

**А.Н. Крылов**

**Учебник теории корабля**

**Москва**  
**«Книга по Требованию»**

УДК 030  
ББК 92  
А11

А11 **А.Н. Крылов**  
Учебник теории корабля / А.Н. Крылов – М.: Книга по Требованию, 2024. – 220 с.

**ISBN 978-5-458-59876-7**

Настоящий учебник Теории Корабля составлен по поручению Морского Кадетского Корпуса и составляет переработку литографированных записок, изданных в 1901 году. Содержание учебника видно из оглавления; при изложении автор старался главное внимание обращать на практическую часть дела, и пояснить вычисления примерами, которые надо сделать, чтобы получить числовой ответ на встречающиеся при обычных условиях судовой службы.

**ISBN 978-5-458-59876-7**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2024  
© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



# Учебникъ Теоріи Корабля

## ОГЛАВЛЕНИЕ.

|  | стр. |
|--|------|
| В В Е Д Е Н И Е.   |      |
| №№   |      |
| 1. Предметъ теоріи корабля . . . . .   | 1    |
| „ 2. Вычислениe площадей . . . . .   | 2    |
| „ 3. Вычислениe положенія центра тяжести площадей . . . . .                                    | 3    |
| „ 4. Вычислениe объемовъ . . . . .   | 4    |
| „ 5. Вычислениe положенія центра тяжести объема . . . . .                                      | 6    |
| „ 6. Моменты инерціи площадей . . . . .  | 7    |
| „ 7. Вычислениe моментовъ инерціи площадей . . . . .   | 10   |
| „ 8. Вычислениe объемовъ и статическихъ моментовъ клиновыхъ отсѣковъ . . . . .                 | 12   |
| „ 9. Приближенныя формулы для вычисления опредѣленныхъ интеграловъ. Формула трапеций . . . . . | 15   |
| „ 10. Формула Симпсона . . . . .   | 21   |
| „ 11. Формула Чебышева . . . . .   | 24   |
| „ 12. Вычислениe интеграловъ съ перемѣннымъ верхнимъ подъемомъ . .                             | 26   |
| „ 13. Графическій пріемъ для вычисления интеграла съ перемѣннымъ верхнимъ предѣломъ . . . . .  | 29   |

## ГЛАВА I.

### Плавучесть.

|   |    |
|---|----|
| „ 14. Плавучесть и статьи грузовъ корабля . . . . .   | 32 |
| „ 15. Вычислениe водоизмѣщенія корабля . . . . .  | 35 |
| „ 16. Измѣненія углубленія корабля отъ пріема и расходованія грузовъ .                          | 45 |
| „ 17. Грузовой размѣръ, кривая тоннъ на дюймъ осадки . . . . .                                  | 47 |
| „ 18. Измѣненіе углубленія корабля при переходѣ изъ прѣсной воды въ соленую и обратно . . . . . | 50 |

## ГЛАВА II.

### Остойчивость.

|  |    |
|--|----|
| „ 19. Начало Архимеда . . . . .  | 52 |
| „ 20. Вычислениe положенія центра величины корабля . . . . .                                   | 54 |
| „ 21. Понятіе о вычислениi положенія центра тяжести корабля . . . . .                          | 58 |
| „ 22. Общее условіе остойчивости корабля. Метацентръ . . . . .                                 | 58 |
| „ 23. Вычислениe положенія метацентра . . . . .  | 61 |
| „ 24. Мѣра остойчивости корабля . . . . .  | 65 |
| „ 25. Опредѣленіе изъ опыта мѣры остойчивости корабля и положенія его центра тяжести . . . . . | 66 |
| „ 26. Вліяніе на остойчивость корабля пріема и расходованія грузовъ .                          | 70 |

|  |         |
|--|---------|
| №№ 27. Кренъ происходящій отъ односторонняго пріема или расхода грузовъ . . . . .                                      | стр. 76 |
| „ 28. Продольная остойчивость корабля; вычислениe положенія продольнаго метацентра . . . . .                           | 79      |
| „ 29. Измѣненіе дифферента отъ продольнаго перемѣщенія грузовъ . . . . .   | 87      |
| „ 30. Измѣненія дифферента и углубленія штевней происходящія отъ пріема и расхода грузовъ . . . . .                    | 89      |
| „ 31. Рассчетъ вліянія жидкаго груза на остойчивость корабля . . . . .   | 92      |
| „ 32. Вліяніе затопленія отдѣленій на кренъ, дифферентъ и остойчивость корабля . . . . .                               | 94      |
| „ 33. Первый случай—затопленное отдѣленіе закрыто и заполнено цѣликомъ . . . . .                                       | 95      |
| „ 34. Второй случай—вода въ затопленномъ отдѣленіи съ забортною не сообщается и имѣеть свободную поверхность . . . . . | 99      |
| „ 35. Третій случай—вода въ затопленномъ отдѣленіи сообщается съ забортною и имѣеть свободную поверхность . . . . .    | 99      |
| „ 36. Одновременное затопленіе нѣсколькихъ отсѣковъ . . . . .  | 104     |
| „ 37. Таблицы показывающія вліяніе затопленія отдѣленій даннаго корабля . . . . .                                      | 106     |
| „ 38. 39, 40. Объясненіе таблицъ составленныхъ для бр. „Петропавловскъ“ и примѣръ пользованія ими . . . . .            |         |
| „ 41. Таблицы показывающія вліяніе затопленія отдѣленій бр. „Слава“ . . . . .  | 130     |
| „ 42. Порядокъ вычисления и составленія предыдущихъ таблицъ . . . . .  | 139     |
| „ 43 и 44. Живучесть корабля и ея обеспеченіе . . . . .  | 140     |
| „ 45. Остойчивость при большихъ наклоненіяхъ корабля. Диаграмма Рида.  | 148     |
| „ 46. Свойства диаграммы Рида . . . . .  | 152     |
| „ 47. Остойчивость корабля находящагося въ накрененномъ положеніи подъ дѣйствіемъ постоянной пары . . . . .            | 154     |
| „ 48. Измѣненія диаграммы Рида при пріемѣ и расходованіи грузовъ . . . . .   | 157     |
| „ 49. Остойчивость корабля имѣющаго кренъ вызванный затопленіемъ отдѣленій . . . . .                                   | 161     |
| „ 50. Динамическая остойчивость, дѣйствіе шквала . . . . .   | 163     |
| „ 51. Гибель корабля „Captain“ . . . . .   | 166     |
| „ 52. Гибель кораблей „Рояль Джоржъ“ и „Викторія“ . . . . .  | 168     |
| „ 53. Боевая остойчивость и ея обеспеченіе . . . . .   | 169     |
| „ 54. Остойчивость корабля при вводѣ въ докъ . . . . .   | 175     |

## ГЛАВА III.

## Качка корабля.

|  |     |
|--|-----|
| „ 55. Качанія корабля на тихой водѣ . . . . .                            | 179 |
| „ 56. Качка корабля на волненіи . . . . .                                | 182 |
| „ 57. Килевая качка корабля на волненіи . . . . .                        | 192 |
| „ 58. Качка корабля при косвенномъ курсѣ по отношенію къ волнѣ . . . . . | 197 |
| „ 59. Замѣчаніе о движениіи центра тяжести корабля на волненіи . . . . . | 198 |

## ГЛАВА IV.

## Ходкость корабля.

|  |     |
|--|-----|
| „ 60. Формула В. И. Афанасьева . . . . . | 199 |
| „ 61. Способъ Фруда . . . . .            | 200 |

## ГЛАВА V.

## Поворотливость.

|  |     |
|--|-----|
| „ 62. Способы определенія циркуляціи корабля . . . . . | 205 |
|--|-----|

# ТЕОРИЯ КОРАБЛЯ

## Введение.

§ 1. Теорія корабля имѣеть предметомъ изученія мореходныхъ его качества, т. е. плавучесть, остойчивость, ходкость, плавность качки на волненіи и поворотливость.

Это изученіе должно состоять прежде всего въ установлениі тѣхъ элементовъ, которыми эти качества опредѣляются и которые служать для нихъ мѣрою. Установленіе такой мѣры дастъ не только возможность выражать соотвѣтствующее качество корабля числомъ, но и искать его зависимость отъ размѣровъ корабля, формы его обводовъ, распределенія на немъ грузовъ и т. п., а значитъ и распоряжаться при составленіи проекта корабля этими размѣрами, формою и распределеніемъ грузовъ такъ, чтобы обеспечить кораблю надлежащія по роду его назначенія мореходные качества.

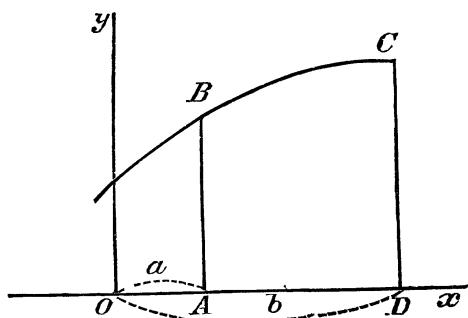
При такомъ изученіи будетъ постоянно встрѣчаться надобность вычислять: площади ограниченныя кривыми линіями, координаты центра тяжести такихъ площадей, объемы ограниченные кривыми поверхностями, положеніе центра тяжести такихъ объемовъ, моменты инерціи и т. п., поэтому сперва надо ознакомиться съ общими способами такихъ вычислений, что и составляетъ введеніе къ нашему курсу.

§ 2. Вычисление площадей, объемовъ, положенія ихъ центра тяжести и проч. сводится къ нахожденію нѣкоторыхъ опредѣленныхъ интеграловъ, которые мы сперва и приведемъ, а затѣмъ покажемъ общіе пріемы вычислениія численной величины любого такого опредѣленного интеграла независимо отъ того, что онъ собою представляетъ.

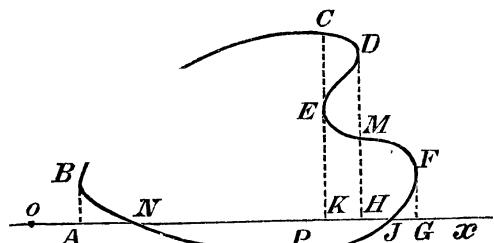
**Вычисление площади** ограниченной какой угодно сомкнутою кривой приводится къ вычислению такъ называемыхъ простыхъ площадей. Простою площадью называется площадь (фиг 1), ограниченная двумя ординатами *AB* и *CD*, частью оси абсциссъ *AD* и кривою *BC*.

Длину  $AD$  называютъ основаниемъ этой площади Въ частномъ случаѣ одна изъ крайнихъ ординатъ  $AB$  или  $CD$  или даже обѣ могутъ быть равны и нулю, площадь отъ этого не перестаетъ быть простою.

Если дана какая нибудь кривая, то чтобы привести вычислениe пло-  
щади ею ограниченной къ вычислению простыхъ площадей поступаютъ  
такъ: проводятъ прямую  $ox$  (фиг. 2), которую принимаютъ за ось  
абсциссъ, затѣмъ проводятъ къ кривой касательныя перпендикулярныя  
къ  $ox$ ; пусть эти касательныя будутъ  $AB$ ,  $DH$ ,  $EK$ ,  $FG$ , тогда легко  
видѣть, что предложенная площадь, ограниченная кривою  $BCDEFIN$



Фиг. 1.



Фиг. 2.

можетъ быть представлена въ видѣ слѣдующей алгебраической суммы  
простыхъ площадей:

$$\begin{aligned} \text{пл. } BCDFIN &= \text{пл. } ABCK - \text{пл. } ABN + \text{пл. } KCDH \\ &\quad - \text{пл. } KEDH + \text{пл. } KEMH + \text{пл. } HMFG \\ &\quad - \text{пл. } IFG + \text{пл. } IPN \end{aligned}$$

Остается показать какимъ образомъ вычисляется простая площадь.  
Пусть данная площадь есть  $ABCD$ , (фиг. 1) и уравненіе кривой  $BC$   
есть  $y = f(x)$ , то, какъ известно площадь  $ABCD$  выражается слѣдую-  
щимъ опредѣленнымъ интеграломъ:

$$\text{пл. } ABCD = S = \int_a^b y \, dx = \int_a^b f(x) \, dx \quad (1)$$

гдѣ  $a$  есть абсцисса точки  $B$ , и  $b$  абсцисса точки  $C$

Во многихъ случаяхъ практики функция  $f(x)$  не задается аналити-  
чески, т. е. уравненіе кривой  $BC$  не будетъ известно, а эта кривая бу-  
детъ задана на чертежѣ, съ котораго и можно снять ординату, соотвѣт-  
ствующую любой данной абсциссѣ, что и выражаютъ тогда знакополо-  
женіемъ  $y = f(x)$ .

§ 3. Вычисление положения центра тяжести простой площади сводится также къ нахождению простыхъ определенныхъ интеграловъ.

Какъ известно абсцисса  $X_0$  центра тяжести площади  $ABCD$  получится, если моментъ этой площади относительно оси  $oy$  раздѣлить на самую площадь. Разбивъ основаніе

площади  $AD$  на бесконечно малыя части, такія какъ  $PQ$ , и проведя че-резъ точки дѣленія ординаты, мы разобьемъ самую площадь на бес-конечно малыя площадки, такія какъ  $PMKQ$ , которая отличаются лишь на бесконечно малыя величины выс-шихъ порядковъ, отъ соответствую-щаго каждой изъ нихъ прямоуголь-ника, такого какъ  $PMNQ$ . Площадь

$ABCD = S$  есть предѣлъ суммы площадей сказанныхъ бесконечно-ма-лыхъ прямоугольниковъ, моментъ этой площади есть предѣлъ суммы мо-ментовъ площадей всѣхъ этихъ прямоугольниковъ. Моментъ же площади прямоугольника  $PMNQ$  при сдѣланныхъ на чертежѣ (фиг. 3) обозна-ченіяхъ выражается такъ:

$$\begin{aligned} \text{Мом. пл. } PMNQ &= \text{пл. } PMNQ \left( x + \frac{1}{2} dx \right) = \\ &= y \cdot dx \cdot \left( x + \frac{1}{2} dx \right) = yx dx + \frac{1}{2} y dx dx. \end{aligned}$$

Послѣдній членъ представляетъ собою бесконечно малую величину второго порядка по отношенію къ  $dx$ : и, слѣдовательно, при розысканіи предѣла суммы, не измѣняя этого предѣла, можетъ быть отброшенъ, и мы такимъ образомъ получимъ:

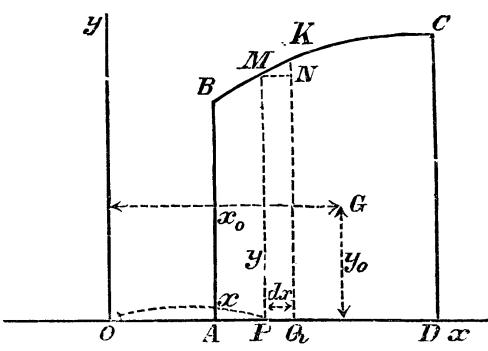
$$\text{Мом. пл. } ABCD = S \cdot X_0 = \int_a^b yx dx$$

откуда

$$X_0 = \frac{\int_a^b yx dx}{S} \quad \dots \quad (2)$$

Чтобы найти ординату центра тяжести  $Y_0$  надо взять моментъ дан-ной площади относительно оси  $ox$  и раздѣлить на самую площадь.

Совершенно такъ же какъ и выше этотъ моментъ будетъ предста-



Фиг. 3.

влять собою предѣль суммы моментовъ такихъ безконечно малыхъ пло-  
щадей какъ  $PMNQ$ , который, очевидно, выражается такъ:

$$\text{Мом. пл. } PMNQ = y dx \cdot \frac{1}{2} y = \frac{1}{2} y^2 dx$$

слѣдовательно,

$$\text{мом. пл. } ABCD = S \cdot Y_0 = \frac{1}{2} \int_a^b y^2 dx,$$

откуда

$$Y_0 = \frac{\frac{1}{2} \int_a^b y^2 dx}{S} \quad \dots \quad . \quad (3)$$

Когда предложенная площадь не простая, то разбивъ ее на простыя и вычисливъ въ отдельности координаты центра тяжести каждой изъ этихъ послѣднихъ, найдемъ по слѣдующимъ формуламъ и координаты центра тяжести заданной площади. Пусть  $s_1, s_2, s_3, \dots, s_k$  суть тѣ простыя площади, на алгебраическую сумму коихъ данная площадь  $S$  разбита, и пусть  $x_1 y_1, x_2 y_2, \dots, x_k y_k$ , суть координаты ихъ центровъ тяжести и  $X_0, Y_0$  координаты центра тяжести площади  $S$ , и положимъ, что  $S$  представляется слѣдующею алгебраической суммой:

$$S = s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_k.$$

Чтобы получить координаты  $X_0$  и  $Y_0$  центра тяжести площади  $S$ , стойть только воспользоваться извѣстной изъ механики теоремой моментовъ, согласно которой моментъ всей площади  $S$  равенъ алгебраической суммѣ моментовъ отдельныхъ площадей ее составляющихъ. Для полученія  $X_0$  беремъ моменты относительно координатной плоскости  $ZY$  или, что въ нашемъ случаѣ тоже, относительно оси  $OY$ , тогда будеть:

$$SX_0 = s_1 x_1 + s_2 x_2 + s_3 x_3 + \dots + s_k x_k$$

откуда слѣдуетъ:

$$X_0 = \frac{s_1 x_1 + s_2 x_2 + s_3 x_3 + \dots + s_k x_k}{S} \quad \dots \quad . \quad (4)$$

Точно также взявъ для полученія  $Y_0$  моменты относительно оси  $OX$  получимъ:

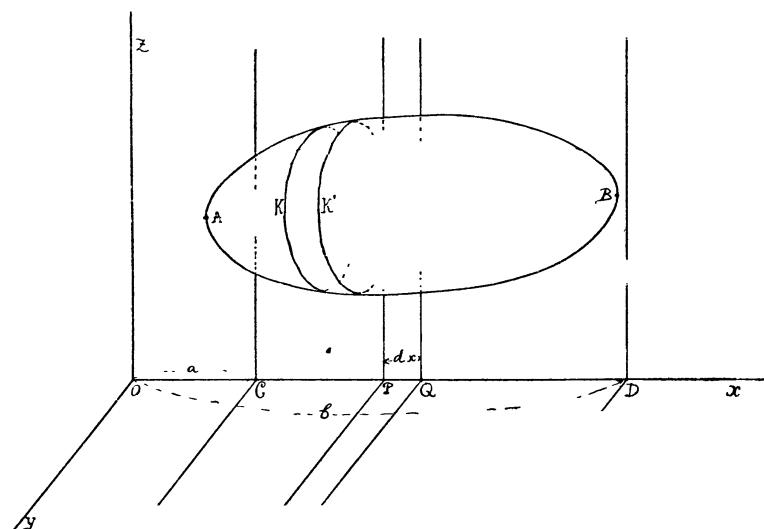
$$Y_0 = \frac{s_1 y_1 + s_2 y_2 + s_3 y_3 + \dots + s_k y_k}{S} \quad \dots \quad . \quad (5)$$

При вычислении по этимъ формуламъ надо обращать вниманіе на знаки координатъ, поступая по правиламъ алгебры.

**§ 4. Вычисление объема** ограниченного кривою поверхностью можетъ быть также приведено къ вычислению простыхъ опредѣленныхъ интеграловъ.

Пусть данъ объемъ  $V$  ограниченный какою-нибудь замкнутою поверхностью (фиг. 4).

Проведя къ этой поверхности касательныя плоскости параллельныя плоскости  $zoy$ , мы получимъ абсциссы  $a$  и  $b$  крайнихъ точекъ этой поверхности; раздѣливъ отрѣзокъ  $CD$  на бесконечно-малыя части и про-



Фиг. 4.

ведя черезъ точки дѣленія плоскости параллельныя  $zoy$ , мы разсѣчемъ данный объемъ на бесконечно тонкіе слои, такие какъ указанный на чертежѣ (4). Каждый изъ этихъ слоевъ ограниченъ двумя плоскостями и заключеною между ними частью поверхности. Эта поверхность пересѣкается съ сказанными плоскостями по кривымъ  $K$  и  $K'$ .

Вообразимъ, что изъ всѣхъ точекъ кривой  $K$  проведены прямыя параллельныя оси  $X$  до пересѣченія ихъ съ плоскостью  $Q$ , тогда получится прямой цилиндръ съ основаніемъ  $K$  и высотою  $PQ$ , и въ сѣченіи этого цилиндра съ плоскостью  $Q$  получится кривая равная  $K$ . Совершенно также взявъ кривую  $K'$  и построивъ соответственно ей цилиндръ до пересѣченія съ плоскостью  $P$ , мы и на этой плоскости получимъ ту же фигуру, что и на плоскости  $Q$ . Такимъ образомъ на каждой изъ этихъ плоскостей получается двѣ кривыя:  $K$  и  $K'$  (фиг. 5).

Очевидно, что рассматриваемый слой будетъ заключаться внутри цилиндра коего основаніе есть кривая  $NK'MK'$ , цилиндръ же съ основа-

ніемъ  $HKKG$  будетъ вѣсъ заключаться внутри слоя. Въ предѣлѣ, когда разстояніе  $PQ$  обращается въ нуль, обѣ кривыя  $K$  и  $K'$ , сливаются въ одну, значитъ заштрихованная на чертежѣ (фиг. 5) площасть обращается въ предѣлѣ въ нуль и, слѣдовательно, есть безконечно малая. Такъ какъ высота  $PQ$  рассматриваемыхъ цилиндровъ и слоя есть также безконечно-малая, то объемъ слоя отличается отъ объема каждого изъ этихъ цилиндровъ, а значитъ и отъ объема цилиндра съ основаніемъ  $K$ , на безконечно-малая величины высшихъ порядковъ, и при разысканіи предѣла суммы, можно эти безконечно малыя высшихъ порядковъ отбрасывать и разматривать заданный объемъ какъ предѣлъ суммы объемовъ цилиндровъ съ основаніемъ  $K$ .

Обозначимъ черезъ  $\omega$  площасть кривой  $K$  соответствующей плоскости  $P$ , абсцисса коей есть  $x$ , очевидно, что  $\omega$  будетъ нѣкоторой функцией отъ  $x$ . Пусть

$$\omega = F(x)$$

тогда объемъ сказанного цилиндра съ основаніемъ  $\omega$  будетъ:  $\omega \cdot dx$  и предѣлъ суммы такихъ объемовъ будетъ выражаться интеграломъ  $\int_a^b \omega dx$ , и мы получимъ формулу:

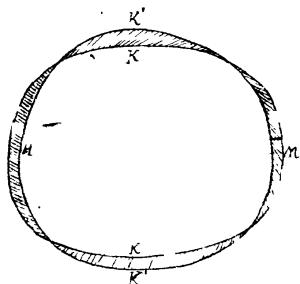
$$V = \int_a^b \omega dx = \int_a^b F(x) dx \dots \dots \dots \quad (6)$$

гдѣ  $\omega = F(x)$  есть площасть съченія соответствующаго абсциссѣ  $x$ . Такимъ образомъ вычисленіе объема приводится къ вычисленію площадей съченія, и затѣмъ опредѣленнаго интеграла (6)

**§ 5. Вычисленіе положенія центра тяжести объема.** Чтобы найти абсциссу  $X_0$  центра тяжести объема  $V$ , стоитъ только разсуждать подобно тому, какъ было сдѣлано для площадей, беря моменты относительно плоскости  $zoy$ ; тогда получится слѣдующая формула:

$$X_0 = \frac{\int_a^b \omega x dx}{V} \quad . . . \quad (7)$$

Чтобы вычислить координату  $Y_0$  центра тяжести рассматриваемаго объема надо разсѣкать его плоскостями параллельными плоскости  $zox$  совершенно подобно тому какъ мы сдѣлали выше. Обозначая черезъ



Фиг. 5.

с площадь съченія соотвѣтствующую разстоянію  $y$  отъ плоскости  $zox$  и черезъ  $c$  и  $d$  разстоянія до нея касательныхъ плоскостей къ данной поверхности параллельныхъ плоскости  $zox$ , и взявъ моментъ относительно этой плоскости, получимъ

$$V \cdot Y_0 = \int_c^d \sigma y \, dy.$$

Отсюда слѣдуетъ:

$$Y_0 = \frac{\int_c^d \sigma y \, dy}{V} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (8)$$

Совершенно также, чтобы вычислить координату  $Z_0$ , надо проводить съкущія плоскости параллельно плоскости  $you$  и брать сумму моментовъ полученныхыхъ бесконечно-малыхъ цилиндровъ, на которые такимъ образомъ разбьется объемъ  $V$ , относительно плоскости  $you$ . Обозначая черезъ  $\tau$  площадь съченія поверхности ограничивающей объемъ  $V$  плоскостью проведенной въ разстояніи  $z$  отъ  $xoy$  и черезъ  $g$  и  $h$ , разстоянія до нея касательныхъ плоскостей ей параллельныхъ, получимъ:

$$V \cdot Z_0 = \int_g^h \tau z \, dz$$

откуда:

$$Z_0 = \frac{\int_g^h \tau z \, dz}{V} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (9)$$

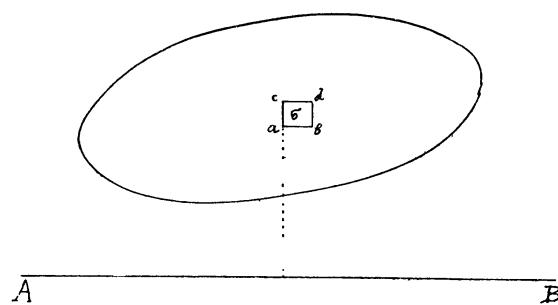
**§ 6. О моментахъ инерціи площадей.** *Моментомъ инерціи* тѣла относительно какой-либо оси называется сумма произведеній массъ всѣхъ частицъ этого тѣла на квадраты ихъ разстояній до рассматриваемой оси. Совершенно подобно тому, какъ разсуждаютъ о центре тяжести объемовъ, переходя къ нимъ отъ однородныхъ тѣлъ, затѣмъ отъ объемовъ переходятъ къ центрамъ тяжести площадей и линій, такъ можно говорить и о моментахъ инерціи объемовъ, площадей и линій. Такимъ образомъ подъ моментомъ инерціи объема разумѣютъ предѣлъ суммы произведеній элементарно-малыхъ объемовъ, на которые разбитъ данный, на квадраты ихъ разстояній до рассматриваемой оси.

Точно также подъ моментомъ инерціи площади, надо разумѣть, предѣлъ суммы произведеній элементарно-малыхъ площадокъ, на которыхъ разбита данная площадь, на квадраты ихъ разстояній до оси.

Намъ придется имѣть дѣло съ моментами и зерціи площадей, поэтому покажемъ нѣкоторыя простѣйшія ихъ свойства.

Пусть дана площадь  $S$  и ось  $AB$  (чертежъ 6), разобъемъ нашу площадь на элементы, такие какъ  $\sigma$  и положимъ, что бы будемъ увеличивать неопределенно число этихъ элементовъ, уменьшая въ то же время ихъ величину; тогда будетъ площ.  $S = \Sigma\sigma$ , разумѣя подъ знакомъ  $\Sigma$  — сумму всѣхъ элементовъ. подъ этимъ знакомъ стоящихъ.

Моментъ инерціи площади получится, взявъ сумму произведеній  $\sigma \cdot r^2$ , гдѣ  $r$  — разстояніе отъ  $\sigma$  до оси  $AB$ .



Фиг. 6.

Здѣсь является сомнѣніе, что разумѣть подъ словомъ «разстояніе элемента  $\sigma$  до оси  $AB$ ». Разстояніе всегда мѣряется отъ какой-либо точки, элементъ же площади  $\sigma$  будетъ заключать въ себѣ безчисленное множество точекъ; но эти точки будутъ всѣ между собою сколь угодно близки при уменьшеніи элемента  $\sigma$ . Покажемъ во-первыхъ, что безразлично, которую изъ

нихъ ни взять. Очевидно, что если взять какую-нибудь точку на ближайшѣй къ оси сторонѣ элемента  $ab$  и обозначить это разстояніе черезъ  $\rho$ , и затѣмъ взять точку на сторонѣ  $cd$  элемента, то разстояніе до нея будетъ  $\rho + \varepsilon$ , гдѣ  $\varepsilon = ac$ ; разстояніе же  $r$  отъ всякой промежуточной точки будетъ заключаться между этими двумя  $\rho$  и  $(\rho + \varepsilon)$ .

Слѣдовательно будетъ:

$$\Sigma\sigma\rho^2 < \Sigma\sigma r^2 < \Sigma\sigma(\rho + \varepsilon)^2,$$

причемъ эти неравенства будутъ имѣть мѣсто при всякомъ числѣ и всякой величинѣ элементовъ  $\sigma$ . Изъ предыдущаго неравенства очевидно слѣдуетъ такое:

$$\Sigma\sigma r^2 - \Sigma\sigma\rho^2 < \Sigma\sigma(\rho + \varepsilon^2) - \Sigma\sigma\rho^2. \quad \dots \quad (*)$$

Но

$$\Sigma\sigma(\rho + \varepsilon)^2 = \Sigma\sigma(\rho^2 + 2\rho\varepsilon + \varepsilon^2) = \Sigma\sigma\rho^2 + 2\varepsilon \cdot \Sigma\sigma\rho + \varepsilon^2 \Sigma\sigma$$

и, слѣдовательно:

$$\Sigma\sigma(\rho + \varepsilon)^2 - \Sigma\sigma\rho^2 = 2\varepsilon \Sigma\sigma\rho + \varepsilon^2 \cdot \Sigma\sigma.$$

Величина  $\Sigma\sigma$  представляетъ собою самую площадь  $S$ : величина  $\Sigma\sigma\rho$  при неопределѣленномъ увеличеніи числа элементовъ, представляю-