

Рыбкин Николай Александрович

**Прямолинейная
тригонометрия**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-3
ББК 84-4
Н63

Н63 **Николай Александрович Р.**
Прямолинейная тригонометрия / Рыбкин Николай Александрович – М.:
Книга по Требованию, 2022. – 144 с.

ISBN 978-5-519-84142-9

ISBN 978-5-519-84142-9

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2022

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2022

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

Я счел также излишнимъ разобратъ и некоторые очевидные случаи въ изслѣдованіи знаковъ (см. напр. прибавл. къ § 73).

4) Далѣе, я желалъ бы обратить вниманіе читателя на приведенный въ § 26 „общій принципъ“ и на изложеніе *периодичности* тригонометрическихъ функцій (§§ 29 и 30): *обычное* опредѣленіе периодичности (помѣщенное у меня въ формѣ теоремы въ концѣ § 30), будучи вполне строгимъ, неудобно тѣмъ, что не вызываетъ отчетливаго *представленія*.

5) Къ таблицамъ я приступаю немедленно послѣ того, какъ ученику станеть понятнымъ ихъ ограниченіе острыми углами (гл. IV). Но при этомъ я не останавливаюсь на устройствѣ таблицъ и на обращеніи съ ними, на-ходя излишнимъ повторять въ учебникѣ то, что имѣется уже при самыхъ таблицахъ*). [О *составленіи* таблицъ см. въ гл. VII].

6) Нахожденіе угловъ между 0 и 360° и опредѣленіе угла въ общемъ видѣ помѣщено главнымъ образомъ для тригонометрическихъ уравненій. Подуцаемые формулы, затруднительны для ученика по своей отвѣченности (напр. формулы § 59), я старался пояснить наглядными иллюстраціями.

7) Что касается рѣшенія тригонометрическихъ уравненій, то подробное изложеніе его теорія и приемы будетъ дано во второмъ выпускѣ учебника. Въ настоящемъ же выпускѣ тригонометрическія уравненія встрѣчаются въ §§ 99, 102, 103, 104, 106, 107, 144 и 145.

Рѣшеніе треугольниковъ. 1) Такъ какъ характеръ этого отдѣла преимущественно *прикладной*, то я счелъ удобнымъ привести въ двухъ особыхъ замѣткахъ нѣсколько общихъ указаній о рѣшеніи задачъ (§§ 89—90 и 108).

2) Излагая приемы рѣшенія треугольниковъ, я держался сказаннаго въ § 90. Иногда я упоминалъ также о степени точности вычисленія и о способахъ повѣрки (§§ 96, 126, 129, 130, прибавл. къ § 126 и прибавл. къ § 129).

3) Что касается такъ называемыхъ особыхъ случаевъ рѣшенія треугольниковъ, то — по соображеніямъ методическимъ — я помѣстилъ ихъ довольно много, выбравъ, конечно, болѣе важные или типическіе**). Нѣкоторые изъ этихъ задачъ рѣшены въ учебникѣ двумя способами (§§ 111, 134, 135, 136, 137 и 139), а двѣ задачи тремя способами (§§ 99 и 138).

4) Я обращалъ вниманіе также на послѣдованіе задачъ, на сопоставленіе результатовъ, полученныхъ различными путями, и т. п. (см. замѣчанія — въ текстѣ и подстрочныя — къ §§ 99, 106, 107, 111, 113, 131, 134, 139, 141 и 143). По этому я видѣлъ средство оживить изложеніе.

*) Чтобы статья объ устройствѣ и употребленіи таблицъ достигала цѣли, она, во-первыхъ, должна относиться къ тѣмъ именно таблицамъ, какія у ученика на рукахъ, а во-вторыхъ, должна быть изложена не въ тонѣ учебника, а въ тонѣ самоучителя. По моему мнѣнію, обращеніе съ таблицами есть дѣло непосредственнаго обученія въ классѣ.

**) Большую часть ихъ я взялъ изъ задачъ, предлагавшихся на окончательныхъ испытаніяхъ.

Измѣренія на мѣстности. Здѣсь я ограничился только самымъ главнымъ. При этомъ я старался, чтобы статья имѣла характеръ по возможности *геодезическiй*, такъ что излагая то или другое примѣненiе тригонометрии, я рассматривалъ и ея геодезическую сторону.

При составленiи предлагаемаго рукодества мнѣ служили пособiемъ кромѣ русской учебной литературы еще слѣдующiя сочиненiя: „Алгебраическiй анализъ“ Коши и курсы тригонометрiи Бріо и Буке, Ребьера, Серре и Schlömilch'a. Для статьи объ измѣренiяхъ на мѣстности я пользовался преимущественно „Курсомъ высшей геодезiи“ А. Бика.

Читатель безъ труда выдѣлитъ самъ, что въ учебникѣ заимствовано изъ названныхъ источниковъ и что принадлежитъ составителю; я позволю себѣ только замѣтить, что §§ 10, 29, 14—18, 52—59 и 64 относятся къ числу обработанныхъ самостоятельно.

Мартъ 1894 г.

Второе изданiе отличается отъ перваго лишь незначительными пераправленiями.

О Г Л А В Л Е Н І Е.

В В Е Д Е Н І Е.

	Стран.
Предметъ и раздѣленіе тригонометріи. Замѣчаніе о графическомъ рѣшеніи тр-колы. О функціяхъ вообще; значеніе таблицъ. Двойное измѣреніе дугъ и угловъ	1— 5

О ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХЪ ФУНКЦІЯХЪ (ГОНИОМЕТРИЯ).

I. Предварительныя понятія. Обобщеніе понятій объ углахъ и дугѣ. Общій видъ дугъ и угловъ, имѣющихъ одни и тѣ же начало и конецъ. Тригонометрическій кругъ. Тригонометрическія линіи	6— 10
II. Тригонометрическія функціи. Ихъ измѣненія и взаимная зависимость. Общее опредѣленіе тригонометрическихъ функцій. Понятія и обозначенія. Примеры вычисленія тригонометрической функціи по данному углу. Построеніе подвижного радіуса по данной тригонометрической функціи.	11— 20
Измѣненія тригонометрическихъ функцій съ измѣненіемъ аргумента. Периодичность тригонометрическихъ функцій.	20— 24
Зависимость между тр. фф. одного и того же угла. Примеры вычисленія однихъ тр. фф. съ помощью другихъ	25— 29
III. Формулы приведенія. Перемѣна знака въ аргументѣ. Приведеніе тр. фф. некакого угла къ фф. положительнаго острого. Общность формулъ приведенія	30— 39
IV. Привлеченіе таблицъ къ вычисленію тригонометрическихъ выраженій и къ нахожденію угловъ. Полученіе угла въ общемъ видѣ. Вычисленіе некоторыхъ выраженій, содержащихъ тригоном. функціи. Нахожденіе угловъ между 0 и 360°. Общій видъ угла для данной функціи	40— 48
V. Формулы сложенія аргументовъ, вычитанія, умноженія и дѣленія. Некоторые изъ теоремъ о тр-кѣ. Синусъ суммы двухъ угловъ. Синусъ разности двухъ угловъ. Косинусъ суммы и разности двухъ угловъ. Синусъ, косинусъ и тангенсъ двойнаго угла. Синусъ, косинусъ и тангенсъ половины угла	49— 57
VI. Приведеніе выраженій къ виду удобному для логарифмированія. Общее замѣчаніе. Преобразованіе суммы и разности двухъ синусовъ или косинусовъ. Преобразование суммы и разности двухъ тангенсовъ или котангенсовъ. Преобразование $(\sin \alpha + \sin \beta)$: $(\sin \alpha - \sin \beta)$ и $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$. Преобразование $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma$ при условіи $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$. Введеніе вспомогательнаго угла	58— 64
VII. Понятіе о составленіи тригонометрическихъ таблицъ. Сведеніе къ малому углу. Приближенное вычисленіе синуса малаго угла; приближенное вычисленіе косинуса малаго угла. Замѣчаніе о существующихъ уже таблицахъ и о составленіи новыхъ	64— 67

О РѢШЕНИИ ТРЕУГОЛЬНИКОВЪ (ТРИГОНОМЕТРИЯ).

Нѣкоторые общія замѣчанія о рѣшеніи треугольниковъ. 68 и 69

VIII. Прямоугольные треугольники. Соотношенія между элементами прямоугольнаго треугольника. Основные случаи рѣшенія прямоугольных треугольниковъ. Нѣкоторые болѣе сложные случаи рѣшенія прямоугольных треугольниковъ (10 задачъ). Замѣчаніе о двойномъ характерѣ рѣшенія треугольниковъ . 70— 79

IX. Нѣкоторые приложенія прямоугольныхъ треугольниковъ. Общее замѣчаніе. Задачи (5 задачъ) 80— 84

X. Косоугольные треугольники. Соотношенія между элементами косоугольнаго тр-ка; выраженія площади тр-ка. Основные случаи рѣшенія косоугольныхъ тр-ковъ. Нѣкоторые болѣе сложные случаи рѣшенія косоугольныхъ тр-ковъ (16 задачъ). 85—110

ОБЪ ИЗМѢРЕНІЯХЪ НА МѢСТНОСТИ.

XI. Измѣреніе линий и угловъ на земной поверхности. Простейшіе углоизмѣрныя инструменты. Общее замѣчаніе. Измѣреніе линий. Измѣреніе угловъ; общее понятіе объ углоизмѣрныхъ инструментахъ. Буссоля. Астролябія; измѣреніе горизонтальнаго угла и угла наклоненія. Замѣчаніе о теодолитѣ. 111—116

XII. Приложеніе приложившейся тригонометріи къ производству измѣреній на мѣстности. Общее замѣчаніе. Опредѣленіе непріступныхъ разстояній. Опредѣленіе высоты. Триангуляція. . 117—121

ПРИБАВЛЕНІЯ.

О десятичномъ дѣленіи окружности. Къ вопросу объ измѣненіи тр. фф. съ измѣненіемъ аргумента. Однородныя фазы въ ходѣ періодической функціи. Паріантъ вывода соотношеній между тр. фф. одного угла; о числѣ этихъ соотношеній. Къ формуламъ приведенія (общимъ). Понятіе объ обратимыхъ круговыхъ функціяхъ. Выводъ формулъ для $\sin(\alpha \pm \beta)$ и $\cos(\alpha \pm \beta)$ при условіи, что $\alpha > \beta > 0$ и $\alpha + \beta < 90^\circ$. Выраженіе тр. фф. угла черезъ тангенсъ его половинны. Доказательство

двойныхъ знаковъ въ формулахъ $\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$, $\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$ и $\tan \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$. Преобразов. форм. $\tan \frac{\alpha}{2} =$

$\pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$. О числѣ соотношеній между элементами тр-ка; вы-

водъ формулы $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ изъ соотношеній, принятыхъ за основныя. Къ рѣшенію тр-ка по даннымъ b , c и A ; проверка вычисленія съ помощью формулъ Мольвейде. Къ рѣшенію тр-ка по даннымъ a , b и A : 1) послѣдованіе задачи по сторонамъ c ; 2) проверка вычисленія въ случаѣ двухъ рѣшеній и иной способъ опредѣленія c_1 и c_2 . 122—136

ВВЕДЕНИЕ.

1. Предметъ и раздѣленіе тригонометріи. Основную задачу тригонометріи составляетъ рѣшеніе треугольниковъ съ помощью *вычисленія*¹⁾. *Рѣшить* треугольникъ значитъ найти *числовую* величину его элементовъ по достаточной совокупности данныхъ также *числовыхъ*.

Вообще же къ тригонометріи относится большая часть вопросовъ, гдѣ въ число данныхъ или некоторыхъ входитъ уголъ, равно и другіе случаи, въ которыхъ примѣняются свойства тригонометрическихъ функций.

Тригонометрическія функции угловъ суть особаго рода числа, вводимыя въ вычисленіе взамѣнъ угловъ; эти числа, хотя и не выражаютъ угловъ съ помощью мѣры, тѣмъ не менѣе такъ связаны съ ними, что служатъ какъ бы ихъ замѣстителями.

2. Разсмотрѣніе свойствъ тригонометрическихъ функций должно предшествовать рѣшенію треугольниковъ.

Такимъ образомъ въ тригонометріи различаютъ два главныхъ отдѣла:

1) ученіе о тригонометрическихъ функцияхъ, называемое *тригонометріей*, и

2) ученіе о рѣшеніи треугольниковъ, составляющее *тригонометрію* въ тѣсномъ смыслѣ.

Замѣчаніе. Тригонометрія, содержащая рѣшеніе обыкновенныхъ треугольниковъ, называется *прямолинейной* (или *плоской*) въ отличіе отъ *сферической* тригонометріи, въ которой разсматриваются такъ называемые сферическіе треугольники.

¹⁾ Ниже будетъ сказано еще о *графическомъ* рѣшеніи треугольниковъ.

3. Замѣчаніе о графическомъ рѣшеніи треугольниковъ. Кромѣ тригонометрическаго рѣшенія треугольниковъ существуетъ еще *графическое*, т.-е. такое, въ которомъ примѣняется *построеніе*. Оно состоитъ въ слѣдующемъ: элементы, данные въ числахъ, сначала воспроизводить по масштабу и транспортиру; затѣмъ, пользуясь полученными линіями и углами, строить искомыя элементы (при чемъ образуется фигура, которая подобна рѣшаемой); наконецъ, измѣряя ихъ съ помощью тѣхъ же приборовъ, получаютъ требуемыя числа.

При такомъ приемѣ неизбежны погрѣшности, — иногда значительныя, — а такъ какъ онѣ зависятъ отъ качества чертежныхъ принадлежностей и отъ искусства черченія, то и не допускаютъ оцѣнки. Это обстоятельство дѣлаетъ графическій способъ мало надежнымъ, между тѣмъ какъ тригонометрія, примѣняя вычисленіе, даетъ средство опредѣлять искомыя величины съ желаемой степенью точности.

4. О фуніціяхъ вообще. Существуютъ перемѣнныя величины, связанные между собою такъ, что каждому значенію одной изъ нихъ *соотвѣтствуетъ* значеніе (или даже нѣсколько значеній) другой. Таковы, на примѣръ, y и x въ равенствахъ: $y = a + x$, $y = \sqrt{x}$, $y = \lg x$; таковы же радіусъ круга и его площадь, ребро куба и его объемъ, и т. д.

Если требуется подобрать соотвѣтственныя значенія такихъ величинъ или прослѣдить ходъ измѣненія ихъ, то мы должны назначить рядъ значеній одной изъ нихъ и по нимъ опредѣлять значенія другой величины. На примѣръ, составляя таблицу логарифмовъ, принимаютъ въ уравненіи $y = \lg x$ за x послѣдовательно 1, 2, 3, . . . и по этимъ числамъ находятъ рядъ значеній y .

Величина, которая въ данномъ вопросѣ получаетъ свои значенія въ зависимости отъ другой, называется *функцией* ея, а та, которая, при этомъ, принимаетъ свои значенія непосредственно, называется *аргументомъ*. Такъ, если, имѣя уравненіе $y = x^n$, будемъ мѣнять x и опредѣлять y , то x есть аргументъ, а y функция; если же станемъ назначать y и подбирать x , то y есть аргументъ, а x функция. Вообще, что служитъ функцией и что аргументомъ, зависитъ отъ свойствъ вопроса.

5. Функция и аргументъ могутъ быть или однородны, какъ напр. произведеніе и множимое, или разнородны, какъ напр. дуга и центральный уголъ.

Что касается самой зависимости между функцией и аргументомъ, то иногда она выражается такъ просто, что функцию легко

вычислить по аргументу въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ, какъ напр. площадь квадрата по его сторонѣ; въ другихъ функціяхъ, наоборотъ, рядъ дѣйствій при точномъ или приближенномъ вычисленіи ихъ настолько сложенъ, что для практическихъ приложений разъ навсегда заготовляютъ ряды значеній аргумента и функцій и помѣщаютъ ихъ въ особыхъ *таблицахъ*; таковы напр. таблицы логарифмовъ, таблицы квадратныхъ и кубическихъ корней и т. п.

Иногда пользуются таблицами и при неособенно сложныхъ дѣйствіяхъ — ради удобства и сбереженія времени ¹⁾. Но для функцій такихъ какъ логарифмы таблицы *необходимы*: практическое примѣненіе логарифмы получили только тогда, когда были составлены достаточно точныя и удобныя таблицы.

Къ числу функцій этого рода относятся и тригонометрическія функціи; для нихъ также имѣются таблицы, *которыя и составляютъ одну изъ главныхъ принадлежностей тригонометріи*: безъ таблицъ тригонометрическія функціи не имѣли бы практическаго приложенія.

6*. Измѣреніе дугъ и угловъ. Какъ извѣстно изъ геометріи, углы весьма легко опредѣляются съ помощью дугъ.

Если дуга служитъ для опредѣленія угла, то ее выражаютъ или 1) въ отношеніи къ окружности или 2) въ отношеніи къ радиусу²⁾.

Первый способъ — это извѣстное изъ геометріи *градусное измѣреніе* дуги, когда она выражается составнымъ числомъ въ доляхъ окружности: градусахъ, минутахъ и секундахъ.

Градусному измѣренію дуги соответствуетъ градусное измѣреніе угла. Выгода этого соотвѣствія та, что уголъ³⁾ и дуга выражаются однимъ и тѣмъ же числомъ.

Но не должно забывать, что градусное выраженіе дуги показываетъ лишь ее отношеніе къ окружности, между тѣмъ какъ градусное выраженіе угла опредѣляетъ его вполне (позволяетъ воспроизвести уголъ).

¹⁾ Такова, напримѣръ, таблица умноженія, которую обыкновенно записываютъ.

²⁾ Первый способъ нагляднѣе и примѣняется въ практическихъ измѣреніяхъ, второй предпочитаютъ въ теоретическихъ вопросахъ.

³⁾ Центральный.

Второй способ называется линейным измерением дуги: здесь она выражается въ отношеніи къ радіусу, при чемъ мы пользуемся не самой дугою, а ея *длиной* (выпрямленной дугою); такъ, по этому способу окружность выразится числомъ 2π , полуокружность числомъ π , и т. д.

Покажемъ, что, зная отношеніе дуги къ радіусу, можно опредѣлить уголъ, и обратно. Дѣйствительно, пусть напр. дуга выражается (въ радіусѣ) числомъ a ; тогда длина ея есть aR . Означая неомый уголъ черезъ x и прямой уголъ черезъ d , будемъ имѣть

$$x : 4d = aR : 2\pi R \quad \text{или} \quad \underline{x : 4d = a : 2\pi},$$

откуда можно опредѣлить x по данному a , и обратно.

Можно сдѣлать, что уголъ и дуга будутъ выражаться однимъ и тѣмъ же числомъ¹⁾: для этого надо за мѣру для угловъ принять такой уголъ, котораго дуга имѣетъ длину радіуса (этотъ уголъ равенъ $\frac{2d}{\pi}$, слѣдовательно есть величина постоянная, почему и можетъ служить мѣрой). Такое измѣреніе угла будемъ называть также линейнымъ, а новую угловую мѣру радіаномъ (особаго обозначенія эта мѣра не имѣетъ).

7. Въ послѣдующемъ, для лениости, будемъ градусное выраженіе дуги или угла обозначать черезъ $\alpha, \beta, \gamma, \dots$, а линейное выраженіе черезъ $a, b, c, \dots$; обозначенія же $x, y, z, \dots$ будемъ брать въ обоихъ смыслахъ.

Для перехода съ градуснаго выраженія на линейное или обратно служить пропорція

$$\alpha : 360^\circ = a : 2\pi,$$

$$\text{откуда} \quad \alpha = \pi \cdot \frac{a}{180^\circ} \quad \text{и} \quad a = 180^\circ \cdot \frac{\alpha}{\pi} \quad *)$$

Примѣры. 1) Какъ выразится въ градусной системѣ дуга, имѣющая длину радіуса (выражаемая въ радіусахъ числомъ единицы)?

По предыдущему эта дуга равна $180^\circ \cdot \frac{1}{\pi}$; пользуясь приближен-

¹⁾ Но, конечно, въ неодинаковыхъ единицахъ.

^{*)} $\pi = 3, 14159\ 26535\ 89793\ 23846\ \dots$

$\frac{1}{\pi} = 0, 31830\ 98861\ 83790\ 67153\ \dots$

нымъ значеніемъ $\frac{1}{\pi}$, найдемъ, что она содержитъ $57^{\circ} 17' 44'',8$ съ точностью до $0,05''$ (это же есть градусное выраженіе радіана).

2) *Найти линейное выраженіе дуги $67^{\circ} 30'$ (выразить въ радіанахъ уголъ $67^{\circ} 30'$).* Означая искомое число черезъ x , получимъ по предыдущему $x = \pi \cdot \frac{67^{\circ} 30'}{180^{\circ}} = \pi \cdot \frac{9}{8}$; приближенное вычисленіе даетъ $x = 1,17810$ съ точностью до $\frac{1}{2}$ стотысячной доли.

Замѣчаніе. Для облегченія такихъ переходовъ существуютъ особыя таблицы: такова напр. „Таблица для выраженія дугъ въ частяхъ радіуса и обратно“, приложенная къ логарифмическимъ таблицамъ Е. Пржевальскаго.

О ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХЪ ФУНКЦІЯХЪ.

(Гоніометрія.)

І. Предварительныя понятія.

✕ 8. Обобщеніе понятій объ углѣ и дугѣ. Геометрическія понятія угла и дуги въ тригонометріи нѣсколько видоизмѣняются и расширяются¹⁾.

1) Угломъ въ тригонометріи называютъ *поворотъ* одной стороны относительно другой, т.-е. представляютъ себѣ, что одна сторона неподвижна, а другая, вращаясь, описала данное число угловыхъ единицъ; при этомъ получаются углы и *болѣе 360°* (такъ можно сказать: проволока закручена на 400°; минутная стрѣлка въ теченіе 3 ч. 25 м. поворачивается на 1290°; и т. д.).

Кромѣ величины поворота различаютъ его направленіе: если вращеніе можетъ происходить по *двумъ противоположнымъ* направленіямъ, то при *одномъ* изъ нихъ уголъ выражаютъ *положительнымъ* числомъ, а при *другомъ* — *отрицательнымъ* (выборъ знака зависитъ отъ условій вопроса).

2) Подобное же распространяется и на дуги: дуга разсматривается какъ путь, который проходитъ точка, двигаясь по окружности (при этомъ точка можетъ обойти окружность не одинъ разъ и въ двухъ направленіяхъ); въ дугѣ также различаютъ направленіе (одно изъ двухъ противоположныхъ) и приписываютъ ей тотъ же знакъ, какой имѣетъ уголъ.

9. Итакъ въ тригонометріи уголъ и дуга суть перемѣнныя величины, способныя принимать всѣ значенія отъ $-\infty$ до $+\infty$.

¹⁾ Главнымъ образомъ ради приложений въ высшей математикѣ.