

Л. Эйлер

**Начальные основания алгебры в
пользу Императорского
шляхетского сухопутного
кадетского корпуса**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
Л11

Л11 **Л. Эйлер**
Начальные основания алгебры в пользу Императорского шляхетского сухопутного кадетского корпуса / Л. Эйлер – М.: Книга по Требованию, 2024. – 567 с.

ISBN 978-5-458-56725-1

ISBN 978-5-458-56725-1

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2024
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг — не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель — вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания — решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Кадетскаго Корпуса, сіе выпущеніе говорю за собою завлекло и другіе выпущенія, ибо сіе самое понудило меня выпустить тѣ главы въ которыхъ говорится о свойствахъ чиселъ относительно къ ихъ дѣлителямъ, и о свойствахъ цѣлыхъ чиселъ, относительно къ ихъ множителямъ, матеріи больше занимательныя тогда только, когда дѣлаемъ приложеніе къ аналитикѣ Діофанта: сверхъ того сіе выпущеніе доставало мнѣ ту выгоду, что четыре дѣйствія начальной арифметики произведенныя надъ количественными простыми, слѣдуютъ одна за другою непрерывно. Впрочемъ въ приличныхъ мѣстахъ наним можно самое нужнѣйшее изъ содержанія сихъ двухъ выпущенныхъ главъ.

Чтобы избѣжать повтореній въ сочиненіи такого рода, я принужденъ былъ рѣшиться выпустить ту главу которая содержитъ въ себѣ разсужденія о разныхъ способахъ изчисленія и о взаимной оныхъ связи; также ту которая учитъ способу знаменованія логарифмы десятичными дробями; ибо первая изъ сихъ вышесказанныхъ матеріи ничто иное какъ крапкое повтореніе, другая же излишна потому, что я говорю объ ономъ въ главѣ практической о десятичныхъ дробяхъ, и въ главѣ о употребленіи логарифмовъ.

Какъ при объясненіи четырехъ начальныхъ дѣйствій арифметики приложенной къ количе-

IV

ствамъ сложнымъ, старался я также при ономъ показать и приложеніе каждой изъ нихъ къ количествамъ ирраціональнымъ, по ни мало не сумнѣваясь выпустилъ эту главу въ которой Г. Ейлеръ собралъ сіи правила для изчисленія количествъ ирраціональных.

Но всего труднѣе отъ упрековъ отвести матерію о числахъ полигоновъ, которая ничего иного непредлагаетъ какъ только умствованія безъ всякой существенной пользы, для того и выпустилъ я большую изъ оной часть, наипаче же извлеченіе ихъ радикаловъ, которое припомъ нималѣйшей затруднительности не имѣетъ, для того кто выучился рѣшить уравненія второй степени. И такъ ни кто не будетъ жалѣть о выпущеніи той главы въ которой объ ономъ говорится, и такъ же о той въ которой объясняется извлеченіе радикаловъ биномъ, составленныхъ изъ количества глухаго и изъ количества раціональнаго, которыя я выпустилъ, подавъ однакожъ краткое понятіе въ 12^й главѣ претѣяго отдѣленія о способѣ освобождать въ нѣкоторыхъ случаяхъ отъ двоякой ирраціональности радикасы уравненій четвертой степени, которыя только что и содержатъ биквадраты и квадраты неизвѣстнаго количества.

Въ той же главѣ выпустилъ я другой способъ рѣшенія уравненій четвертой степени, потому что сей способъ хотя и есть способъ

Г. Ейлера, и хотя сходственнѣе съ правиломъ Кардана или Феррео изобрѣшеннымъ, для рѣшенія кубическихъ уравненій и припомъ также сообразнѣе свойству уравненій алгебраическихъ, но мнѣ показалось сіе съ лишкомъ высокимъ для большой части воспитанниковъ. Припомъ правило Ферреово, приписанное Бомбелли, котораго оно и именемъ называется, можетъ равно быть приложено ко всякому биквадратному уравненію, безъ всякой нужды для внесенія или извѣстнаго члена, даже безъ выбору изъ 8 формъ радикаловъ что принуждены бывають дѣлать употребляя способъ Г. Ейлера. Я бы и томъ и другой способъ здѣсь помѣстилъ, когда бы не предписалъ себѣ закономъ не предлагать кромѣ одного правила для каждого дѣйствія, будучи увѣренъ въ томъ сколько много-различіе правилъ ведущихъ насъ къ одному заключенію, можетъ запутать начинающихъ.

По сей же самой причинѣ выпустилъ я другой способъ какъ находить корни уравненій по приближенію. Сей способъ изобрѣщенный покойнымъ Г. Даніиломъ Бернулли, хотя и легче приложимъ когда уравненіе имѣетъ надлежащей свой видъ, пребудетъ часто чинобы корень искомаго уравненія былъ нѣкоторымъ образомъ приуготовленъ, между тѣмъ какъ способъ Ньютона которому я послѣдовалъ въ XI главѣ благоуспѣшно примѣняется ко всѣмъ родамъ уравненій. Припомъ доказательство спо-

VI

соба Г. Бернуллы основаннаго на теоріи возвратныхъ рядовъ, не возможно было здѣсь представить съ надлежащею ясностію.

На конецъ выпустилъ я ту главу въ которой Г. Ейлеръ послѣ суммъ прогрессій геометрическихъ предлагаетъ о десятичныхъ дробяхъ; потому что я сіе довольно объяснилъ въ четырнадцатой главѣ перваго отдѣленія. Сія матерія правда была бы пристойно помѣщена послѣ восьмой главы; но какъ тогда бы немогъ уже я говорить о извлеченіи корней, то чтобы сего избѣгнуть, мнѣ лучше показалось помѣстить ее въ вышесписанное мѣсто.

Сверхъ сихъ выпущеній, я выпустилъ еще множество подробностей, которыя конечно должны быть драгоценны, въ такомъ сочиненіи, какова алгебра Г. Ейлера, но которые бы здѣсь были совсѣмъ неумѣста.

Что касается до *прибавленій*, то первыя и самыя важнѣйшія изъ оныхъ можно найти въ XIV главѣ перваго отдѣленія, которая содержишь въ себѣ сверхъ объясненій находящихся у Г. Ейлера о свойствахъ десятичныхъ дробей, еще подробное описаніе дѣйствій арифметическими дробями производимыхъ. Двадцатая глава тогоже отдѣленія заключаещъ въ себѣ также нѣкоторыя подробности коихъ нѣтъ у Г. Ейлера, о способѣ выражающъ логарифмы.

рифмы, наипаче тѣ которые не разнствуютъ характеристиками; а послѣдняя глава содержитъ множество примѣровъ удобныхъ показывать какъ употреблять логарифмы въ разныхъ дѣйствіяхъ счисленія.

Въ четвертой Главѣ шретьяго отдѣленія, можно найти объясненія которыхъ нѣтъ у Г. Ейлера, для тѣхъ случаевъ когда имѣемъ столько же уравненій сколько неизвѣстныхъ и когда однакожъ задача неопредѣленная. Сіе ведетъ естественнымъ образомъ къ рѣшенію нѣкоторыхъ неопредѣленныхъ задачъ, что и составляетъ матерію новой главы, которая у меня слѣдуетъ за четвертою.

Глава III и IV. четвертаго отдѣленія содержитъ много прибавленій, состоящихъ въ нѣсколькихъ правилахъ, примѣрахъ и вопросахъ относительныхъ къ прогрессіямъ арифметическимъ, и ихъ суммамъ. Подробности которыхъ Г. Эйлеръ принужденъ былъ выпустить, потому что они отъ части требуютъ рѣшенія уравненій, какъ первой такъ и второй степени, а рѣшеніе сихъ уравненій положено у Г. Ейлера послѣ прогресій.

Шестая Глава шестого отдѣленія, о суммахъ чиселъ полигонныхъ, есть совсемъ новая и я пишу себя надеждою что я говорилъ о семъ предметѣ (чего недостаетъ у Г. Ейлера)

VIII

довольно ясно и внятно. Приложенія копорыя я онымъ дѣлааь къ вычисленію ядеръ, весьма удобны интересовать молодыхъ офицеровъ, дать чувствованъ пользу сей суммы, копорую бы безъ сего можетъ быть поспавили мы въ число пусныхъ умствованій.

Восьмая глава содержитъ, сверхъ того способа копорой училъ какъ находить самаго большаго общаго дѣлишеля содержанія численнаго; еще способъ приводить содержаніе буквенное въ меньшіе члены, съ доказательствомъ сего способа и съ нѣкоторыми примѣрами удобными къ объясненію онаго.

Въ Главѣ о пропорцій геомеприческихъ копорая у меня вопреки наблюдаемаго порядка Г. Ейлеромъ, слѣдуетъ за сложными содержаніями, я приготовилъ многія заключенія копорыя предложу въ слѣдующей главѣ, гдѣ между прочимъ найти можно общее доказательство правила складнаго и правила прайнаго сложнаго, доказательства копорыхъ нѣтъ у Г. Ейлера.

Двенадцатая глава содержитъ правила и формулы для рѣшенія чепырехъ вопросовъ въ разсужденіи прогрессіи, и сїи вопросы суть: еснъли изъ чепырехъ началъ соспавляющихъ такую то прогрессію при даны, какъ найти чепсерную; подробности весьма необходимыя, но копорые Г. Ейлеръ принужденъ былъ вы-

пустилъ, потому что уже предполагается онымъ знаніе средствъ какъ рѣшить уравненій Алгебраическїя.

Въ послѣдней главѣ я предложилъ теорію счисленія процентовъ, не только что съ большимъ числомъ общихъ правилъ нежели Г. Ейлеръ, но еще обогатилъ ее значнымъ числомъ вопросовъ касапельныхъ сего предмета и которые содержатъ почти все возможные случаи.

Сверхъ всѣхъ сихъ прибавленій о которыхъ я выше сего говорилъ, можно еще найти въ семъ сочиненіи болѣе ста задачъ алгебраическихъ, большою частію новыхъ и удобныхъ возбудить любопытство и поддержать вниманіе, молодыхъ офицеровъ. И такъ приумножа число вопросовъ, и сдѣлавъ нѣкоторыя перемѣны въ тѣхъ которые извлечены мною изъ подлинника, я думаю, что я такимъ образомъ совершенно сообразовался сему намѣренію, и доставилъ себѣ чрезъ по легчайшій способъ сдѣлать изученіе сей науки прїятнѣйшимъ.

На концѣ приступаю я къ *перемѣщеніямъ*. Я уже далъ опчесть, говоря о выпущеніяхъ, о причинахъ побудившихъ меня перенести съ надлежащаго мѣста теорію десятичныхъ дробей, вычисленіе ирраціональныхъ количествъ, извлеченіе корней квадратныхъ изъ биномъ, рѣшеніе задачъ неопредѣленныхъ, содержанія сле-

Х

жныя, и другіе матеріи. Сверхъ всѣхъ сихъ перемѣнъ, внимательной читатель найдетъ много другихъ, которыхъ я здѣсь неизчисляю, по-тому что оное займетъ много мѣста, кпо припомъ хотя малѣйшіе обратитъ вниманіе на сіи перемѣны почувствуетъ онаго необходимости. Но другое важнѣйшее перемѣщеніе въ которомъ я долженъ оправдаться, есть то что теорія содержаній, пропорцій и прогрессій арифметическихъ и геометрическихъ, слѣдуетъ въ сей книги за рѣшеніемъ уравненій алгебраическихъ. Вотъ причина.

Я уже замѣтилъ, что Г. Ейлеръ въ великомъ затрудненіи находился, когда писалъ о прогрессіяхъ арифметическихъ и геометрическихъ и о вычисленіи интересовъ, матеріи въ которыхъ ни шагу нельзя сдѣлать, не прибѣгнувъ къ перемѣненіямъ формулъ, алгебраическихъ, пребывающихъ такихъ дѣйствій которые нигдѣ не объяснены какъ только въ теоріи уравненій алгебраическихъ. Напримѣръ въ § 411. начальныхъ основаній алгебры Г. Ейлера, найти можно четыре формулы, которые чтобы понять, надлежитъ необходимо знать рѣшеніе уравненій первой степени, о коемъ авторъ говоритъ въ послѣдующемъ уже сдѣленіи. Равнымъ образомъ, чтобы понять предлагаемое въ §§ 514, 520, 521, и во многихъ другихъ нужно знать разныя дѣйствія, которые объяснены также въ послѣдующемъ

только отдѣленіи. Рѣшеніе той задачи въ которой ищутъ число членовъ прогрессіи арифметической, которой сумма, первой членъ, и разность предвѣдущаго члена съ послѣдующимъ даны, ведетъ непримѣнно къ уравненію въпорой степени. Нѣкоторыя приложенія суммы полигонныхъ чиселъ, которыхъ практическая польза извѣстна въ артиллеріи, пребуютъ также знанія умѣть рѣшить уравненія шретьей степени. Вообще всѣ вычисленія сего отдѣленія, выключая только тѣ, которые касаются содержаніямъ и пропорціямъ, пребуютъ для уразумѣнія ихъ великой навыкъ въ обращеніи съ формулами алгебраическими, навыкъ, приобретаемой шокмо чрезъ частое упражненіе въ рѣшеніи уравненій.

Послѣ всѣхъ сихъ разсужденій, надѣюсь что читатели мои не только что извиняшъ мнѣ въ перемѣнѣ порядка, но еще и необходимымъ оное сочтутъ. Признаюсь что нѣкоторыя предложенія шретьяго отдѣленія, предполагаютъ знаніе шройнаго правила, основаннаго на пропорціяхъ геометрическихъ; но какъ во всѣхъ арифметическихъ книгахъ можно научиться сему правилу по числамъ, то я думалъ что легкое приложеніе въ буквахъ не сдѣлаетъ ни малѣйшаго затруднія. Я могъ бы правда помочь сему неудобству, отдѣливъ теорію пропорцій отъ теоріи прогрессіи, предложивъ объ оной непосредственно послѣ шпораго отдѣленія;

ХII

но признаюсь, что нехотѣлось мнѣ опдѣлить двѣ маперіи споль шесно между собою связанные, и умножить число опдѣленій въ семъ сочиненіи для такой малости. Впрочемъ я не первой осмѣлился писать о уравненіяхъ, прежде содержаній и пропорцій. Авторъ весьма почтенный, покойный Г. Каилль, наблюдалъ такойже порядокъ въ расположеніи маперіи въ своихъ начальныхъ наснавленіяхъ мапемапики.

Послѣднее о чемъ я сказать намѣренъ, касается болѣе господъ учипелей Алгебры другихъ классовъ, которые будутъ пользоваться симъ сочиненіемъ. Какъ по свойству маперій въ семъ сочиненіи содержащихся, ни какой классъ кромѣ перваго не можетъ упражняться въ вышшей геометріи, въ которой для всѣхъ маперій писанныхъ въ V главѣ и въ чепырехъ послѣднихъ главахъ втораго опдѣленія, можно найти ихъ упопреленіе, и такъ слѣдственно шещно бы было спанавливаться въ другихъ классахъ за шѣмъ чшобы только обьяснять сии предметы, то пристойнѣе будетъ перейти отъ 8 й главы сего опдѣленія непосредственно къ ршенію уравненій алгебрическихъ.