**Ю. Сохоцкий**

# Высшая алгебра

## Часть 2. Начала теории чисел.

**Москва**
**«Книга по Требованию»**

УДК 93
ББК 63.3
Ю11

**Ю. Сохоцкий**
Ю11 Высшая алгебра: Часть 2. Начала теории чисел. / Ю. Сохоцкий – М.: Книга по Требованию, 2021. – 349 с.

**ISBN 978-5-518-00302-6**

**ISBN 978-5-518-00302-6**

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

Существуетъ немного примѣровъ своеобразнаго и чрезвычайно удачнаго примѣненія трансцендентнаго анализа къ рѣшенію нѣкоторыхъ изъ означенныхъ вопросовъ; подобныя работы, хотя и относятся къ теоріи чиселъ, но составляютъ совершенно отдѣльную ея вѣтвь, выходящую изъ области конечнаго анализа.

Современная теорія чиселъ построена на трехъ началахъ: 1° общій наибольшій дѣлитель (Евклидъ), 2° непрерывныя дроби (Гюгенсъ), 3° начало Дирихле. Настоящая книга посвящена исключительно началу Евклида въ приложеніи къ цѣлымъ числамъ и цѣлымъ функціямъ; потому можно было бы ее озаглавить: „теорія дѣлимости“ или „теорія сравненій“.

Особенное вниманіе было обращено мною на тѣ мѣста, которыя находятъ приложеніе въ дальнѣйшихъ частяхъ алгебры. Такъ, напримѣръ, линейныя сравненія со многими неизвѣстными играютъ существенную роль въ теоріи подстановокъ; потому я останавливаюсь на нихъ немного дольше, чѣмъ Гауссъ въ его „Disquisitiones arithmeticae“.

Въ концѣ первой главы я показываю способы рѣшенія въ цѣлыхъ числахъ нѣсколькихъ неопредѣленныхъ уравненій первой степени, которыя могутъ показаться не особенно важными; между тѣмъ въ нихъ содержится рѣшеніе вопроса объ умноженіи такъ называемыхъ идеальныхъ чиселъ (втораго порядка) или, все равно, о сложеніи квадратичныхъ формъ (Gauss, compositio formarum), — одинъ изъ самыхъ плодотворныхъ вопросовъ въ теоріи чиселъ.

Въ общемъ, книга эта представляетъ развитіе моихъ университетскихъ лекцій, на сколько таковое необходимо для основательнаго уразумѣнія высшихъ вопросовъ современной алгебры.

# ОГЛАВЛЕНІЕ.

## ГЛАВА I.

Начало общаго наибольшаго дѣлителя. — Первыя приложенія.

### § I. Начало общаго наибольшаго дѣлителя.



### § II. Разложеніе чиселъ на простые множители.



### § III. Условія дѣлимости. Слѣдствія.

## ГЛАВА II.

Рѣшеніе въ цѣлыхъ числахъ нѣсколькихъ неопредѣленныхъ задачъ.

### § I. Общее рѣшеніе линейнаго однороднаго уравненія.



### § II. Составленіе опредѣлителя, значеніе котораго равно 1, при данныхъ элементахъ первой строки.



### § III. Составленіе опредѣлителя при другихъ условіяхъ.



### § IV. Новое рѣшеніе предыдущей задачи въ частномъ случаѣ, когда опредѣлитель 4-го порядка.



## ГЛАВА III.

Понятіе о сравненіяхъ. — Сравненія первой степени.

### § I. О сравненіяхъ вообще.



### § II. О наименьшихъ вычетахъ.



### § III. Теорема Ферміата.

### § IV. Слѣдствія изъ теоремы Ферната.



### § V. Рѣшеніе сравненій первой степени.



### § VI. Рѣшеніе совокупныхъ сравненій съ нѣсколькими неизвѣстными.



## ГЛАВА IV.

Сравненія 2-ой степени. — Законъ взаимности простыхъ чиселъ.

### § I. Приведеніе сравненія къ простѣйшему виду. Условіе рѣшимости при модулѣ простомъ.



### § II. Символъ Лежандра.



### § III. Символъ Якоби.



*

### § IV. Рѣшеніе сравненія второй степени въ двухъ частныхъ случаяхъ.



## ГЛАВА V.

Квадратичные вычеты и невычеты. — О дѣлителяхъ формы $t^2 - Du^2$.

### § I. О квадратичныхъ вычетахъ.



### § II. О рѣшеніяхъ уравненія $\left(\frac{D}{x}\right) = \pm 1$.



## ГЛАВА VI.

Сравненіе второй степени при сложномъ модулѣ.

### § I. Случай, когда модуль есть степень простаго числа.



### § II. Число рѣшеній сравненія второй степени при сложномъ модулѣ. Слѣдствія.

## ГЛАВА VII.

О сравненіяхъ высшихъ степеней. — Двучленныя сравненія.

### § I. Теорема Лагранжа.



### § II. Разложеніе функцій на множители по данному модулю.



### § III. Пониженіе степени сравненія.



### § IV. О двучленныхъ сравненіяхъ.



## ГЛАВА VIII.

Теорія первообразныхъ корней. — Свойства индексовъ.

### § I. О показателяхъ чиселъ по данному модулю.



### § II. О первообразныхъ корняхъ простыхъ чиселъ.



### § III. О первообразныхъ корняхъ чиселъ вида $p^m$ или $2p^m$.

## § IV. Опредѣленіе наибольшаго показателя при какомъ угодно модулѣ.



## § V. Обобщеніе теоремы Вильсона.



## § VI. Теорія индексовъ.



# ГЛАВА IX.

## О функціональныхъ сравненіяхъ и неприводимыхъ функціяхъ.

## § I. Сравненія съ двойнымъ модулемъ.



## § II. Теорема Лагранжа.



## § III. Разложеніе функціи $x^{p^\nu} - x$ на неприводимые множители по модулю $p$.

## § IV. О показателяхъ функцій по данному модулю.



## § V. О надпоказателяхъ функцій по данному модулю.



## § VI. Число функцій, принадлежащихъ къ данному надпоказателю.



## § VII. О порядкахъ неприводимыхъ функцій.



# ГЛАВА X.

О функціяхъ абсолютно неприводимыхъ.

## § I. Начала дѣлимости.



## § II. Доказательство одного сравненія.



## § III. Разложеніе функціи $x^m - 1$ на неприводимые множители.

## § IV. Новое доказательство неприводимости функціи $\psi_m$ при $m$ равномъ степени простаго числа.