

Рынин Николай Алексеевич

Курс воздухоплавания

Часть 2

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-3
ББК 84-4
Н63

Н63 **Николай Алексеевич Р.**
Курс воздухоплавания: Часть 2 / Рынин Николай Алексеевич – М.: Книга
по Требованию, 2026. – 161 с.

ISBN 978-5-519-84197-9

ISBN 978-5-519-84197-9

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2026

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2026

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ГЛАВА I.

Основные уравнения аэростатики ¹⁾.

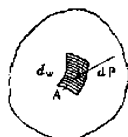
§ 1. Аэростатическое давление.

Выделим в массе газа в каком-нибудь месте бесконечно малую площадку $d\omega$ (черт. 1). Пусть равнодействующая давления газа на эту площадку равна dP .

В пределе, для некоторой точки A этой площадки аэростатическое давление будет равно

$$p = \frac{dP}{d\omega} \dots \dots \dots (1)$$

Опыт показывает нам, что внутреннее трение газов является функцией их движения. Поэтому, если газ находится в покое, то относительные скорости его молекул равны нулю, а потому будут отсутствовать и силы трения, т. е. силы тангенциальные к рассматриваемой поверхности. Принимая же в вопросах аэростатики газы, находящиеся в природе, подобными совершенным газам, можно высказать теорему:



Черт. 1. — Давление в данной точке.

«В газе, встречающемся в природе и находящемся в равновесии, давление в любой точке нормально к поверхности, на которой эта точка взята».

§ 2. Независимость величины аэростатического давления в данной точке от направления.

Докажем, что аэростатическое давление в какой-нибудь точке газа не зависит от направления элемента поверхности, на которой находится выбранная точка.

Пусть плотность газа, т. е. масса единицы объема равна δ .

¹⁾ При составлении этой главы мы пользовались сочинениями: а) А. Auerbach «Aerostatik», б) А. Flamant «Hydraulique», в) А. Самуэль «Гидравлика», г) А. Е. Н. Love «Hydrodynamik».

Выдѣлимъ изъ массы газа безконечно малый тетраэдръ со сторонами dx , dy и dz , параллельными осямъ координатъ (черт. 2). Объемъ этого тетраэдра равенъ

$$\frac{1}{6} dx dy dz.$$

Если обозначимъ давленіе

на единицу площади	$o'y'z'$	черезъ	P_x
»	»	$o'x'z'$	» P_y
»	»	$o'x'y'$	» P_z
»	»	$x'y'z'$	» P_n

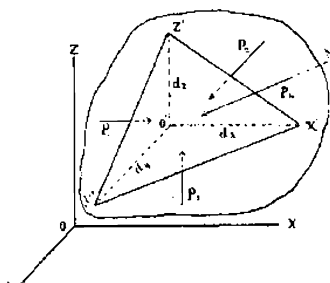
то полныя давленія на эти грани будутъ:

$$\text{на } o'y'z' \quad P_1 = \frac{1}{2} P_x dy dz$$

$$\text{» } o'x'z' \quad P_2 = \frac{1}{2} P_y dx dz$$

$$\text{» } o'x'y' \quad P_3 = \frac{1}{2} P_z dx dy$$

$$\text{» } x'y'z' \quad P_4 = P_n \omega,$$



Черт. 2. — Независимость давленія газа отъ направленія.

гдѣ ω —площадь грани $x'y'z'$.

Проекція давленія P_4 на оси координатъ будутъ равны

$$- P_n \cdot \omega \cos (N, x)$$

$$- P_n \cdot \omega \cos (N, y)$$

$$- P_n \cdot \omega \cos (N, z),$$

гдѣ N — нормаль къ грани $x'y'z'$.

Кромѣ давленій газа на выдѣленный тетраэдръ могутъ дѣйствовать силы пропорціалныя объему газа, напримѣръ силы тяжести.

Обозначимъ черезъ x, y, z — проекціи ускоренія объемной силы, отнесенной къ единицѣ массы газа. Тогда проекціи всей объемной силы на оси координатъ будутъ равны:

$$\frac{\delta}{6} X dx dy dz; \quad \frac{\delta}{6} Y dx dy dz; \quad \frac{\delta}{6} Z dx dy dz.$$

Такъ какъ подѣ дѣйствіемъ давленія газа и объемной силы рассматриваемый тетраэдръ находится въ равновѣсіи, то суммы проекцій всѣхъ

дѣйствующихъ на него силъ на оси координатъ должны равняться нулю, т. е.:

$$\frac{1}{2} P_x dy dz - P_n \omega \cos (N, x) + \frac{\delta}{6} X dx dy dz = 0$$

$$\frac{1}{2} P_y dx dz - P_n \omega \cos (N, y) + \frac{\delta}{6} Y dx dy dz = 0$$

$$\frac{1}{2} P_z dx dy - P_n \omega \cos (N, z) + \frac{\delta}{6} Z dx dy dz = 0.$$

Принимая же во вниманіе, что:

$$\frac{1}{2} dy dz = \omega \cos (N, x)$$

$$\frac{1}{2} dx dz = \omega \cos (N, y)$$

$$\frac{1}{2} dx dy = \omega \cos (N, z)$$

и подставляя эти значенія въ предыдущіе три уравненія, получимъ послѣ сокращенія:

$$P_x - P_n + \frac{\delta}{3} X dx = 0$$

$$P_y - P_n + \frac{\delta}{3} Y dy = 0$$

$$P_z - P_n + \frac{\delta}{3} Z dz = 0.$$

Въ предѣлѣ, при уменьшенія dx , dy и dz до нуля получимъ:

$$\left. \begin{array}{l} P_x = P_n \\ P_y = P_n \\ P_z = P_n \end{array} \right\} \text{ или } P_x = P_y = P_z = P_n \dots \dots \dots (2)$$

т. е. давленіе на бесконечно малую площадку внутри газа зависитъ только отъ положенія ея внутри газа, а не отъ направленія, т. е.

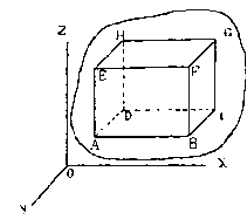
$$p = f(x, y, z) \dots \dots \dots (3)$$

§ 3. Общія уравненія равновѣсія газа.

Посмотримъ, какъ мѣняется аэростатическое давленіе при переходѣ отъ одной точки къ другой. Выдѣлимъ изъ массы газа бесконечно малый

параллелепипед со сторонами dx, dy, dz , параллельными координатным осямъ (черт. 3).

На параллелепипедъ дѣйствуютъ слѣдующія силы: а) давленія газа, на его восемьъ граней, при чемъ эти давленія параллельны соответствующимъ осямъ координатъ и б) объемныя силы, такія же, какія были нами разсмотрѣны въ предыдущемъ параграфѣ.



Черт. 3. — Къ выводу общаго ур-ня равновѣсія газа.

Параллелепипедъ будетъ очевидно въ равновѣсїи, когда сумма проекцій всѣхъ дѣйствующихъ на него силъ на соответствующія оси координатъ будутъ равны нулю.

Найдемъ проекціи этихъ силъ.

Пусть давленіе на единицу площади грани $ADHE$ равно $p_1 = f(x, y, z)$.

Тогда давленіе на единицу площади грани $BCGF$, параллельной $ADHE$ будетъ

$$p_2 = f(x + dx, y, z).$$

Разность этихъ двухъ силъ равна

$$p_2 - p_1 = f(x + dx, y, z) - f(x, y, z) = \frac{\partial p}{\partial x} dx.$$

Разность давленій на полныя площадки $ADHE$ и $BCGF$ будетъ равна

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz.$$

Эта сила параллельна оси ox .

Проекція объемной силы, параллельной той же оси будетъ:

$$\delta \cdot X, dx, dy dz.$$

Слѣдовательно, для того, чтобы параллелепипедъ не двигался въ направленіи параллельномъ оси ox , должно существовать равенство.

$$\delta X \cdot dx dy dz = \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$$

или, сокращая,

$$\delta \cdot X = \frac{\partial p}{\partial x} \dots \dots \dots 4(a)$$

Подобнымъ же образомъ получимъ и для другихъ осей

$$\delta \cdot Y = \frac{\partial p}{\partial y} \dots \dots \dots 4(b)$$

$$\delta Z = \frac{\partial p}{\partial z} \dots \dots \dots 4(c)$$

Уравненія (4) называются *общими ур-ніа равновѣсія газовъ*.

Въ этихъ уравненіяхъ вторыя части—частныя производныя функціи p по координатамъ. Такъ какъ $p = f(x, y, z)$, то равновѣсіе газа возможно не при всякихъ объемныхъ силахъ, такъ какъ эти силы, будучи частными производными должны удовлетворять условіямъ интегрируемости.

Дифференцируя ур-іе 4(a) по y и 4(b) по z , получимъ:

$$\frac{\partial(\partial . X)}{\partial y} = \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} \quad \text{и} \quad \frac{\partial(\partial . Y)}{\partial z} = \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z},$$

откуда

$$\frac{\partial(\partial . x)}{\partial y} = \frac{\partial(\partial . Y)}{\partial z} \dots \dots \dots 5(a)$$

Подобнымъ же образомъ изъ уравненій 4(b) и 4(c) и далѣе изъ 4(a) и 4(c) соответственнымъ дифференцированіемъ получимъ

$$\frac{\partial(\partial . X)}{\partial z} = \frac{\partial(\partial . Z)}{\partial y} \dots \dots \dots 5(b)$$

$$\frac{\partial(\partial . X)}{\partial z} = \frac{\partial(\partial . Z)}{\partial x} \dots \dots \dots 5(c)$$

т. е. только тогда газъ будетъ находиться въ равновѣсіи, если внѣшнія объемныя силы удовлетворяютъ ур-іамъ 5.

Помножая каждое изъ ур-ій (4) соответствено на dx , dy и dz и складывая, получимъ

$$dp = \partial(Xdx + Ydy + Zdz) \dots \dots \dots (6)$$

откуда

$$p = \int \partial(Xdx + Ydy + Zdz) + C \dots \dots \dots (7)$$

или

$$p = f(x, y, z) + C \dots \dots \dots (8)$$

Уравненіе (6) есть *основное ур-іе аэростатики*. Такъ какъ для газовъ плотности есть функція давленія, т. е.

$$\partial = k . p . , \dots \dots \dots (9)$$

гдѣ k —зависитъ отъ температуры, то, ур-іе (6) приметъ видъ

$$dp = k . p . (Xdx + Ydy + Zdz) \dots \dots \dots 9(bis)$$

или

$$\frac{dp}{p} = d . \log \text{ nat } . p = k(Xdx + Ydy + Zdz) \dots \dots \dots (10)$$

т. е. для того, чтобы газъ былъ въ равновѣсїи, необходимо, чтобы вторая часть ур-ія (10) удовлетворяла условіямъ интегрируемости.

§ 4. Поверхности уровня или поверхности равнаго давленія.

Поверхность, всѣ точки которой подвергаются одинаковому аэроstaticкому давленію, называются *поверхностью уровня*. Ур-іе ея получается изъ ур-ія (6), полагая въ немъ $dp = 0$, такъ какъ $p = \text{const.}$ Такимъ образомъ получимъ:

$$\delta(Xdx + Ydy + Zdz) = 0 \text{ или, изъ ур-ія (9).}$$

$$kp(Xdx + Ydy + Zdz) = 0.$$

Для жидкостей несжимаемыхъ $kp = \delta$ —постоянно. Тогда ур-іе поверхности уровня будетъ

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0 \dots\dots\dots (11)$$

Для этого случая не трудно показать, что въ любой точкѣ поверхности уровня давленіе нормально къ послѣдней.

Дѣйствительно, пусть въ какой нибудь точкѣ линейнаго элемента ds поверхности уровня приложена объемная сила R , проекціи которой на оси координатъ X , Y и Z . Обозначимъ черезъ α , β и γ — углы составляемые силой R съ осями координатъ, а черезъ α' , β' и γ' — углы составляемые элементомъ ds съ тѣми же осями.

Раздѣлимъ всѣ члены ур-ія 10 на Rds . Тогда получимъ

$$\frac{X}{R} \cdot \frac{dx}{ds} + \frac{Y}{R} \cdot \frac{dy}{ds} + \frac{Z}{R} \frac{dz}{ds} = 0.$$

или

$$\cos \alpha \cdot \cos \alpha' + \cos \beta \cdot \cos \beta' + \cos \gamma \cdot \cos \gamma' = 0,$$

что показываетъ перпендикулярность силы R къ выбранному нами случаю, а слѣдовательно и ко всякому линейному элементу поверхности уровня, т. е., что давленія перпендикулярны къ поверхности несжимаемой жидкости.

Для газовъ эта теорема будетъ справедлива лишь тогда, когда $\delta = kp = \text{const.}$ Въ случаѣ же перемѣнной плотности, что почти всегда имѣетъ мѣсто для газовъ, равновѣсїе можетъ быть устойчивымъ только въ томъ случаѣ, если плотность газа увеличивается въ томъ же направленіи, въ какомъ направлены объемныя силы, дѣйствующія на газъ; въ противномъ случаѣ равновѣсїе будетъ неустойчивымъ.

Какъ мы увидимъ изъ дальнѣйшаго, при изученіи вопросовъ аэродинамики, вѣдущія объемныя силы дѣйствующія на газъ, должны быть таковыми, что работа ихъ на любомъ перемѣщеніи должна опредѣляться начальнымъ и конечнымъ положеніемъ точки ея приложенія на ея пути, а не длиною и формою этого пути. Такія силы въ механикѣ называются силами *имѣющими потенциалъ*.

Изъ ур-ія (4) видно, что проекціи объемной силы X , Y и Z являются частными производными функции $p = f(x, y, z)$ по x , y и z . Эта функция называется *потенциальной* функцией объемныхъ сплъ.

Такимъ образомъ всѣ точки поверхности уровня, для которой $p = const$, обладаютъ одинаковымъ потенциаломъ; иными словами поверхность уровня является эквипотенциальной поверхностью.

§ 5. Опредѣленіе давленія въ различныхъ точкахъ газа по высотѣ, когда вѣдущая сила есть сила тяжести.

Для данного случая изъ ур-ія (4) полагая $x = y = 0$; $z = g \cdot t$ — ускоренію силы тяжести, имѣемъ

$$\delta \cdot g = \frac{dp}{dz} \dots \dots \dots (12)$$

откуда

$$dp = g \cdot \delta \cdot dz$$

и

$$p = \int g \delta \cdot dz + C \dots \dots \dots (13)$$

Для газовъ постоянной температуры плотность δ есть функция высоты, т. е.

$$\delta = \varphi(z).$$

Взявъ какую нибудь точку пространства наполненнаго газомъ за начало координатъ, имѣемъ на основаніи ур-ія (13) для этой точки

$$p_0 = C;$$

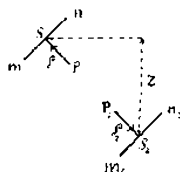
слѣдовательно ур-іе (13) можно написать въ видѣ

$$p = p_0 + \int g \delta \cdot dz \dots \dots \dots (14)$$

Въ примѣненіи къ расчетамъ баллоновъ воздушныхъ шаровъ и дирижаблей можно формулу (14) представить въ болѣе простомъ видѣ.

Рассмотримъ нѣкоторый объемъ газа (черт. 4) подверженнаго исключительно силѣ тяжести и предположимъ, что въ пространствѣ, занимаемомъ этимъ газомъ находятся двѣ плоскія поверхности m и m' , площадью

каждого по одной квадратной единицѣ. Давленіе газа на каждую изъ этихъ площадокъ приводятся къ одной равнодѣйствующей p и p_z приложенной въ центрѣ тяжести s или s_z площадки. Пусть вѣсъ 1 куб. метра газа въ точкѣ s будетъ ρ , а въ точкѣ s_z — ρ_z . На основаніи предыдущихъ разсужденій можно сказать, что: «Силы p и p_z соответственно нормальны къ рассматриваемымъ площадкамъ, величина ихъ не зависитъ отъ направленія площадокъ, а давленіе на нижней площадкѣ равно давлению на верхней площадкѣ сложенному съ давлени-
емъ столба газа высотой равной возвышенію z одной точки надъ другой». Уменьшая площадки m и m_z и переходя къ предѣламъ, можно сказать, что: «давленіе въ нижней точкѣ s_z равно давлению въ верхней точкѣ s сложенному съ давлени-
емъ столба газа высотой равной возвышенію z одной точки надъ другой. Такимъ образомъ имѣемъ



Черт. 4.—Къ выводу формулы 15.

$$p_z = p + \rho z^1) \dots \dots \dots (15)$$

Этой формулой можно пользоваться, пока разность высотъ z не превышаетъ одного километра. При большемъ значеніи z слѣдуетъ пользоваться формулами барометрическаго инвентирования, приведенными въ 1-й части ²⁾ (формула 14).

На основаніи формулы (15) и законовъ Бойля-Мариотта не трудно опредѣлить измѣненія удѣльнаго вѣса газа по высотѣ. Дѣйствительно, на основаніи законовъ Бойля-Мариотта имѣемъ:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_z}{\rho_z} = k = const \dots \dots \dots (16)$$

Опредѣляя изъ равенства (16) p и p_z черезъ k и подставляя въ ур-іе (15), получаемъ:

$$\frac{\rho_z - \rho}{\rho} = kz \dots \dots \dots (17)$$

Пусть температура воздуха равна 15° С. Тогда на основаніи закона Гей-Люссака имѣемъ:

$$k = \frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0(1 + \alpha t)} = \frac{1,294}{10330 \times 1,055} = 0,00012$$

¹⁾ Если бы въ формулѣ (15) мы взяли вмѣсто z значеніе $\frac{\delta + \delta_z}{2}$, то результаты получили бы для $z = 1$ километру съ точностью достаточною для практики.

²⁾ См. часть 1-я, стр. 88.

и выражение (17) получить видъ:

$$\frac{P_2 - P}{\rho} = 0,00012 \cdot z.$$

Напримѣръ для дирижабля Цепелина II-й діаметромъ 13 метровъ получаемъ, что относительная разность удѣльнаго вѣса воздуха въ верхней и нижней точкахъ его будетъ около

$$0,00012 \cdot 13 = 0,00156,$$

т. е. разница въ плотностяхъ воздуха всего около 0,15%.

§ 6. Примѣры примѣненія общихъ ур-ій равновѣсія газовъ.

Разсмотримъ теперь примѣненіе ранѣе выведеннаго нами ур-ія 4(c) къ выводу формулы барометрическаго нивелированія и къ опредѣленію плотности межзвѣзднаго пространства.

Разсмотримъ третье изъ равенствъ (4), т. е.

$$\delta \cdot z = \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Или

$$z = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \dots \dots \dots (18)$$

Замѣтимъ, что, согласно закону Бойля-Мардотта для газовъ произведеніе давленія p на объемъ v равно постоянной величинѣ. Принимая же во вниманіе, что для даннаго давленія объемъ измѣняется обратно пропорціонально съ плотностью (δ) газа, получимъ, что

$$\frac{p}{\delta} = const = c.$$

Дифференцируя, получаемъ:

$$dp = c d\delta \dots \dots \dots (19)$$

Принимая это во вниманіе, переписываемъ выраженіе (18), въ видѣ:

$$z = \frac{c}{\delta} \cdot \frac{d\delta}{\partial z}.$$

Предположимъ, что рассматриваемая нами частица воздуха удалена отъ поверхности земли на разстояніе z .

Тогда, обозначая радіусъ земли черезъ R и принимая, что напряженіе силы тяжести уменьшается обратно пропорціонально квадратамъ разстоянія отъ центра земли, получимъ для силы тяжести, дѣйствующее на разсматриваемую частицу газа, выраженіе:

$$Z = - \frac{g \cdot R^2}{(R + z)^2} = \frac{c}{\delta} \cdot \frac{\partial \delta}{\partial z} \dots \dots \dots (20)$$

Обозначая для поверхности земли ($z = 0$), значенія p и δ черезъ p_0 и δ_0 и, принимая во вниманіе, что

$$c = \frac{p_0}{\delta_0}$$

интегрируя выраженіе, получимъ:

$$\delta = \delta_0 e^{\frac{-\gamma_0 g R}{p_0} \cdot \frac{z}{R+z}}; \quad p = p_0 e^{\frac{-\gamma_0 g R}{p_1} \cdot \frac{z}{z+R}} \dots \dots \dots (21)$$

При наивысшихъ даже подъемахъ баллоновъ зондовъ до 30 километрахъ величины z весьма мала по сравненію съ R и потому формулу (21) можно представить подъ видомъ:

$$\delta = \delta_0 e^{\frac{-\gamma_0 g z}{p_0}} \quad \text{и} \quad p = p_0 e^{\frac{-\gamma_0 g z}{p_0}}.$$

Логарифмируя второе уравненіе, получаемъ

$$\log p = \log p_0 - \frac{\delta g}{p_0} z,$$

или, подставляя вмѣсто p_0 , δ_0 и g ихъ значенія для атмосфернаго воздуха получаемъ:

$$\log p = \log p_0 - \frac{Z}{18401}$$

откуда

$$z = \frac{p_0}{\delta_0 g} \log \text{nat} \cdot \frac{p_0}{p} = 18401 \log \frac{p_0}{p} \dots \dots \dots (22)$$

т. е. формула Галлея, которая была уже нами выведена на стр. 31 части I-ой (Аэрология), исходя изъ иныхъ основаній.

Пользуясь формулой (21) нетрудно опредѣлить плотность среды и давленіе ея въ бесконечно удаленномъ разстояніи отъ земли.