деталях чисто исторического характера или о ссылках на различные дошедшие до нас произведения. Для этого пришлось бы только сделать извлечение из уже существующей литературы по истории математики, что значительно увеличило бы объем работы. Если все-таки моя книга имеет не малый объем, то получилось это потому, что читатель, к которому я обращаюсь, нуждается в более подробном рассмотрении некоторых деталей характера чисто математического. Так, например, можно, конечно, в очень немногих словах рассказать, когда и кем впервые был найден тот или иной метод, которым современный математик пользуется для преодоления тех или иных трудностей или для достижения некоторой цели. Однако историческое повествование должно дать математику или преподавателю математики еще и другой материал, гораздо более для него важный. Ибо гораздо более глубокое понимание тех методов, которыми он пользуется и которые он преподает, он приобретет тогда, когда узнает, как математики старались достигнуть той же цели еще до того как соответствующий метод получил свою нынешнюю форму, и в какой

¹ В русском переводе соответствующие ссылки сделаны на русское издание ГТТИ 1932. *Прим. ред.*

мере им удавалось в действительности этой цели достигнуть. Это позволит ему, во-первых, научиться отличать внутренние черты, неразрывно связанные с методом, от той внешней формы, которую этот метод получил в результате целого ряда обстоятельств; во-вторых, это позволит ему судить о том, в какой мере окончательный выбор этой формы обусловлен действительными ее преимуществами и в какой — чисто случайными обстоятельствами. Часто в истории своей науки математик найдет и такие методы, которые хотя и становятся потом излишними благодаря позднейшим успехам науки, но которые, однако, могут еще оказаться полезными в дальнейшем развитии науки.

Все эти замечания могут быть в очень большой степени отнесены и к тем двум столетиям развития нашей науки, которые здесь рассматриваются. В этот период алгебра, в значительной степени благодаря работам Виета, получила такое развитие, что постепенно она смогла достигнуть ступени, на которой мы застаем ее в аналитической геометрии Декарта. В этот период унаследованные от древних греков и вновь возрожденные инфинитезимальные исследования получают новый толчок к развитию благодаря тем средствам, которые Кеплер, Галилей и Гюйгенс ввели для нужд своих астрономических и физических исследований. Эти инфинитезимальные методы достигли, наконец, такого развития, что в дифференциальном и интегральном исчислениях, созданных Лейбницем, они получили их нынешнюю внешнюю форму, с другой же стороны, они легли в другую форму, совершенно независимой от лейбницевой, в основу ньютоновых «Начал». В последнем из двух рассматриваемых здесь столетий, изучая самые различные проблемы новой математики, Ферма доказал, что для большого математика не было даже нужды в развитой математической технике, чтобы разбираться в труднейших вопросах. Дезарг и Паскаль проложили новые пути в геометрии, которые лишь спустя полтора столетия были вновь продолжены, в то время как логарифмы Непера тотчас же получили практическое применение и оказали большое влияние на развитие других областей математики.

Сверх того, предназначаемая мной для математиков и для преподавателей математики работа, если только она мне удалась, должна иметь значение также и для установления исторических точек зрения. Именно, моей целью было достичь того, чтобы на первый план выступало отчетливо развитие математики. В этом отношении я должен пожалеть, что ни объем работы, ни форма изложения не позволяют мне приводить цитат, число которых и объем должны были бы быть достаточно велики, чтобы они могли иметь какое-нибудь значение. Если я делаю некоторое исключение для «Геометрии» Декарта и для «Начал» Ньютона, то это потому, что я хотел побудить математиков познаться в подлиннике хотя бы с этими основными произведениями. Что касается отдельных пунктов, в которых моя трактовка отклоняется от воззрений других авторов, то я подробнее оста-

новился на них в моих «Заметках по истории математики», напечатанных в «Обзорах датского королевского научного общества». Конечно, я готов и к дальнейшему обоснованию своих взглядов, если мои другие взгляды покажутся кому-нибудь спорными.

Так как я отказался от какого бы то ни было цитирования, то я не имел также никакой возможности приводить в этой книге имена тех современных авторов, в работах которых я находил разъяснение исторических фактов, руководящие указания для правильного понимания их или сообщения о произведениях, доньше не напечатанных. Из числа всех этих авторов я, как и всякий, кто хотел бы заняться той или иной главой истории математики, должен с благодарностью назвать Морица Кантора. Без его курса истории математики, отличающегося исключительной полнотой, многое из того, что я должен был рассмотреть, было бы мною упущено, и я не мог бы проконтролировать себя и определить, использовал ли я все то, что существенно необходимо для моей цели. Из «Курса по истории тригонометрии» Браунмюля я при составлении этой книги имел возможность использовать только первую его часть. Однако из содержания недавно появившейся второй части этой работы я использовал все то, что автором и его учениками было опубликовано прежде. Далее, я пользовался работой Маха «Механика в ее развитии», сочинением Риттера о Виета, статьями Курце о средневековье и раннем Ренессансе, многочисленными статьями о французских математиках, принадлежащими блестящему перу Таннери, сообщениями Лориа о Торричелли, Гергардта о Лейбнице и многими другими работами. Не называя всех их по отдельности, укажу на статьи, помещенные в «Bullettino» Бонкампани, на серию «Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik», на исторический отдел журнала «Zeitschrift für Mathematik und Physik» и на энестрёмовский журнал «Bibliotheca mathematica», а кроме того, и на работы самого Энестрёма, печатавшиеся в других местах. В первой главе моей книги, в которой я даю общий исторический и биографический обзор, чтобы затем иметь возможность придерживаться такого расположения материала, который соответствует математическому его содержанию, я пользовался новыми биографическими справочниками, а для кратких сообщений о философских работах некоторых авторов — историей философии Г. Гёфдинга.

Многие работы появились так поздно или так поздно попали мне в руки, что я не имел возможности их использовать. Так, только теперь я узнал из статей Босмана, что де-ла-Файль был учеником Григория Сен-Винцента, у которого он, следовательно, научился тщательному проведению доказательства методом исчерпывания. Из статьи Валльнера, которую я только что получил, я вижу, что неясное понятие «неделимых» Кавальери, по мнению автора, заимствовал из философии средневековья. У меня же в книге работы Кавальери поставлены в связь с работами других математиков, давшими возможность Кавальери по-

лучить надежные правила, которые долго сохраняли свое значение и которым Паскаль дал точное выражение.

Из опубликованных Курце произведений математиков XVI в. видно, что правило «сетиш» связывалось с преданием об его индусском происхождении. Содержащиеся там же указания на то, что с решением кубического уравнения были знакомы авторы более ранние, чем те, которые называются обычно и которые названы также и в моей книге, — слишком неопределенны, чтобы на них можно было прочно основываться.

В заключение я должен принести благодарность д-ру И. П. Грам, который прочел главы, относящиеся к технике вычислений и к теории чисел, и по совету которого я ввел некоторые отдельные улучшения, и д-ру Бьёрнбо за тщательное составление указателя, за принципы составления которого, однако, отвечаю лично я. Кроме того, Р. Кнешке, который по поручению издательства Тейбнера проделал литературную редакцию немецкого перевода и корректуру, я приношу благодарность также и от имени моего переводчика. Ему я обязан и исправлением некоторых отдельных неточностей математического характера.

А В Т О Р

